(Suite — Voir n° 1 313)

LES LIGNES RÉSONNANTES

COMME nous l'avons constaté, au fur et à mesure que la fréquence augmente, il devient de plus en plus difficile de conserver un rapport self/ capacité convenable. De plus chaque élément constituant le circuit possède des caractéristiques qui se définissent d'autant moins que la longueur d'onde diminue. Les capacités ont une partie inductive non négligeable, ne serait-ce que par leurs connexions. De même, les inductances ont des capacités réparties qui représentent une partie importante de leurs caractéristiques et petit à petit, on arrive à des circuits qui ont pour caractéristiques des constantes distribuées, par opposition aux circuits dits, à constantes localisées utilisés aux fréquences plus basses. On va donc chercher à rendre utilisables ces caractéristiques. Ce qui nous amène à la notion de ligne qui possède une réactance capacitive et une réactance inductive proportionnelle à sa longueur et dont une portion présentant ces caractéristiques peut être employée comme circuit résonnant.

On en arrive donc à une notion différente de ces circuits : les caractéristiques étant fixées par les dimensions physiques de la ligne ainsi constituée, on va chercher à obtenir — ceci d'ailleurs avec relativement de facilité — des circuits

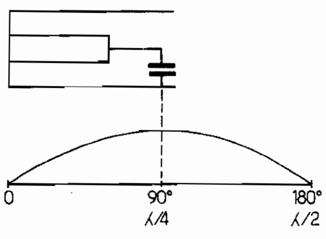


Fig. 3

qui, à vide, possèdent un coefficient de qualité le plus grand possible. Ensuite ce circuit sera chargé par des éléments, tube ou utilisation qui détermineront ses qualités d'exploitation.

Notons en passant, que pratiquement, les capacités de sortie du tube électronique continuent à conserver des constantes dites localisées.

En outre, dans la plupart des cas, les pertes ohmiques en HF des éléments extérieurs au tube sont si faibles, comparées à la

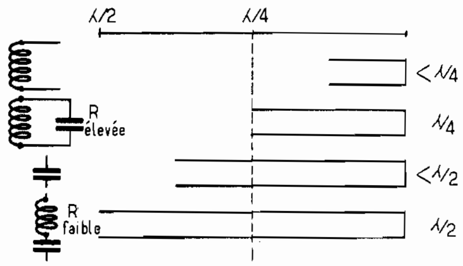


FIG. 4.

charge introduite par ce tube, qu'elles peuvent être pratiquement négligées. Ainsi, lorsque les circuits sont des portions de ligne résonnantes, ils fonctionnent de façon très similaire à des circuits à constantes localisées.

Les circuits à ligne présentent leur meilleur emploi entre 100 et 500 MHz, c'est-à-dire, dans une bande de fréquences qui leur donne des dimensions mécaniques raisonnables et les rend faciles à utiliser. Ce sont des portions de ligne classiques, dont l'impédance caractéristique est nettement définie et intervient de façon précise dans les caractéristiques du circuit ainsi composé.

La méthode générale employée pour assimiler ces circuits à ceux, dits à constantes localisées, fait appel à la notion de la distribution de tension le long de la ligne résonnante. Cette distribution est composée de la fraction appropriée de la sinusoïde. Elle correspond à la longueur d'onde utilisée pour calculer l'énergie totale emmagasinée dans le circuit en intégrant le produit :

$$\frac{1}{2}\,CV^2$$

pour la longueur électrique totale et dans lequel C est la capacité par unité de longueur.

L'énergie emmagasinée aux bornes de la ligne est ainsi assimilée à celle du circuit équivalent utilisé aux fréquences plus basses.

Si la longueur de la ligne présente une relation précise avec la longueur d'onde, on trouve les résultats suivants :

Toute longueur électrique de portion de ligne *ouverte* à une extrémité comprise entre 0 et $\lambda/4$, présente une réactance inductive. Cela signifie qu'il faut y adjoindre une capacité, pour obtenir la résonance à la fréquence correspondant à cette longueur d'onde. C'est le cas qui nous intéresse en particulier.

Pour une longueur électrique exactement égale à $\lambda/4$, on obtient une impédance infinie dans le cas de pertes nulles. Ceci peut alors être assimilé à un circuit ouvert. C'est la résonance parallèle ou antirésonance.

Pour des valeurs comprises entre $\lambda/4$ et $\lambda/2$, la réactance devient capacitive. Cela signifie qu'il faut ajouter une inductance au circuit pour obtenir la résonance à la fréquence considérée.

