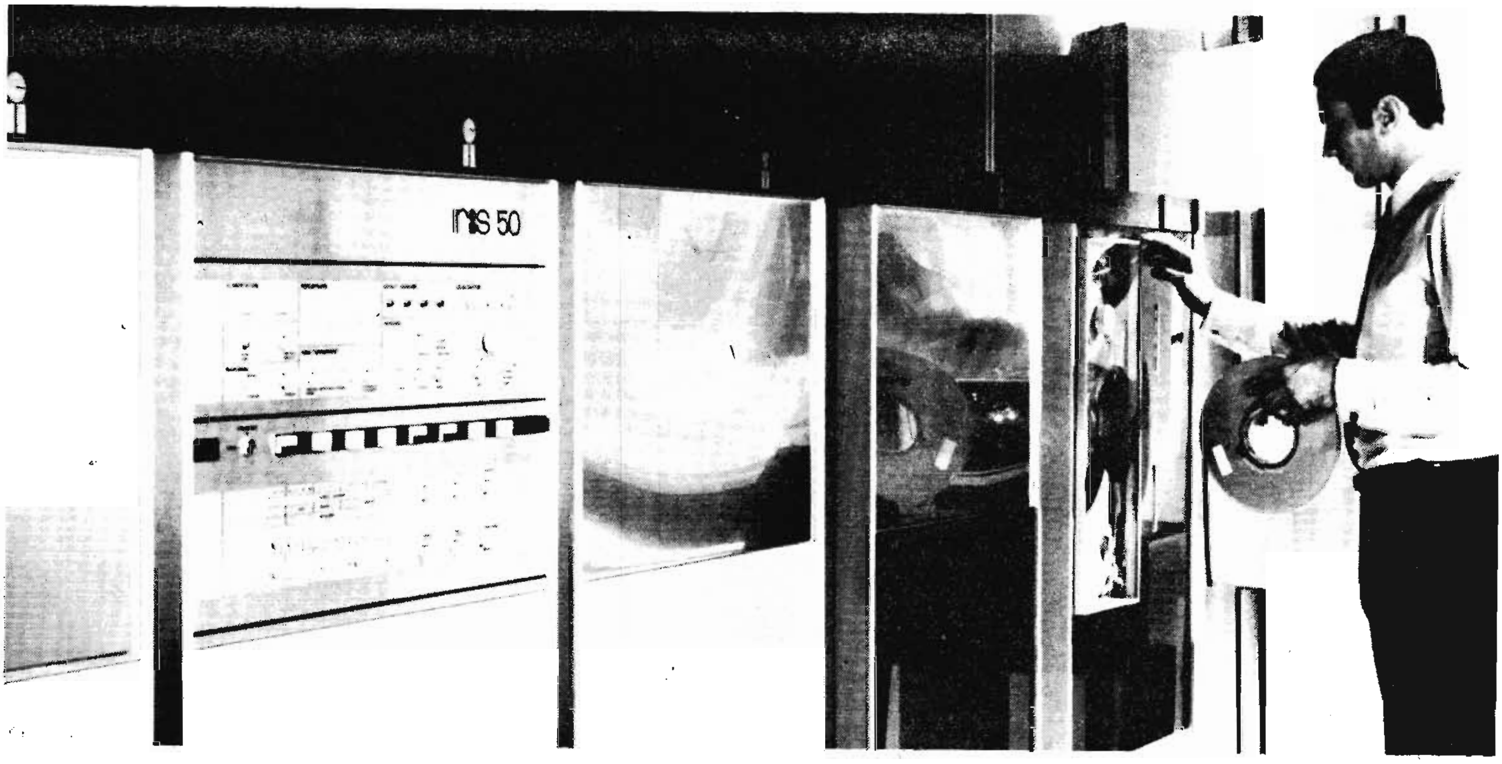


MARC FERRETTI

LES ORDINATEURS :

CES MINIS QUI IMITENT LES GRANDS LES SPÉCIALISTES

LE microcalculateur électronique se spécialise. Il ne sert pas uniquement au calcul des fonctions mathématiques : logarithmes, exponentielles, fonctions trigonométriques ou autres ; il peut aussi exécuter des chaînes d'opérations souvent utilisées par tel ou tel corps de métier.

