E11

COURANT ET TENSION EN ALTERNATIF

VALEUR INSTANTANEE : La valeur instantanée d'un signal alternatif sinusoïdal (tension et courant) est la valeur de l'amplitude à un instant donné.

La valeur instantanée d'une tension sinusoïdale est :

La valeur instantanée d'un courant sinusoïdal est :



v = valeur instantanée de la tension sinusoïdale au temps t, en volts (V).

i = valeur instantanée du courant sinusoïdal au temps T, en ampères (A).

V_{max} = valeur crête de la tension sinusoïdale, en volts (V).

 I_{max} = valeur crête du courant sinusoïdal, en ampères (A). ω = pulsation, ou vitesse angulaire, en radians par seconde

t = temps écoulé depuis le début de la sinusoïde, en secondes (s).

Application numérique:

Une tension alternative sinusoïdale de 100 V crête a une fréquence de 50 Hz. Quelle est la valeur instantanée à 7 ms, 10 ms et 15 ms ?

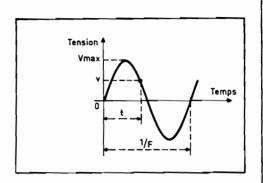
La pulsation ω est égale à 2 π F, soit 2 × 3,1416 × 50, ce qui donne ω = 314,16.

a) à 7 ms, la valeur instantanée v est :

 $100 \sin (314, 16 \times 7 \times 10^{-3}) = 100 \sin 2, 198$, soit 80,9 V.

b) A 10 ms, $v = 100 \sin(314, 16 \times 10 \times 10^{-3}) = 0 \text{ V}$,

c) A 15 ms, $v = 100 \sin 4.71 = -100 \text{ V}$.



VALEUR EFFICACE: La valeur efficace d'un signal alternatif sinusoïdal (tension et courant) est l'amplitude produisant le même effet calorifique qu'un signal continu ayant une amplitude de même valeur

(1 V_{eff} ≡/1 V continu ; 1 A_{eff} ≡1 A continu).

La valeur efficace d'une tension ou d'un courant est donnée par les formules :

$$V_{eff} = \frac{V_{max}}{\sqrt{2}} \qquad \text{ou} \qquad V_{eff} = 0,707 \, V_{max}$$

$$I_{eff} = \frac{I_{max}}{\sqrt{2}} \qquad \text{ou} \qquad I_{eff} = 0,707 \, I_{max}$$

E12

FREQUENCE, PERIODE, PULSATION

PERIODE : La période d'un signal alternatif sinusoïdal (tension et courant) est le temps nécessaire pour un cycle complet.

FREQUENCE : La fréquence est le nombre de périodes par

La relation entre période et fréquence est donnée par les deux formules :

$$T = \frac{1}{F}$$

et



T = période en seconde (s).

F = fréquence en périodes par seconde ou hertz (Hz).

Application numérique:

Si F = 50 Hz, la période T est 0,02 s, soit 20 ms. Si T = 1 μs, la fréquence est 1 MHz.

ALTERNANCE: L'alternance d'un signal alternatif sinusoïdal est égale à une demi-période. (L'alternance positive est celle placée au-dessus de l'axe horizontal, l'alternance négative en dessous de cet axe.)

PULSATION: La pulsation, ou vitesse angulaire, est la valeur de la variation angulaire d'un signal sinusoïdal pour une variation de temps donné.

$$\omega = \frac{\text{angle de variation}}{\text{temps de variation}}$$

Formules pratiques :

$$\omega = \frac{2\pi}{T}$$

ef

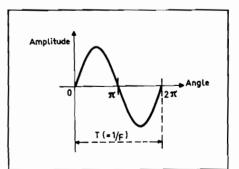
$$\omega = 2 \pi F$$

ω = pulsation, en radians par seconde (rad/s)

T = période, en secondes (s)

F = fréquence, en hertz (Hz)

 $\pi = 3,1416.$



De ces formules, on obtient celles pour le calcul des valeurs crêtes :

$V_{\text{max}} = V_{\text{eff}} \times \sqrt{2}$	ou	$V_{\text{max}} = 1,414 V_{\text{eff}}$
$I_{\text{max}} = I_{\text{eff}} \times \sqrt{2}$	OU	$I_{\text{max}} = 1,414 I_{\text{eff}}$

VALEUR MOYENNE : La valeur moyenne d'un signal périodique (tension et courant) est l'amplitude relevée à la lecture de la déviation de l'aiguille d'un galvanomètre.