Pour une longueur correspondant à $\lambda/2$ exactement, on obtient un circuit résonnant série. Les réactances sont annulées, la résistance pour la fréquence considérée devient très faible. Elle est égale à la résistance des pertes.

Pour des longueurs électriques plus grandes, les mêmes phénomènes se reproduisent régulièrement dans le même ordre : 3 $\lambda/4$ reproduit les phénomènes de $\lambda/4$, etc.

Et cela, pour des portions de ligne fermées à une extrémité et ouvertes à l'autre.

Des phénomènes inverses seront observés si la ligne est ouverte aux deux extrémités et de même si elle est fermée aux deux extrémités également.

La figure V-4 représente les différents cas et le tableau 1 résume la situation correspondante.

Nous avons vu que, pour une longueur électrique exactement égale à $\lambda/4$, on obtient la résonance. Cette longueur est réduite par la présence de la capacité répartie propre aux caractéristiques de la ligne considérée et par conséquent elle est plus faible que le quart de la longueur d'onde dans l'air.

La longueur mécanique correspondant à la longueur électrique $\lambda/4$ se trouve encore raccourcie par la capacité présentée par l'utilisation et éventuellement les systèmes de réglage.

Ainsi qu'on peut le voir dans la figure V-5.

La tension est maximale à l'extrémité ouverte de la ligne et le courant minimal.

De même, la tension est minimale en O et le courant maximal. C'est à cet endroit que le champ

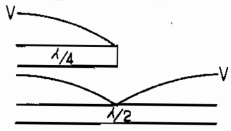
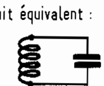
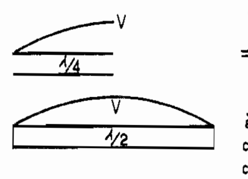
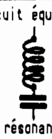
Pour un circuit donné et lorsque la fréquence est ajustée. Le circuit présente les caractéristiques suivantes :		Pour une fréquence donnée et lorsque le circuit est ajusté. Le circuit présente les caractéristiques suivantes :	
au-dessus de la résonance	au-dessous de la résonance	au-dessus de la résonance	au-dessous de la résonance
réact. capac. et $X_L > X_C$	réact. ind. et $X_C > X_L$	réact. ind. et $X_L > X_C$	réact. capac. et $X_L > X_C$
		circuit équivalent : =  à la résonance : Impédance élevée - se comporte comme un circuit ouvert.	
réact. ind. et $X_L > X_C$	réact. capac. et $X_C > X_L$	réact. capac. et $X_C > X_L$	réact. ind. et $X_L > X_C$
		circuit équivalent : =  à la résonance : Impédance très faible correspondant aux pertes - se comporte comme un court-circuit.	

Tableau 1

magnétique est maximal de même que l'induction.

Entre ces deux points, la tension et le courant varient de façon inverse et continue.

On peut en déduire une valeur d'impédance correspondante à un point donné :

$$Z = \frac{V}{I}$$

Donc à l'extrémité ouverte, Z est maximum, V maximum, et I minimum.

L'impédance Z à un point quelconque de la ligne est le rapport de la tension sur le courant à ce point. Puisque la tension et le courant ne sont pas nécessairement en phase, Z est généralement un nombre complexe et,

$$Z = R + jX$$

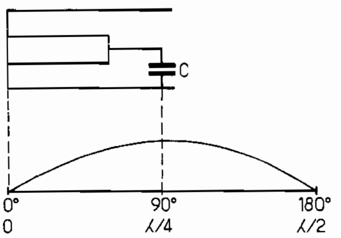
dans laquelle R représente la part réelle et est appelée résistance, et la part imaginaire X est appelée la réactance. Si X est positif, la réactance est inductive. A l'inverse, une réactance négative est capacitive.

Le voltage et le courant en un point de la ligne dépendent de la charge à l'extrémité de la ligne et de la distance de ce point à la charge. L'impédance dépend donc de la charge et de la distance.

Si le point considéré est à l'extrémité ouverte de la ligne, l'impédance d'entrée est fonction de la longueur de la ligne et de la charge à cette extrémité.

L'impédance à une distance l de la charge est :

$$Zl = \frac{El}{I_L} = \frac{E_L \cos \beta l + jZc\, L_L \sin \beta l}{I_L \cos \beta l + \frac{jE_L}{Zc} \sin \beta l}$$



dans laquelle El et Il sont mesurés à un point situé à une distance l de la charge. E_L et I_L sont les valeurs aux bornes de la charge, β est la constante de phase et βl représente aussi la longueur électrique du point l à la charge.