Ainsi, pour les statisticiens, il convient de trouver celle des valeurs qui reflète le mieux un ensemble de valeurs tirées de nombreuses observations. On définit, pour chaque observation, un « écart » représentant la différence entre la valeur représentative de cette observation et la valeur la plus représentative de l'ensemble des observations.

Considérons n observations caractérisées par les n valeurs x_1, x_2, x_3,... x_n, et soit a la valeur la plus représentative de celles-ci. Les n écarts seront, évidemment : $(x_1 - a)$, $(x_2 - a)$, $(x_3 - a)$,... $(x_n - a)$. Pour définir cette valeur la plus représentative, on a recours au principe des moindres carrés ; on cherche la valeur minimale de la somme des carrés des écarts, c'est-à-dire la valeur minimale de l'expression :

$$S = (x_1 - a)^2 + (x_2 - a)^2 + ... + (x_n - a)^2$$

Pour trouver cette valeur minimale, le nombre a doit être traité comme une variable, et les valeurs x_i doivent être fixées. On obtient, ainsi, une fonction S de la variable a, et il faut minimaliser cette fonction S. Pour ce faire, on calcule les dérivée de S par rapport à la variable a. Cette dérivée est égale à la somme des dérivées de chacun des carrés, soit la somme de $- 2 (x_1 - a)$, $- 2(x_2 - a)$, $- 2(x_3 - a)$, ..., $(- 2x_n - a)$. Lorsque S sera minimale, la dérivée de S sera nulle, et l'on aura donc :

$$- 2(x_1 - a) - 2(x_2 - a) - ... - 2(x_n - a) = 0$$

si bien que finalement, en opérant un regroupement et en simplifiant :

$$a = (x_1 + x_2 + ... + x_n)/n$$

La valeur la plus représentative des n observations, celle qui permet d'obtenir les moindres carrés, est la moyenne arithmétique des n valeurs tirées des observations.

La moyenne arithmétique des carrés des écarts est appelée la variance ; l'écart-type est la racine carrée de la variance.

Par exemple, prenons un lot de cinq résistances électriques dont les valeurs sont, respectivement, 61, 63, 69, 64 et 68 ohms.

La moyenne arithmétique de ces résistances est :

(61 + 63 + 69 + 64 + 68)/5

soit 65 ohms.

Les valeurs des écarts entre chaque résistance et cette valeur moyenne sont, respectivement

Photo 3 - Le micro-calculateur statistique programmable COMPUCORP.

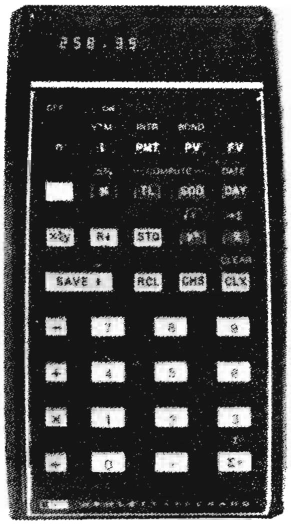


Photo 13 - Le HP-80 à vocation financière.

égales à -4, -2, 4, -1 et 3 ohms.

Les carrés de ces écarts sont donc, respectivement : 16, 4, 16, 1 et 9. La somme de ces carrés vaut 46.

Si l'on avait pris pour valeur représentative des cinq résistances, une valeur différente de la moyenne valant 65 ohms, on aurait trouvé que la somme des carrés des écarts est supérieure à 46. La valeur 46 est donc la valeur qui obéit au principe des moindres carrés.

La variance de l'échantillon des cinq résistances considérées vaut : 46/5, soit 9,2.

Enfin l'écart-type est la racine carrée de 9,2, soit dans le cas présent, 3,035 ohms.

Les calculs de moyenne, de variance et d'écart-type peuvent aisément être programmés sur un calculateur ; ils sont « micro-programmés » sur les calculateurs « statisticiens » tels que les modèles 340, 342 et 344 de Compucorp : il suffit d'appuyer sur une touche pour disposer de l'écart-type et de la moyenne d'un échantillon de valeurs.

