PRATIQUE DE L'ELECTRONIQUE

Un « bobinage »... sans bobine
LE « GYRATEUR »

5e PARTIE

UNE « TENSION NULLE » FORT DANGEREUSE

Certains objecteront peut-être que, si le générateur a une impédance interne de sortie presque nulle, il est inutile d'augmenter, par l'emploi de A_1, l'impédance d'entrée du filtre. Exact, mais... « trop fort n'a jamais manqué ».

L'auteur se souvient d'un jour lointain où il travaillait dans un laboratoire de télévision. Un générateur de « mire télévision » avait été pourvu, en sortie, d'un étage abaisseur d'impédance (un « cathode-follower », lointain ancêtre du « collecteur commun »), car il devait commander un récepteur vidéo par un long « coaxial adapté ». Ce dernier devait donc être commandé par une source ayant une impédance interne de 75 Ω, et chargé, à son autre extrémité, par 75 Ω également.

Or, par suite d'un déplacement du générateur de mire, amené juste à côté du récepteur vidéo, il se trouva que le coaxial fut supprimé. Le récepteur vidéo avait une entrée à haute impédance, qui fut directement reliée à la sortie du générateur en supprimant le résisteur de 75 Ω qui, primitivement, avait servi de « charge adaptée » au coaxial.

Un collègue de l'auteur objecta alors que c'était désastreux : « Mais, alors, l'impédance de sortie du générateur est pratiquement nulle par rapport à l'impédance d'entrée du récepteur. Il met cette entrée " en court-circuit " et il n'y aura plus de tension. »

L'auteur répondit que, s'il y avait, effectivement, une « désadaptation, cela ne supprimait pas la tension pour autant, et, désignant une prise de courant (du 110 V rms à l'époque), dit à son collègue : « Tenez, l'impédance de sortie du " générateur EDF " est pratiquement nulle par rapport à celle qu'il y a entre deux doigts de votre main, même mouillés. Touchez donc les deux fils : puisque, selon vous, l'impédance nulle du générateur les met en court-circuit, il n'y a donc pas de tension, et vous ne sentirez rien. »

Quand on commande un montage dont l'impédance d'entrée est très élevée par une source de très faible impédance interne, il est bien certain que, du point de vue théorique, il n'y a pas « adaptation des impédances ». On pourrait, théoriquement du moins, mettre entre la source et le montage alimenté un transformateur élévateur de tension, par exemple, dans le rapport 10 (donc élévateur d'impédance dans le rapport 100, car son secondaire nous donnera dix fois plus de tension mais dix fois moins d'intensité).

UN TRANSFORMATEUR ? CE SERAIT IDEAL !

On peut alors se demander pourquoi on ne le fait pas. Si, par exemple, nous disposons d'un amplificateur audiofréquence dont l'impédance d'entrée est de 1 MΩ, l'adaptation d'impédance est « abominable » quand on l'attaque, par exemple, par un microphone dont l'impédance est de 200 Ω.

Mettons donc un transformateur en sortie du microphone, le rapport de ce transformateur étant, par exemple, de 10 en tension. Un tel rapport, multipliant la tension du microphone par 10 et divisant son intensité par 10, multiplie la résistance interne de l'ensemble microphone + transformateur par 100 (fig. 33).

Nous avons donc une source de 100 × 200 = 20 000 Ω de résistance interne, dont la tension à vide est 10 fois celle du microphone sans transformateur. L'impédance d'entrée de l'amplificateur (1 MΩ) charge à peine cette source, dont la résistance interne (20 kΩ) est négligeable par rapport à 1 MΩ. Nous avons donc réellement gagné un facteur très proche de 10 sur la tension.

On pourrait montrer que, avec un rapport optimal, qui est ici 70,7, on gagne un facteur 35,3 sur la tension.

D'où la conclusion « évidente » : il faut absolument interposer ce transformateur. Mais, si l'on va voir les choses de plus près, c'est bien moins sûr. Pour avoir un bon transformateur, qui passe toute la bande audiofréquence (soit de 30 Hz à 15 kHz) il faudra (si on le trouve) y mettre le prix ; l'engin risque d'être lourd, encombrant, et de jouer

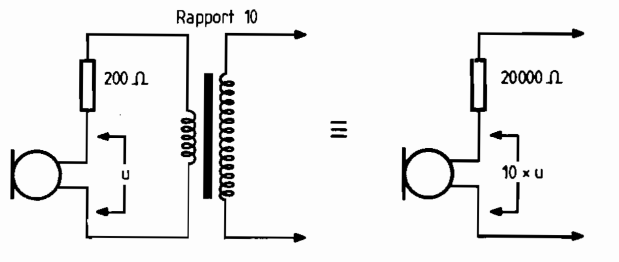


Fig. 33. – Un microphone de résistance interne 200 Ω, donnant une tension u, combiné à un transformateur élévateur de tension dans le rapport 10 est identique à un modèle donnant 10 × u, mais dont la résistance interne serait cent fois plus forte.