La valeur moyenne d'un signal alternatif sinusoïdal (tension et courant) est nulle.

La valeur moyenne d'un signal sinusoïdal redressé est donnée par les formules ci-dessous :

a) Redressement double alternance :

$V_{\text{moy}} = \frac{2V_{\text{max}}}{\pi}$	ου	$V_{\text{may}} = 0.637 V_{\text{max}}$
$I_{\text{moy}} = \frac{2 I_{\text{mox}}}{\pi}$	ου	$I_{\text{moy}} = 0,637 V_{\text{max}}$

b) Redressement monoalternance:

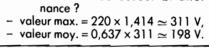
$V_{\text{moy}} = \frac{V_{\text{max}}}{\pi}$	OU	$V_{\text{moy}} = 0.318 V_{\text{max}}$
$I_{\text{moy}} = \frac{I_{\text{max}}}{\pi}$	ou	$I_{moy} = 0.318 I_{max}$

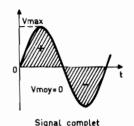
Remarques :

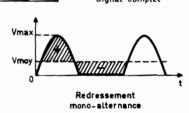
- Les mêmes unités (volt et ampère) expriment les valeurs instantanées, crêtes, efficaces et moyennes.
- Ces formules ne sont valables que pour des signaux sinusoïdaux.
- La valeur d'une tension ou d'un courant lue sur un appareil de mesure est donnée en valeur efficace (en anglais : RMS).
- Lorsque, en alternatif, on parle de « volt » ou d'« ampère » sans mentionner max, eff ou moy, il s'agit de valeur efficace.

Application numérique :

Quelle est la valeur maximale d'une tension alternative de 220 V? Quelle est sa valeur moyenne après son passage dans un redresseur bi-alternance?



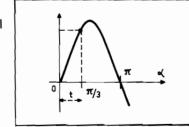




Applications numériques :

1° Un signal de 50 Hz a une pulsation de : $2 \times 3,1416 \times 50 = 314,16$ rads/s.

2° On demande quelle est la pulsation du signal représenté ci-contre, sachant que t = 4 millisecondes.



L'angle de variation étant de $\pi/3$ pour une durée de 4 ms, la pulsation ω est de :

$$\frac{\pi/3}{4 \times 10^{-3}} \text{ soit } \frac{\pi \times 10^3}{4 \times 3} = 261,8 \text{ radians par seconde}$$

3° Le signal représenté ci-dessous est composé de quatre périodes dont la durée totale est de 100 microsecondes. Quelle est la fréquence de ce signal ?

La durée d'une période est de 100/4 soit 25 μ s. La fréquence est donc :

$$F = \frac{1}{25 \times 10^{-6}} = \frac{10^{6}}{25}$$
 soit 40 000 Hz ou 40 kHz.

Remarque :

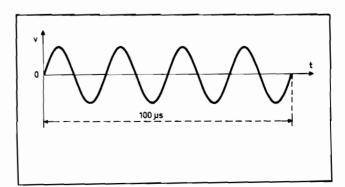
Redressement double alternance

Vmax

En électronique, les fréquences sont le plus souvent exprimées par les multiples du hertz : kilohertz, mégahertz et gigahertz. De même, les périodes les plus courantes sont la milliseconde, la microseconde et la nanoseconde.

La relation entre ces multiples et sous-multiples est donnée cianrès.