Si le numérateur et le dénominateur de la partie droite de la formule sont multipliés par :

$$\frac{Zc}{I \cos}$$

l'impédance en un point de la ligne devient :

$$Zl = Zc\frac{Z_L + jZc \operatorname{tg} \beta l}{Zc + jZ_L \operatorname{tg} \beta l}$$

Naturellement, si l est la longueur de la ligne, Zl est l'impédance d'entrée.

On notera que la valeur tan βl est une fonction périodique qui se reproduit tous les 180° ou demi-onde.

Cette équation est très importante. A partir de là, il est possible de déterminer l'impédance d'entrée avec n'importe quelle charge, ou encore d'adapter une charge ou une ligne pour présenter des conditions d'entrée déterminées. Il existe plusieurs cas précis d'un intérêt particulier :

Si la ligne est terminée par son impédance caractéristique, Z_L = Zc et Zl = Zc, et suivant le cas $L \geqslant l > 0$.

Cela est vrai pour n'importe quelle valeur de l et n'importe quelle valeur de β. Si l est fixe, β peut varier avec la fréquence de résonance.

Si la ligne est terminée par un court-circuit, on a :

$$ZL = 0 \text{ et } Zl = jZc \operatorname{tg} \beta l$$

Si la ligne est terminée sur un circuit ouvert, on a :

$$ZL = \infty \text{ et } Zl = jZc \operatorname{ctg} \beta l$$

Ces équations montrent toutes deux que l'impédance d'entrée est une réactance pure.

Quand une ligne est égale électriquement à λ ou à un multiple impair de λ.

$$\operatorname{tg} \beta l = \infty$$

$$\text{et } ZL = Zc \operatorname{tg} \beta l = Zc \times \infty = \infty$$

C'est la condition de résonance.

C'est dans ces conditions que nous allons utiliser une portion de ligne résonnante. Comme nous allons y associer des éléments pour pouvoir l'utiliser nous serons obligés de raccourcir cette ligne afin de compenser l'augmentation de capacité à ses bornes et ainsi raccourcie la portion de ligne présente

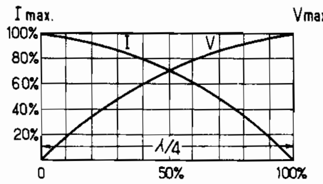


FIG. 5.

évidemment pour la fréquence considérée une réactance inductive.

Si nous prenons maintenant le problème à l'envers :

Nous savons qu'il y a résonance, lorsque la réactance inductive est égale à la réactance capacitive pour la fréquence considérée. Ceci s'exprime par la formule :

$$XL = XC \text{ ; ou encore } L\omega = \frac{1}{C\omega}$$

Dans notre cas la réactance capacitive sera constituée par : la capacité de sortie du tube utilisé, plus les capacités additionnelles servant au réglage du circuit. Nous en arrivons donc à l'équation suivante qui est la formule-clé qui va nous servir à déterminer les éléments de notre circuit :

$$XC = Zc \operatorname{tg} \beta l$$

La valeur βl peut également s'exprimer par le signe α. α est égal à la longueur électrique de la ligne exprimée en degrés. On sait d'ailleurs qu'en trigonométrie, on traduit la valeur de 360° par l'équivalent 2 π radians.

$$\alpha = \frac{2\pi l}{\lambda} = \beta l$$

α = longueur de la ligne en degrés ; β = nombre de degrés par cm de ligne pour la fréquence considérée ; l = longueur électrique de la ligne en cm.

Le tableau suivant nous donne l'équivalence entre les tangentes et les degrés pour les valeurs comprises entre 0 et 90 °. Ce sont les valeurs qui nous intéressent pour les lignes de longueur inférieure à $\frac{\lambda}{4}$ ou 90°.

Calcul de la longueur électrique de l'élément quart d'onde.

La formule utilisable pour déterminer la longueur électrique d'une ligne $\lambda/4$ est dérivée de l'équation générale de la théorie des lignes de transmission et s'exprime par

$$Xc = Zo \operatorname{tg} \beta l$$

Dans laquelle, Xc est la réactance capacitive placée à l'extrémité ouverte de la ligne $\lambda/4$. Zo est l'impédance caractéristique de la ligne β est le nombre de degrés électriques par unité de longueur à la fréquence considérée (par exemple : 360° divisé par la longueur d'onde en espace libre). l est la longueur physique de la ligne, comme précédemment.