les capteurs de champs magnétiques parasites.
Alors, tant pis : il vaut mieux laisser les choses telles quelles... et rajouter un étage amplificateur.
Certains objecteront que nous allons ainsi perdre énormément en rapport signal/bruit. Nous perdrons **un peu,** mais pas autant qu'ils le croient. Evidemment, un amplificateur, dont l'impédance d'entrée est de 1 MΩ, donnera, en sortie, une tension de souffle notable **si on laisse son entrée en l'air,** sans rien y connecter. Mais, dès que les bornes d'entrée se trouveront connectées à une source de faible résistance interne, le souffle diminuera notablement.
Un autre argument vient renforcer le refus d'utilisation du transformateur adaptateur d'impédance : il y a bien des cas où un tel transformateur est **irréalisable,** entre autres celui où l'on désire transmettre une gamme de fréquences descendant jusqu'à zéro (inclus).

REVENONS A NOS FILTRES

Après cette (longue) digression sur les impédances d'entrée et de sortie, il est temps (« Plus que temps ! » dira sans doute le rédacteur en chef) de retrouver notre gyrateur-bobinage.
Nous en avons utilisé deux pour réaliser le filtre passe-haut de la figure 32. Il peut être intéressant de revoir de plus près les performances de ce filtre.
C'est, nous l'avons dit, un filtre « d'ordre 3 ». Autrement dit, l'atténuation des fréquences basses sera très efficace. Les spécialistes des filtres disent qu'il a, vers les fréquences basses, une pente de 18 dB/octave, ce qui nécessite quelques explications.
Nous avons vu, sur la figure 27, la courbe de réponse du passe-haut constitué d'un condensateur et d'un résisteur. Vers les fréquences basses, ce filtre a une transmission à peu près proportionnelle à la fréquence. Divisez donc cette dernière par 2, la transmission baissera de 50 %, ce qui correspond à – 6 dB.

PETITES PRECISIONS SUR LES « DECIBELS »

Rappelons que, pour exprimer en décibels une variation de **tension,** il faut envisager quelle variation de **puissance** ladite variation de tension produirait sur un résisteur fixe. En effet, l'unité « décibel » suppose toujours que l'on **multiplie par 10 le logarithme d'un rapport de PUISSANCES.**
Donc, quand on veut exprimer en décibels la variation d'une grandeur G qui n'est pas une puissance, il faut toujours trouver un moyen de raccorder la variation de G à celle d'une puissance.
Comme le disait un ami de l'auteur, si quelqu'un a une augmentation de salaire de 100 % (on peut rêver !), dira-t-on qu'on l'a « augmenté de 3 dB » (en considérant que l'on a doublé sa « puissance d'achat ») ou « augmenté de 6 dB » (en disant que l'on a doublé son « potentiel d'achat ») ?
Cette plaisanterie n'est pas aussi idiote qu'on pourrait le croire, car elle a le mérite de rappeler qu'il ne faut pas appliquer la notation en décibels à quelque chose qui ne peut se lier directement à une puissance (en **watts**).
Alors, quand une tension est multipliée par 2, la puissance qu'elle peut fournir à un résisteur donné est multiplée par 4, puisque, la tension doublant, l'intensité en fait autant. Le logarithme de 4 est 0,6 (à un « pico-fifrelin » près) : en le multipliant par 10 on obtient 6. Doubler une tension revient donc à une augmentation de puissance de 6 dB.
On dit donc, avec une longue phrase sous-entendue, que : « la tension a augmenté... de 6 dB ».
La phrase sous-entendue (mais que l'on ne doit pas oublier) et qui est symbolisée par des points est :
... de telle façon que la puissance qu'elle peut fournir sur résisteur donné a augmenté...
On évoque ce conducteur de fiacre, cité par Courteline, qui disait : « Montez, les... Nord ! », faisant ainsi une audacieuse ellipse, car il ne sous-entendait rien moins que : « ... voyageurs pour la direction de la gare du... ».

UNE PENTE DE 6 dB/OCTAVE

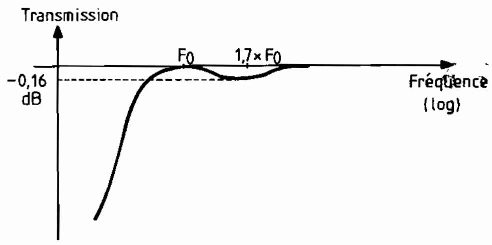
Donc, diviser une tension par 2, c'est la réduire de 6 dB (toujours avec la phrase sous-entendue). Pour diviser la tension de sortie du filtre par 2, on divise la fréquence par 2, ce que les musiciens appellent « baisser d'une octave » (le « Petit Larousse » est formel : octave est féminin).
On dit donc que la pente de la courbe de la figure 27 est de 6 dB/octave, ce qui signifie que, quand on divise la fréquence par 2 (baisse d'une octave), la tension se réduit de moitié (baisse de 6 dB).
Certains disent aussi que la pente est de 20 dB/décade, en appelant « décade » une division par 10 de la fréquence. En effet, diviser la fréquence par 10, dans la partie descendante de la courbe, revient à réduire la tension dans un rapport très proche de 10, ce qui correspond à 20 dB.
La courbe de transmission de notre filtre de la figure 32 aura, elle, une pente trois fois plus grande, soit 18 dB/octave (ou 60 dB/décade). En effet, avec ce filtre, diviser la fréquence par 10 (une décade) revient à diviser la transmission par 1 000 (soit 60 dB) ; en divisant la fréquence par 2 (une octave), on divise la transmission par 8 (soit 18 dB).