1 gigahertz (GHz) = 10^9 Hz = 1000000000 Hz 1 mégahertz (MHz) = 10^6 Hz = 1000000 Hz 1 kilohertz (kHz) = 10^3 Hz = 10000 Hz 1 milliseconde (ms) = 10^{-3} s = 0,001 s 1 microseconde (μ s) = 10^{-6} s = 0,000000 s 1 nanoseconde (ns) = 10^{-9} s = 0,000000



E14

PUISSANCE ELECTRONIQUE (EN ALTERNATIF)

La puissance électrique développée par un courant alternatif dépend des éléments (résistifs, inductifs, capacitifs) constituant le circuit.

Cette puissance est donnée par la formule générale :

$$P = V_{eff} \times I_{eff} \times \cos \varphi$$

P = puissance « active » en watts (W) $V_{eff} = valeur$ efficace de la tension aux bornes du circuit, en

leff = valeur efficace du courant dans le circuit, en ampères (A) Le facteur de puissance $\cos \varphi$ est le cosinus de l'angle de déphasage R/Z.

$$\cos \varphi = \frac{R}{Z}$$

 $R = résistance du circuit, en ohms (<math>\Omega$)

 $Z = impédance du circuit, en ohms (<math>\Omega$)

Dans un circuit purement résistif (courant et tension en phase), on $a : \cos \varphi = 1$

Dans un circuit inductif ou capacitif (déphasage entre la tension et le courant), on distingue :

la puissance « apparente » Ps, en volts-ampères ;

- la puissance « réactive » Pq, en volts-ampères-réactifs ou VAR.

$$P_s = V_{eff} \times I_{eff}$$

$$P_q = V_{eff} \times I_{eff} \times \sin \varphi$$

avec

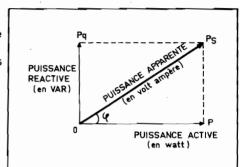
$$\sin \varphi = \frac{X}{Z}$$

 $X = réactance du circuit, en ohm (<math>\Omega$)

Les formules de puissance sont parfois données sous la forme :

$$P_s = \sqrt{P^2 + P_q^2}$$

et
$$P = P_s \cos \varphi$$



Le facteur de puissance est également donné sous la forme :

$$\cos \varphi = \frac{P}{P_s}$$

E13

DEPHASAGE

DEPHASAGE : Il y a déphasage d'un signal alternatif par rapport à un autre lorsque ces deux signaux, bien que de même période, ont leur origine décalée l'une par rapport à l'autre.

La valeur instantanée d'un signal déphasé est donnée par la formule :

$$v = V_{sin} (\omega t - \varphi)$$
 (cas d'une tension)

$$i = I_{sin} (\omega t - \varphi)$$
 (cas d'un courant)

 φ = angle de déphasage en radians (rd)

Remarques:

Sur la figure ci-contre, la tension V_2 est déphasée de $\varphi = \pi/4$. Les tensions ont pour valeur :

$$v_1 = V_1 \sin \omega_t$$

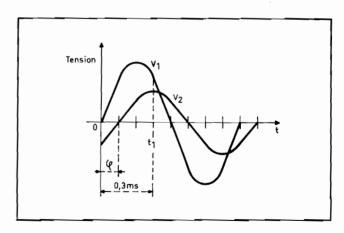
$$v_2 = V_2 \sin (\omega t - \pi/4)$$

On reconnaît que V₁ est en avance sur V₂ en se déplaçant sur l'axe horizontal à partir de l'origine vers la droite : la crête positive de V₁ apparaît avant celle de V₂.

La valeur instantanée peut être connue à l'aide d'une calculatrice, ne pas oublier de la régler sur la position « RAD ».

Au cas où la valeur de φ est donnée en degrés, la calculatrice doit être réglée sur « DEG », et la valeur de la pulsation ω est 360 F, ou 360/T.

Si l'angle ω est donné en grades, la calculatrice est réglée sur « GRAĎ », et la pulsation a pour valeur 400 F ou 400/T.



Remarques:

- La puissance active P est celle mesurée par un wattmètre.
- La puissance apparente Ps est celle mesurée par un voltmètre et un ampèremètre.

Applications numériques :

1° La valeur lue sur un wattmètre est de 2 W. On sait que R = 1 000 Ω et Z = 1 414 Ω . Quelle est la valeur de la puissance apparente et de la puissance réactive ?