La figure V-6 donne les différentes valeurs de Xc en fonction de la capacité pour les bandes 144 MHz, 432 MHz, 1 296 MHz et l'abaque de la figure V-7 permet d'apprécier Xc en fonction de la fréquence et des éléments constitutifs L et C de n'importe quel circuit.

On voit par la lecture de cet abaque et de l'application de la formule précédente qu'on ne pourra tolérer pour les fréquences les plus élevées, que beaucoup moins de capacité que pour les fréquences les plus basses, les variations étant extrêmement rapides. Pour une capacité donnée, Xc augmente avec la fréquence, tandis que l diminue. L'abaque suivant donne les mêmes renseignements pour une gamme de fréquences allant de 10 à 3 000 MHz (Fig. V-8).

Valeurs de la tangente correspondante pour des valeurs de degrés comprise entre 0 et 90°.

Degrés Tangente		Degrés Tangente
0 = 0,000		
1 = 0,017	11 = 0,19	21 = 0,38
2 = 0,035	12 = 0,21	22 = [illegible],40
3 = 0,052	13 = 0,23	23 = [illegible],42
4 = 0,070	14 = 0,25	24 × [illegible],44
5 = 0,087	15 = 0,26	25 = 0,46
6 = 0,100	16 = 0,28	26 = 0,48
7 = 0,122	17 = 0,30	27 = 0,51
8 = 0,140	18 = 0,32	28 = 0,53
9 = 0,150	19 = 0,34	29 = 0,55
10 = 0,170	20 = 0,36	30 = 0,57
31 = 0,60	41 = 0,87	51 = 1.23
32 = 0,62	42 = 0,90	52 = 1,28
33 = 0,65	43 = 0,93	53 = 1,33
34 = 0,67	44 = 0,96	54 = 1,37
35 = 0,70	45 = 1,00	55 = 1,43
36 = 0,72	46 = 1,03	56 = 1,48
37 = 0,75	47 = 1,07	57 = 1,54
38 = 0,78	48 = 1,11	58 = 1,60
39 = 0,81	49 = 1,15	59 = 1.66
40 = 0,84	50 = 1,19	60 = 1,73
61 = 1,80	71 = 2,90	81 = 6.31
62 = 1,88	72 = 3,08	82 = 7,00
63 = 1,96	73 = 3,27	83 = 8,14
64 = 2,00	74 = 3,49	84 = 9,50
65 = 2,14	75 = 3,73	85 = 11,43
66 = 2,24	76 = 4,00	86 = 14,30
67 = 2,35	77 = 4,33	87 = 19,00
68 = 2,47	78 = 4,70	88 = 28,60
69 = 2,60	79 = 5,14	89 = 57,00
70 = 2,75	80 = 5,70	90

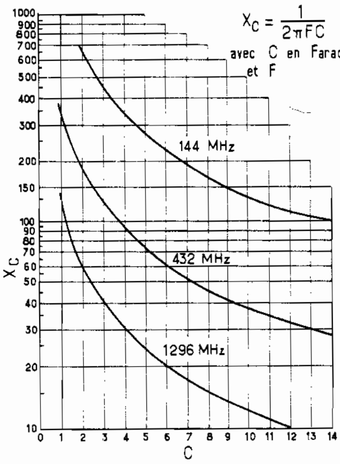


FIG. 6.

Valeurs particulières du nombre de degrés électriques par unité de longueur pour quelques fréquences intéressantes :

MHz	λ	$\lambda/2$	$\lambda/4$	β/cm
144	2,08	1,04	0,52	1,72
432	0,69	0,34	0,18	5,20
1 296	0,23	0,11	0,05	15,50

Valeurs obtenues en appliquant la formule générale suivante :

$$\beta°/\text{cm} = \frac{90 \times 4}{\lambda}$$

Les abaques ci-de[illegible]us (Fig. V-9 et V-10) nous d[illegible]nt des renseignements comple[illegible]entaires sur la longueur électrique équivalent en degrés d'une ligne quart d'onde et sur la réactance terminale d'une ligne $\lambda/4$ raccourcie.