EXEMPLE NUMERIQUE

Nous proposerons deux gyrateurs réalisés suivant le schéma de la figure 18, avec R = K = 10 kΩ, P = M = 3,3 kΩ (ces deux dernières valeurs étant peu critiques), C = 0,1 µF, chaque gyrateur étant donc l'équivalent d'un bobinage de 10 H.
Pour nous retrouver avec des valeurs analogues à celles de l'exemple du filtre coupe-bande de la figure 23, nous prendrons, pour le filtre de la figure 32, un condensateur C de 0,1 µF.
On peut alors calculer que l'impédance caractéristique du filtre, soit la racine carrée de L/C, vaut exactement R = 10 kΩ.
La fréquence F_0, dont nous avons parlé plus haut, est ici, de nouveau, voisine de 159 Hz.
Réalisons-le et relevons sa courbe avec un générateur BF. On trouve un accord parfait avec la théorie, c'est-à-dire une transmission de 1 (compte tenu du gain 2 en tension de l'amplificateur opérationnel de sortie, pour compenser l'atténuation apportée par les deux résisteurs R), soit 0 dB, pour la fréquence 159, ainsi que pour des fréquences supérieures à 300 Hz.
On n'aurait jamais trouvé une telle conformité aux calculs si l'on avait opéré, dans cette gamme de fréquences, avec des « vrais » bobinages, en fil enroulé sur des noyaux magnétiques. Là encore, le gyrateur a fait merveille !
Le « petit creux » de 0,16 dB (ce qui fait tout de même une transmission de 98,2 %) se produit pour la fréquence de 273 Hz. Pour des fréquences supérieures à 400 Hz, on ne peut plus voir la différence entre la tension d'entrée et celle de sortie (transmission de 1, soit 0 dB).
Du côté des fréquences basses, l'effet est impressionnant

en dessous de 120 Hz (atténuation 1 dB). A 100 Hz, on a déjà 4 dB, à 80 Hz, il y a 9,8 dB, puis cela s'écroule :
18 dB à 60 Hz
23 dB à 50 Hz
29,4 dB à 40 Hz
37,1 dB à 30 Hz
47,9 dB à 20 Hz
55,4 dB à 15 Hz.

Fig. 34. – La courbe de transmission du filtre passe-haut de la figure 30 n'est pas rigoureusement plate dans la bande transmise : elle présente un petit « creux », de 0,16 dB seulement.



POURRAIT-ON SUPPRIMER LE « PETIT CREUX » ?

Les puristes déploreront que le filtre ne soit pas assez « plat » comme transmission au-delà de F_0.

Sa courbe de transmission a, en effet, l'allure de la figure 34 (dans laquelle nous avons exagéré l'importance du « petit creux » de 0,16 dB à la fréquence $1{,}72 \times F_0$, soit 274 Hz).

Il est parfaitement possible de donner à ce filtre la réponse dite « de Butterworth », c'est-à-dire la plus « plate » possible au-delà de F_0. Il suffira de réduire de moitié la capacité du condensateur, le ramenant à 0,047 µF, ou 47 nF (il faudrait, théoriquement, 50 nF, mais on peut utiliser un 47 nF : la valeur n'est pas critique à ce point).

Un tel choix modifie F_0, qui double, puisque C est divisé par 2 et que nous avons défini F_0 comme étant la fréquence à laquelle l'impédance de C est égale à R. La modification de C change la courbe de réponse, la débarrasse du creux. La transmission du filtre, presque égale à l'unité pour les fréquences au-delà de 400 Hz, descend régulièrement (mais très lentement, sans jamais remonter) quand la fréquence diminue. Le filtre a maintenant une réponse de Butterworth.

Il est à noter que, maintenant, les valeurs de résistance des résisteurs R ne sont plus égales à l'impédance caractéristique du filtre (qui, étant la racine carrée de L/C, est donc devenue 14,14 kΩ).

A la fréquence F_0 (qui est devenue 318 Hz), la transmission est de 99,2 % (soit – 0,07 dB) au lieu de 1. Ensuite, elle descend quand la fréquence diminue.

Les filtres « de Butterworth », assez faciles à calculer en général, sont tels que leur courbe de transmission a toujours une pente de même signe. On dit qu'une telle courbe est « monotone ». Cela qui ne signifie pas qu'elle est ennuyeuse, mais, pour les « matheux », que sa dérivée ne change pas de signe, contrairement au cas de la courbe indiquée sur la figure 34.