Valeur du facteur de puissance :

$$\cos \varphi = \frac{1000}{1414} = 0,707$$

On utilise la formule $P = P_s \cos \varphi$ d'où l'on tire la valeur de la puissance apparente:

$$P_s = \frac{P}{\cos \varphi} = \frac{2}{0.707}$$

soit une puissance apparente de 2,83 volts-ampères. La valeur de la puissance réactive est obtenue en transformant la formule :

$$P_s = \sqrt{P^2 + P_q^2}$$
, soit $P_q = \sqrt{P_s^2 - P_s^2}$, ce qui donne $P_q = \sqrt{(2,83)^2 - (2)^2}$,

d'où une puissance réactive de 2 VAR.

2° Un circuit d'impédance 50 Ω et de résistance 30 Ω est alimenté sous 220 V. Quelle est la puissance apparente et la puissance active?

Le cosinus φ est égal à :

$$\frac{30}{50} = 0,6$$

Pour calculer les puissances, il faut connaître le courant leff. Il est égal à :

$$\frac{220}{50} = 4.4 \text{ A},$$

ce qui donne une puissance apparente égale à : $P_s = 220 \times 4.4 = 968 \text{ VA}.$

On peut également calculer cette puissance d'une façon plus directe par la formule classique:

$$P^s = \frac{E^2_{eff}}{Z}$$
 soit $\frac{(220)^2}{50} = 968 \text{ VA}$

La puissance active est donnée par : $P = P_s \times \cos \varphi = 968 \times 0.6 = 580.8 \text{ W}.$

Application numérique :

Les deux tensions alternatives représentées sur la figure ont une fréquence de 1 250 Hz. Les amplitudes sont :

 $V_{1max} = 60 \text{ V et } V_{2max} = 40 \text{ V}.$

L'angle φ est égal à $\pi/4$.

On désire connaître la valeur instantanée des deux tensions au temps $t_1 (= 0.3 \text{ ms})$.

La pulsation est égale à 2 x 3,1416 x 1 250, soit $\omega = 7.854 \text{ rd/sec.}$

La tension v1 au temps t1 est égale à : $60 \sin (7.854 \times 0.3 \times 10^{-3}) \simeq 42.4 \text{ V}.$

La tension v_2 au même moment est égale à : $40 \sin \left[7.854 \times 0.3 \times 10^{-3} - \pi/4\right] = 40 \text{ V}$

Si le déphasage est donné en degrés (φ = 45°), la pulsation est ω = 360 × 1 250 soit 450 × 10³ degrés/seconde. On re-

trouve les mêmes amplitudes : $v_1 = 60 \sin{(450 \times 10^3 \times 0.3 \times 10^{-3})} \simeq 42.4 \text{ V}$ $v_2 = 40 \sin{[(450 \times 10^3 \times 0.3 \times 10^{-3}) - 45]} = 40 \text{ V}$

Si le déphasage est donné en grades (φ = 50 grades), la pulsation est ω = 400 × 1 250 soit 5 × 10⁵ grades/seconde. Le calcul des amplitudes donne :

 $v_1 = 60 \sin (5 \times 10^5 \times 0.3 \times 10^{-3}) \simeq 42.4 \text{ V}$ $v_2 = 40 \sin [(5 \times 10^5 \times 0.3 \times 10^{-3}) - 50] = 40 \text{ V}$

Conversion des unités courantes d'angle plan

1 radian = 57,32 degrés ou 57°17'14"

1 radian = 63,66 grades 1 degré = 0,01745 radian ou 17,45 milliradians (mrd)

degré = 1,111 grade grade = 0,9 degré ou 0°54' grade = 0,0157 radian ou 15,7 milliradians (mrd)

Applications numériques :

1º Nous avons un angle de 100 mrd dont nous voulons connaître la valeur en degrés. Il suffit de multiplier 0,1 rd par 57,32, ce qui donne 5,73°.

2° Quelle est la valeur en radians d'un angle de 45 degrés ? En multipliant 45 par 0,01745, on obtient 0,785 rd.