REGRESSIONS LINEAIRES

Les trois modèles cités ont certains points communs avec les autres modèles dits « scientifiques » de Compucorp : même bloc arithmétique, fonctions mathématiques similaires, mémoires accessibles au clavier, calcul arithmétique en entrée et en sortie dans chaque mémoire, possibilité de programmation à partir du clavier (le modèle 342 dispose de 80 pas de programme, et le 344 de deux mémoires stockant chacune 80 pas de programme) ; le modèle 340 diffère du 342, en ce qu'il ne possède pas de mémoire-programme.

Ces micro-calculateurs sont pourvus de fonctions statistiques intégrées (fig. 13) ; parmi celles-ci figurent le calcul de coefficients de corrélation.

Le principe des moindres carrés peut être appliqué à la recherche de la meilleure estimation d'une relation linéaire entre deux séries de variables : à partir de n observations, on tire n valeurs d'une variable x et n valeurs d'une autre variable y, et l'on cherche une relation linéaire entre y et x. Par exemple, un fabriquant de composants électroniques établira chaque mois, l'évolution de sa production de circuits intégrés, et l'évolution des coûts de production ; en une année, il disposera de douze observations (une par mois) ; à chaque observation, il connaîtra une quantité x de circuits intégrés produits dans le mois considéré, et le total mensuel y des coûts de fabrication ; il peut alors chercher à lier y à x, en traçant la droite telle que, pour toutes valeurs de x, on obtienne la meilleure approximation de la variable y. Il est évident que ce sera la droite qui passera la plus près de l'ensemble des points Mi, d'abscisse x_i et y_i (x_i et y_i étant les 2 valeurs des variables x et y, trouvées lors d'une même observation). Cette droite aura pour équation générale :

$$y' = a + bx$$

On établit ainsi une régression linéaire de y sur x.

A chaque valeur de x_i, correspond une observation y_i et une approximation y'_i. La différence entre y'_i et y_i est dénommée le résidu. Il est clair que si l'on a :

$$r_i = y_i - y'_i$$

on a également :

$$r_i = y_i - a - bx_i$$

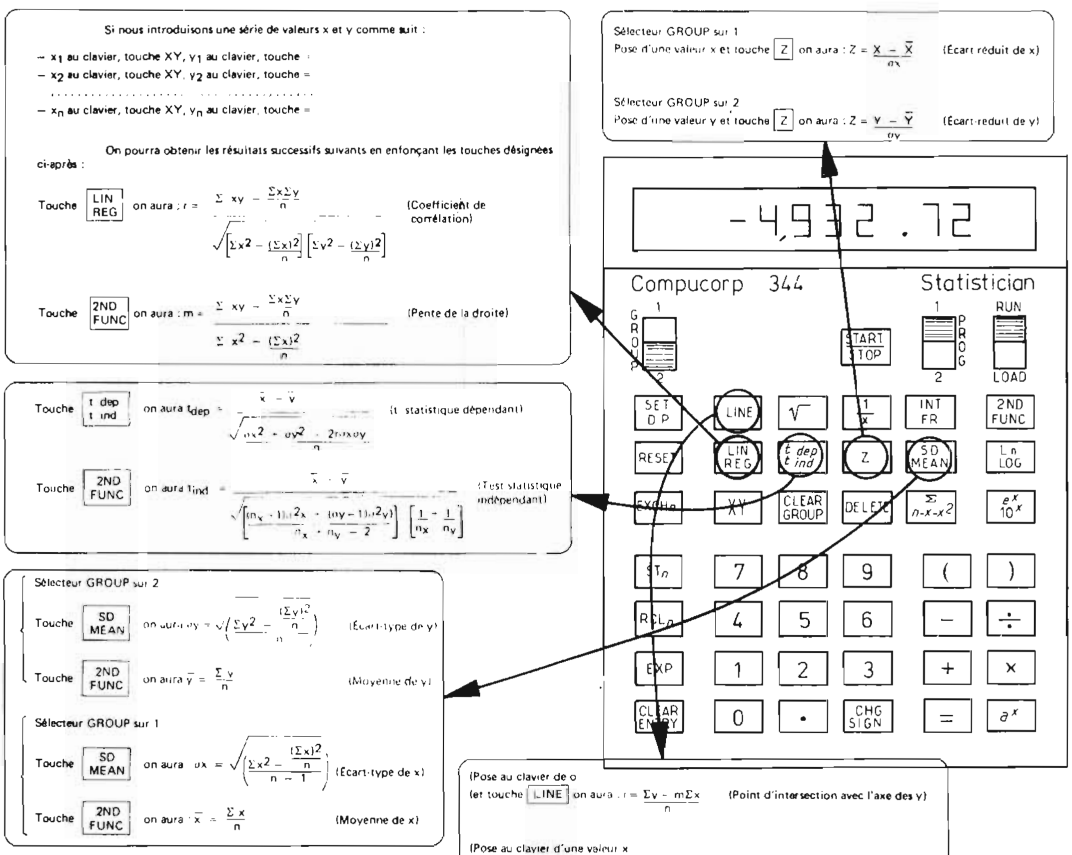
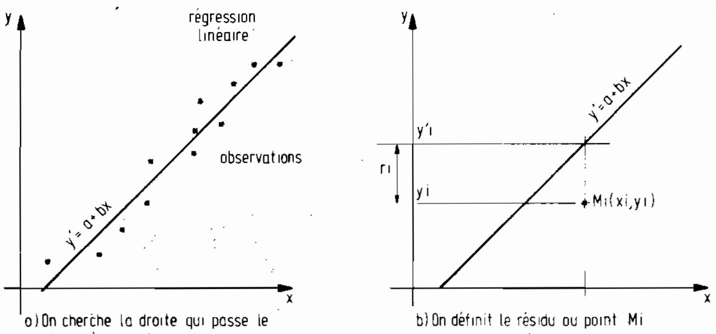