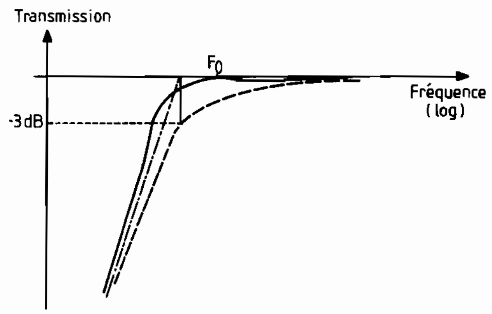


Fig. 35. – Sur des axes à graduations logarithmiques (en fréquence comme en transmission, celle-ci étant en décibels), les filtres passe-bas « du troisième ordre » ont des courbes dont la zone presque droite, aux fréquences basses, se rapproche d'une droite (traits mixtes) de pente 18 dB/octave. Le filtre « de Butterworth » (tirets) a une courbe de réponse constamment croissante, contrairement au filtre de la figure 30, qui présente le « creux » de 0,16 dB.

COMPARAISON DU PREMIER FILTRE ET DE SA VERSION « BUTTERWORTHISEE »

Dans la bande qui doit être transmise, la courbe est aussi proche de l'horizontale que possible, aussi « plate » qu'on peut le faire. C'est ce qui explique le nom de « maximally flat » (plat au maximum) que les Américains donnent aux filtres de Butterworth.
Evidemment, tout se paye : notre filtre corrigé pour avoir la réponse de Butterworth (avec C = 47 nF) a une courbe dont la partie descendante, à fréquence basse, se rapproche bien d'une droite de pente 18 dB/octave, mais suivant un parcours différent du filtre « non-Butterworth » avec C = 0,1 µF.

Pour pouvoir faire une comparaison entre la réponse de Butterworth et celle d'un filtre comme celui de la figure 30 (avec L = 10 H, C = 0,1 µF, R = 10 kΩ), il faut un peu modifier, dans le même rapport, les valeurs de L et de C de l'un d'eux, de telle sorte que les deux filtres se comportent d'une façon de plus en plus semblable à mesure que la fréquence décroît.

Il est à noter que, généralement, ce n'est pas ainsi que l'on compare deux filtres. On essaye, en effet, de faire en sorte que, pour la même fréquence, ils aient tous les deux une atténuation de 3 dB. Ce n'est pas ce que nous avons fait, car nous préférions avoir des atténuations devenant de plus en plus proches pour les deux filtres aux fréquences très basses. Cela conduit, comme on le voit sur la figure 35, à une fréquence d'atténuation à 3 dB plus petite (d'environ 17 %) pour le filtre « non-Butterworth » que pour l'autre.

On peut alors tracer les deux courbes sur les mêmes axes. La réponse du premier filtre est en trait plein, la réponse du Butterworth est en pointillé. On voit que les deux courbes tendent à rejoindre la même « droite limite » (dites : « asymptote », et vous impressionnerez beaucoup ceux qui vous écoutent), mais le Butterworth la rejoint **par en des-**

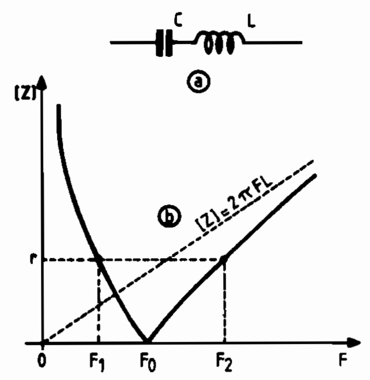


Fig. 36. – Le circuit résonnant série (a) a une impédance dont le module Z varie comme le montre la courbe (b). Il y a deux fréquences, F_1 et F_2, pour lesquelles le module Z passe par une valeur r.

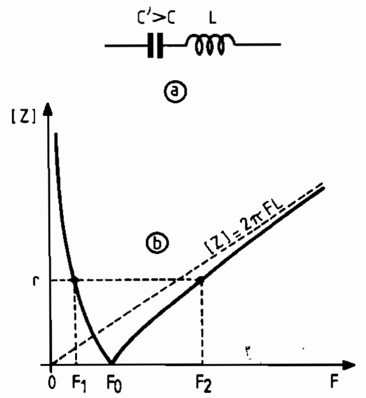


Fig. 37. – Le circuit résonnant série (a) est réalisé avec un condensateur de capacité plus grande que dans la figure 36. La courbe (b) se déforme, mais l'écart F_2-F_1 reste constant.

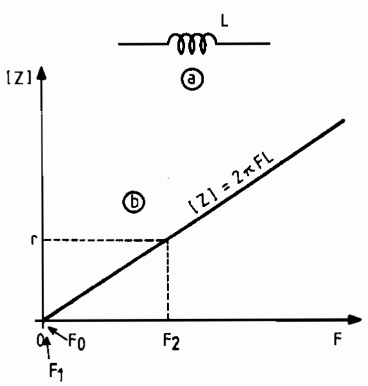


Fig. 38. – A la limite, C étant devenu infini, le circuit (a) se réduit à L tout seul, dont la « courbe » d'impédance est une droite passant par l'origine (l'axe des fréquences, comme dans les deux figures précédentes, est en graduation linéaire).

sous, tandis que l'autre filtre, rejoignant cette droite **par-dessus,** a une coupure plus abrupte que le Butterworth.