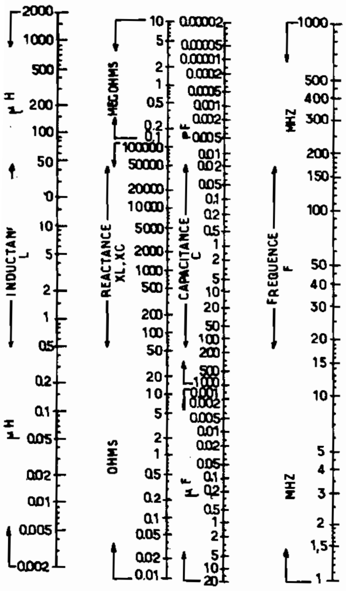


FIG. 7.

Pour une ligne ouverte (SO), $Z = jXoc$

$$\text{avec } Xoc = \frac{Zo}{\text{tg } l^o}$$

Pour une ligne fermée (SS), $Z = -jXss$

$$\text{avec } Xss = Zo \text{ tg } l^o$$

$$\text{pour } l^o = \frac{360 \text{ L (cm)}}{\lambda \text{ (cm)}}$$

Enfin, il nous a semblé utile de donner, sous forme d'abaque, (Fig. V-11), les équivalentes en tangente de l'angle en degrés représentant la longueur électrique de la ligne, ainsi que pour plus de commodité, la valeur d'une capacité en fonction de la surface de ses deux armatures en regard (Fig. V-12). La valeur de la capacité d'un condensateur formé par deux lames parallèles est donnée par la formule :

$$CpF = \frac{K.\,S}{4\pi\, e}$$

dans laquelle : C est en pF ; K, la constante diélectrique de l'interlame (1 dans l'air) ; S, surface d'une armature en cm² ; *e*, écartement en cm.

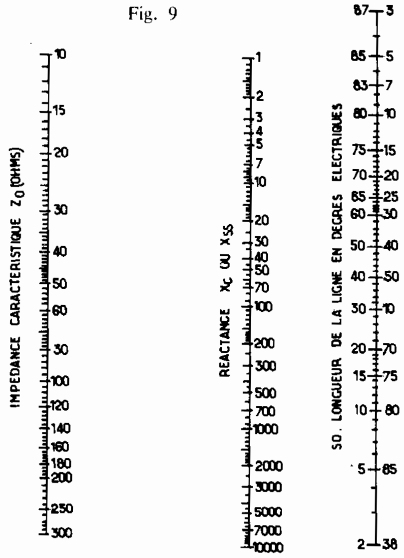
En remplaçant 4 π par sa valeur, pour un condensateur constitué par 2 armatures isolées en l'air il vient :

$$CpF = \frac{S \text{ cm}^2}{e} \times 0{,}0885$$

Si *e* est pris en mm, la formule devient :

$$CpF = \frac{0{,}885\ S}{e}$$

Fig. 9



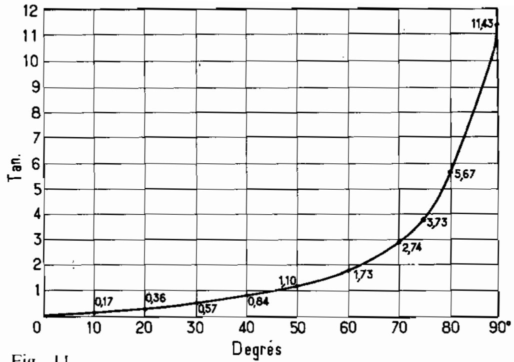


Fig. 11

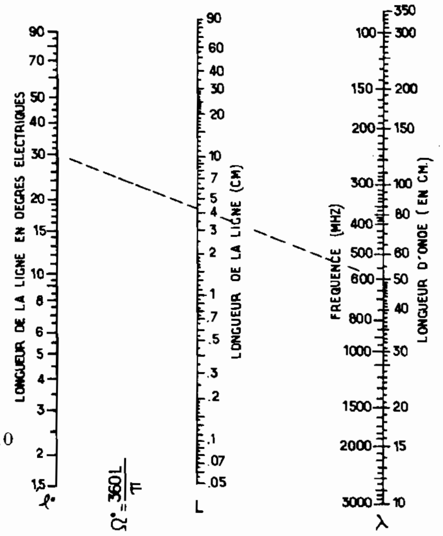
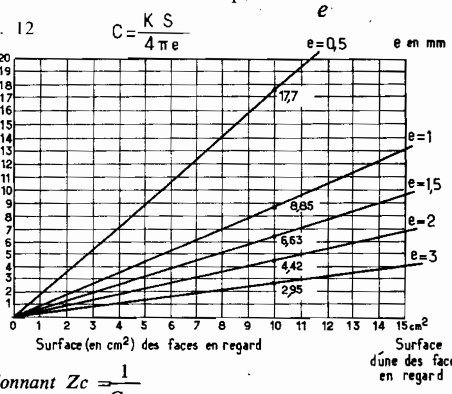