Fig. 13. - Le compucorp 344



a) On cherche la droite qui passe le plus près des observations

b) On définit le résidu au point Mi par $r_i = y_i - y'_i$

Minimalisation de $S = \sum_{i=1}^{n} (y_i - a - bx_i)^2 = \sum r_i^2$

❶ $\frac{\delta S}{\delta a} = 0$, soit $\sum_{i=1}^{n} - 2\,(y_i - a - bx_i) = 0$

que l'on simplifie en $\sum_{i=1}^{n} y_i - na - b \sum_{i=1}^{n} x_i = 0$

❷ $\frac{\delta S}{\delta b} = 0$, soit $\sum_{i=1}^{n} - 2\,x_i\,(y_i - a - bx_i) = 0$

que l'on simplifie en $\sum_{i=1}^{n} x_i y_i - a \sum_{i=1}^{n} x_i - b \sum x_i^2 = 0$

On dispose ainsi de deux équations à deux inconnues a et b que l'on peut résoudre aisément.

Fig. 14

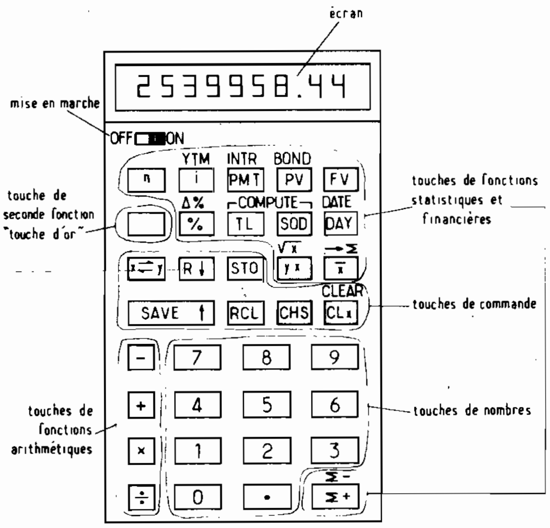


Fig. 15. – L'architecture du HP-80

Photo 15 – ... et son frère, le HP-81, modèle de bureau.