ALLONS PLUS LOIN AVEC LA « TRANSPOSITION DE FREQUENCE »

Sans vouloir assommer les lecteurs par des calculs terrifiants sur les filtres, indiquons maintenant comment on peut concevoir un filtre passe-bande à partir d'un passe-bas, ou un coupe-bande à partir d'un passe-haut.

Ce calcul n'a pas été imaginé par l'auteur, mais par un électronicien de grande classe, très modeste, qui interdit que l'on cite son nom.

L'auteur aime beaucoup ces « passages », permettant de réduire au minimum les calculs.

Le but de ce qui suit est de permettre la réalisation de filtres, surtout des « passe-bandes » fort intéressants, que l'on aurait énormément de peine à réaliser autrement qu'avec des gyrateurs.

Considérons (fig. 36a) un circuit résonnant série. Le module (valeur absolue) de son impédance varie comme l'indique la courbe (b). Il passe par zéro pour une valeur de fréquence $F_0 = 1/2\pi\sqrt{LC}$.

Le module de Z (qui se représente en encadrant la lettre Z de deux traits verticaux) passera donc par une valeur déterminée, r, pour deux fréquences F_1 et F_2, la première inférieure à F_0, la seconde supérieure à F_0.

Le calcul montre que ces deux fréquences sont telles que :

– leur **produit** F_1F_2 est égal à F_0^2 ;

– leur **différence** $F_2 - F_1$ ne dépend pas de la capacité de C, elle ne dépend que de r et de L.

Donc, si nous augmentons la capacité de C, la courbe donnant $|Z|$ en fonction de la fréquence va se déformer comme le montre la figure 37.

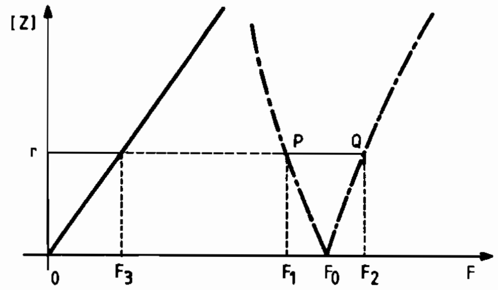


Fig. 39. – Inversement, en partant de la courbe d'impédance d'un bobinage seul (trait plein), on en déduit celle du circuit oscillant série (mixtes) par « transposition » de fréquence : la différence F_2-F_1 est égale à F_3, et la moyenne géométrique de F_1 et F_2 est F_0.

La valeur de F_0 a diminué, celle de F_1 aussi (puisque F_1 est compris entre zéro et F_0).

Pour la même valeur de r, la fréquence F_2 est telle que la différence $F_2 - F_1$ est restée constante.

Pour que cela soit bien visible, il faut utiliser un axe de fréquences gradué « linéairement », l'origine correspondant à la fréquence zéro, et non une graduation « logarithmique » (comme c'était le cas sur les figures 27 et 35).

Augmentons encore plus C... jusqu'à l'infini (ce qui revient à remplacer ce « condensateur de capacité infinie » par un court-circuit), nous arrivons à la « courbe » de la figure 38. Le « circuit oscillant » (qui n'en est plus un) se réduit au seul bobinage, dont l'impédance est $|Z| = 2\pi L$. La « courbe » représentative de cette impédance en fonction de la fréquence est... une droite passant par l'origine.

Dans le cas de la figure 38, F_0 est devenue nulle, donc F_1 aussi. Comme la différence F_2-F_1 n'a pas changé, la valeur de F_2 dans la figure 38 est tout simplement le F_2-F_1 des figures 36 et 37. Or F_2 est très facile à connaître : c'est tout simplement $r/2\pi L$.

REPRENONS CELA DANS L'AUTRE SENS

Nous allons pouvoir, maintenant, faire le même raisonnement « à l'envers ». Nous partirons de la courbe d'impédance de la figure 38 (qui est, en fait, une droite, puisqu'il s'agit d'un bobinage pur), et de la valeur F_3 de fréquence pour laquelle l'impédance de ce bobinage passe par la valeur donnée r (nous l'avons nommée F_3 pour ne pas la confondre avec la valeur F_2 que nous allons rencontrer plus loin).

Pour étudier le comportement du circuit oscillant série, obtenu en mettant, en série avec L, le condensateur C, ce qui donne une fréquence d'accord F_0, nous procéderons comme le montre la figure 39.

Pour chaque valeur choisie d'impédance r, il y a une fréquence F_3 (nous savons que c'est $r/2\pi L$) pour laquelle l'impédance de L seul passe par r. Si nous plaçons maintenant, en série avec L, un condensateur C, qui l'accorde sur F_0, il y a aura deux fréquences, F_1 et F_2, pour lesquelles l'impédance du circuit oscillant ainsi constitué passe par r : ces deux fréquences seront telles que :

$F_2 - F_1 = F_3$ et :

$F_1 F_2 = F_0^2$

La valeur F_0 est la « moyenne géométrique », g, des deux fréquences F_0 et F_1, c'est-à-dire la racine carrée de leur produit.