Fig. 10

Fig. 12



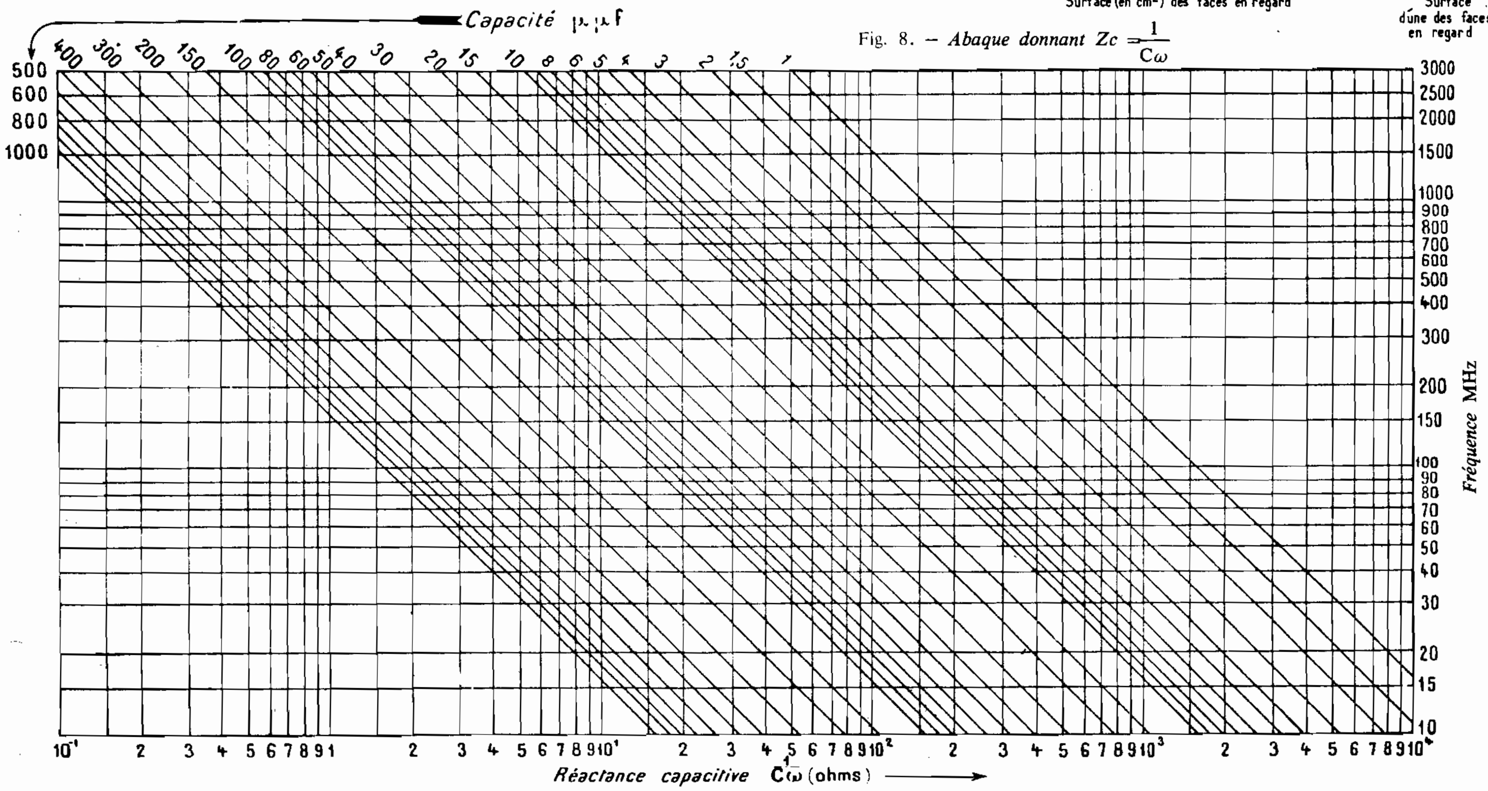


Fig. 8. — *Abaque donnant* $Zc = \frac{1}{C\omega}$