Si nous disposions de leur moyenne **arithmétique,** a, c'est-à-dire de leur demi-somme :

$a = (F_1 + F_2)/2$

en même temps que de leur différence d (plus facile à écrire que $F_2 - F_1$), le calcul serait immédiat, on aurait :

$F_1 = a - d/2$ et

$F_2 = a + d/2$

Mais la moyenne géométrique g n'est pas la même que la moyenne arithmétique a, elle est plus petite. En fait, dès que la différence d est inférieure au tiers de g (ou de a), la différence relative entre g et a est inférieure à 1,4 %. Si d/g est inférieur à 1/4, il n'y a plus que 0,8 % d'écart relatif entre g et a : on peut parfaitement confondre a et g.

Si d est supérieur au quart de g, il est facile de calculer la valeur exacte de la moyenne arithmétique a, à partir de la moyenne géométrique g et de la différence d, par la formule :

$a = \sqrt{g^2 + (d/2)^2}$

que l'on utilise très facilement sur une calculatrice élémentaire. On obtient alors immédiatement les deux fréquences par :

$F_1 = a - d/2$

$F_2 = a + d/2$

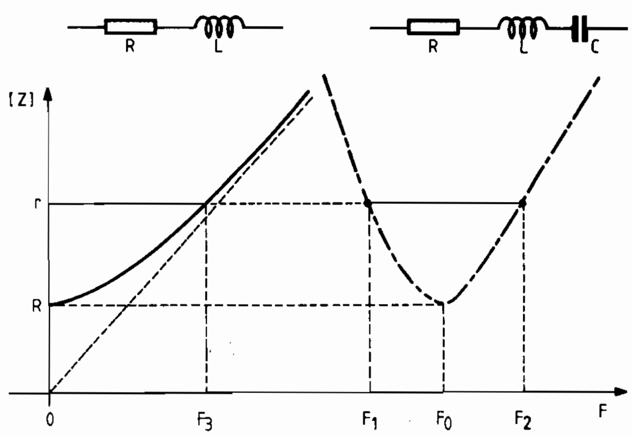


Fig. 40. – De même, en partant de la courbe d'impédance d'un bobinage plus un résisteur, on obtient celle du circuit résonnant série amorti, par la même transposition.

Un exemple ? Supposons d = 100 Hz et F_0 = 200 Hz (= m). La moyenne arithmétique a des fréquences à trouver sera :
$a = \sqrt{(200)^2 + (100/2)^2}$
a = = 206,15
On a donc
F_1 = 206,15 – 50 = 156,15 Hz et
F_2 = 206,15 + 50 = 256,15 Hz

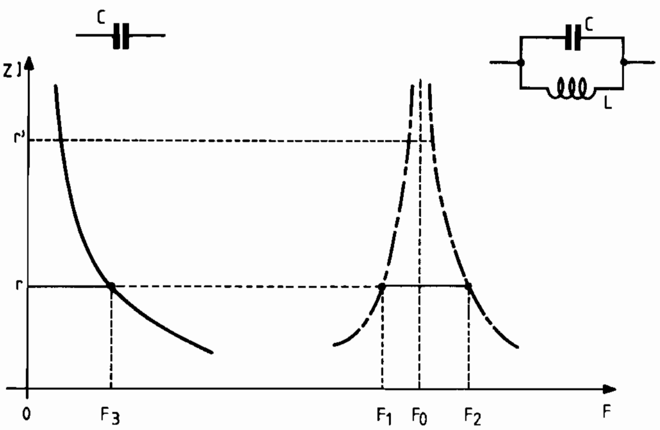


Fig. 41. – A partir de la courbe d'impédance d'un condensateur C (trait plein), on obtient, par transposition, celle du circuit résonnant parallèle (traits mixtes).

QUE NOUS APPORTE CE CALCUL ?

Nous venons, à partir de la « courbe » d'impédance d'un bobinage seul, de tracer, point par point (en répétant la manœuvre indiquée ci-dessus pour plusieurs valeurs de r), la courbe d'impédance d'un circuit résonnant série.

A partir d'une simple droite, représentée par :
$|Z| = 2\pi F L$
nous avons trouvé la courbe, assez complexe, donnant le module de l'impédance du circuit résonnant série.

Pouvons-nous faire mieux ? Bien sûr. La figure 40 nous montre, à gauche, la variation d'impédance d'un bobinage (coefficient de self-induction L) en série avec un résisteur de résistance R. L'impédance minimale, à la fréquence zéro, est évidemment R. Quand la fréquence augmente, la courbe de gauche (en trait plein) se rapproche de plus en plus de la droite pointillée :
$|Z| = 2\pi F L$
puisque la résistance de R compte de moins en moins par rapport à l'impédance de L.

Mettons alors, en série avec L et R, un condensateur C, qui accorde L sur la fréquence F_0. Nous allons construire, par couples de deux points, la courbe (trait mixte) de l'impédance du circuit résonnant série amorti R-L-C.

En effet, pour chaque valeur d'impédance r choisie (supérieure à R, évidemment), il y a une fréquence F_3 pour laquelle l'impédance du circuit R-L passe par r. On en déduit, comme ci-dessus, les deux fréquences F_1 et F_2 pour lesquelles l'impédance du circuit résonnant amorti R-L-C passe par r : elles ont une différence F_3 et leur moyenne géométrique (racine carrée de leur produit) est F_0.

Le point le plus bas, à tangente horizontale, sur la courbe d'impédance du circuit résonnant amorti, est celui qui correspond à la fréquence F_0 et l'impédance R.

Donc, en résumé, ce système permet de prévoir le comportement d'un circuit compliqué (avec R, L et C) à partir de celui d'un circuit bien plus simple (seulement R et L).

Si l'on préfère, on étudie ainsi le circuit résonnant série, autour de la fréquence d'accord F_0, à partir du circuit plus simple R-L, à partir de la fréquence zéro.

UNE AUTRE TRANSPOSITION

Un calcul pas trop méchant (mais que nous « contournerons » lâchement) montre que l'on peut également (fig. 41) déduire la courbe d'impédance du circuit résonnant parallèle (en traits mixtes) de celle du condensateur (en trait plein).

Cette dernière est très simple : on sait que l'impédance du condensateur de capacité C à la fréquence F est, en module :
$|Z| = 1/2\pi F C$

La courbe correspondante part donc de l'infini pour F = 0 et décroît en raison inverse de la fréquence.

Accordons le condensateur C sur la fréquence F_0 par un bobinage L en parallèle avec lui. Nous avons le circuit résonnant parallèle (aussi appelé « circuit antirésonnant » ou « circuit bouchon »), dont nous allons construire la courbe, par couple de deux points, avec une extrême facilité.

En effet, pour chaque valeur d'impédance choisie r, il y a une fréquence F_3 pour laquelle l'impédance de C passe par la valeur r (cette fréquence est tout simplement $F_3 = 1/2\pi C r$). On va, par transposition, lui faire correspondre deux fréquences, F_1 et F_2, pour lesquelles l'impédance du circuit L-C passe par r.

Ces deux fréquences ont une différence égale à F_3 et une moyenne géométrique égale à F_0. On les trouve donc très facilement. En recommençant pour une autre impédance r', on trouve encore deux points de la courbe d'impédance du circuit L-C, etc.

Cette impédance tend vers l'infini quand F tend vers F_0, comme l'impédance de C tend vers l'infini quand F tend vers zéro.

Là aussi, il serait possible (fig. 42) de partir de la courbe d'impédance d'un circuit composé de C en parallèle avec R, et d'en déduire la courbe d'impédance du circuit résonnant parallèle amorti. Le premier (courbe en trait plein) a une impédance qui tend vers R quand la fréquence tend vers zéro, et vers zéro si la fréquence tend vers l'infini.

On en tire la courbe d'impédance du circuit résonnant parallèle amorti (en traits mixtes), passant par un maximum égal à R pour la fréquence de résonance F_0 au circuit constitué par L et C (sans R).

UN RAISONNEMENT « SIMPLIFICATEUR »

On tire donc de ce qui précède la conclusion suivante, qui est l'énoncé complet de la « transposition de fréquence » :

Si l'on considère un filtre (A) composé uniquement :
– de résisteurs ;
– de circuits résonnants série, tous accordés sur une même fréquence F_0 ;
– de circuits résonnants parallèle, tous accordés sur la même fréquence F_0 ;
on peut, pour en étudier le fonctionnement, considérer un filtre (B) obtenu en :

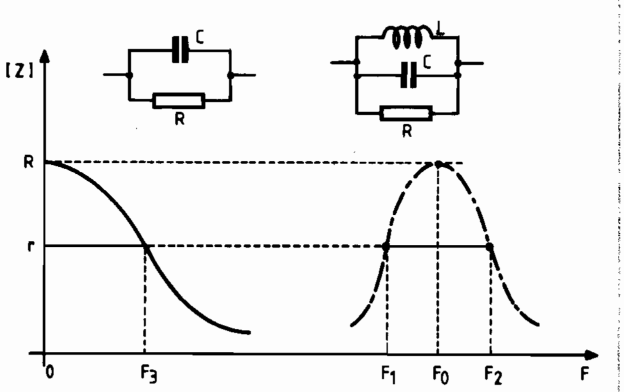


Fig. 42. – A partir de la courbe d'impédance d'un condensateur shunté par un résisteur (en trait plein), on obtient celle du circuit résonnant parallèle (en traits mixtes).

– remplaçant tous les condensateurs des circuits résonnants série par des courts-circuits,
– enlevant tous les bobinages des circuits résonnants parallèle.

L'étude du comportement du filtre (A) dans une bande de fréquence autour de F_0 se ramène alors à l'étude du filtre (B) dans une bande de fréquence partant de zéro.

Cela peut vous sembler un énoncé compliqué, pour ne pas gagner grand-chose. Les exemples vont vous montrer que, au contraire, la méthode est fort simple et conduit à une simplification extraordinaire des filtres, puisqu'elle élimine **la moitié** (eh oui, 50 % !) des composants « réactifs » (bobinages et condensateurs). Or ce sont ces composants qui amènent le plus de complexité dans les calculs.

MAINTENANT ALLONS DU SIMPLE AU COMPLIQUE

Prenons tout de suite un exemple. Considérons (fig. 43a) un filtre passe-bas classique en « pi ». Il est le filtre « inversé par dualité » du passe-haut de la figure 30.

L'« inversion par dualité » est une méthode qui permet de passer, par exemple, d'un passe-haut à un passe-bas, en remplaçant les bobinages par des condensateurs et inversement (en fait, c'est un petit peu plus complexe, mais nous avons déjà assez parlé de transformations pour ne pas détailler le système par dualité dans ces colonnes).

Nous supposerons que ce filtre est réalisé avec deux résisteurs de même valeur R, deux condensateurs de même capacité C, et un bobinage de coefficient de self-induction L, tel que :

$L = 2\,C\,R^2$

Il a alors une réponse de Butterworth, dont la courbe est tracée en trait plein à gauche.

Nous allons en déduire un filtre bien plus complexe, à droite, comportant, en plus du premier :

– deux bobinages L_1, en parallèle sur les condensateurs (accordant ces condensateurs sur une fréquence F_0) ;
– un condensateur C_1, en série avec L, accordant celle-ci sur la même fréquence F_0.

Tout le monde sera d'accord pour dire que le filtre ainsi obtenu est bien plus complexe que le premier. Son étude « directe » n'est pas infaisable, mais, si vous y tenez vraiment, allez-y ! (les frais d'aspirine **ne sont pas** remboursés par l'auteur).

Le premier filtre, le brave passe-bas, ne nécessite, pour son calcul complet, que huit lignes de calcul, à la portée de tout technicien sachant un peu manipuler les impédances en nombres complexes :
– on part de la valeur s, permettant de calculer l'intensité dans le résisteur et le condensateur de droite, donc leur somme qui passe dans L ;
– on ajoute à s la tension aux bornes de L, on trouve la tension v, en haut du condensateur de gauche ;
– on calcule, connaissant v, l'intensité passant dans le condensateur de gauche, que l'on ajoute à celle qui passe dans le bobinage pour avoir l'intensité qui passe dans le résisteur de gauche ;
– on ajoute à la tension v déjà trouvée la chute de tension dans le résisteur de gauche, et l'on obtient la tension d'entrée e.

Comment étudier maintenant le filtre représenté à droite ? Mais gardez-vous-en bien ! Cette étude est **déjà faite :** chaque valeur de transmission t du filtre passe-bas correspond à une fréquence F_3. On en déduit les deux fréquences F_1 et F_2 pour lesquelles la transmission du filtre de droite prend la valeur t.

Ces fréquences sont, sempiternellement, telles que :

$F_2 - F_1 = F_3$
$F_1 \times F_2 = F_0^2$

Et voilà ! Vous avez conçu un filtre passe-bande remarquable... à peu près sans calcul.

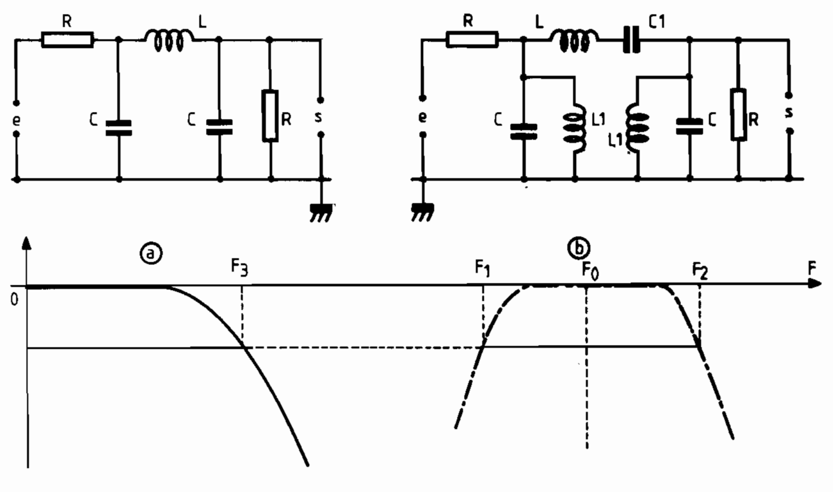


Fig. 43. – On part d'un filtre passe-bas en « pi » (a), et on le transpose en filtre passe-bande, dont la courbe de réponse (en traits mixtes) est tracée à partir de celle du passe-bas (en trait plein).

(à suivre)

J.-P. OEHMICHEN