Il faut trouver les coefficients a et b qui permettent de minimaliser la somme des carrés des résidus, c'est-à-dire l'expression :

$$S = r_1^2 + r_2^2 + r_3^2 + ... + r_n^2$$

On peut procéder comme dans la méthode des moindres carrés, en fixant y_i et x_i et en calculant des dérivées partielles de la fonction S, par rapport aux coefficients a et b pris comme variables. On démontre qu'il n'existe qu'un seul couple de valeurs (a, b) pour lequel la somme S est minimale ; dans ces conditions, on peut effectuer deux différenciations : d'une part, par rapport au coefficient a en supposant b fixé ; d'autre part, par rapport à b, en se fixant a. Chacune de ces deux dérivées de S sera nulle lorsque la fonction sera minimale. On trouve ainsi deux séries d'équations dites normales de la régression que l'on peut résoudre algébriquement (fig. 14).

C'est ce processus qui se trouve intégré dans les calculateurs Compucorp de la série 340.

L'emploi d'une régression linéaire constitue souvent une première approximation, simplifiée, de la relation existente deux variables x et y. Dans bien des cas, il convient d'adopter une régression non-linéaire, polynomiale ou non, pour que l'expression mathématique soit plus proche de la réalité. De tels calculs nécessitent l'emploi de calculateurs plus puissants.

DU 445-STATISTIQUE

Compucorp a commercialisé un tel calculateur, le modèle 445, contenant dix registres de mémoire dites « bloc-notes » et 64 registres de stockage extensible jusqu'à 512. Le calculateur dispose en outre d'une mémoire-programme, où peuvent être stockés 512 pas de programmes ; la mémoire-programme est extensible jusqu'à 4096 pas. Il se programme par introduction de cartes magnétiques d'une capacité de 512 instructions.

Le 445 est doté de nombreuses fonctions statistiques : sommation de données, de carrés, de produits de couples de données (x, y) et de triplets (x, y, z) de données ; calculs de moyenne, d'écarts-types, de coefficients de corrélation et de régression ; calculs de probabilité (permutations et combinaisons), etc.

Plus performant que les modèles 340, 342 et 344, le 445-Statisticien est aussi environ quatre fois plus cher. On doit le considérer comme un micro-ordinateur, puisqu'il est possible d'y connecter des périphériques : machine à écrire, lecteur de cartes perforées ou graphitées, cassette de bandes magnétiques, table traçante.

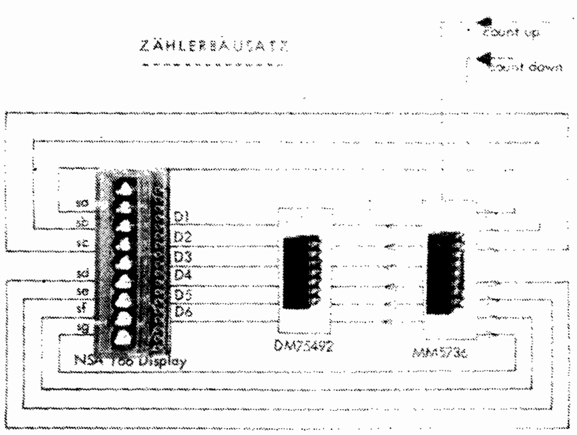
... AU 485 FINANCIER

Dans la même série que la 445, figure un autre calculateur spécialisé, le modèle 485 financier. Ses propriétés de stockage dans les mémoires et de programmation sont identiques au 445 ; les fonctions statistiques sont remplacées par des fonctions financières : calcul d'intérêts simples, d'intérêts composés, de pourcentages, d'annuités ; décompte de jours entre deux dates, nombre de termes entre deux dates, pourcentage de ventes annuelles, prix et rapport d'obligations.

Les périphéries connectables à ce modèle sont : le lecteur de cartes perforées ou graphitées, les cassettes de bande magnétique servant de mémoires de masse, l'imprimante alphanumérique, le télétype et la mémoire à disques.

UN MODÈLE D'AFFAIRES CHEZ HEWLETT-PACKARD : LE HP-80

Chez Hewlett-Packard, le HP-80 est un calculateur de poche conçu spécialement pour l'homme d'affaires ; sa présentation est similaire à celle de HP-35 scientifique. Du point de vue arithmétique, ces deux calculateurs sont d'ailleurs identiques ; ils diffèrent essentiellement sur le mode d'utilisation de la puissance de calcul disponible : dans le HP-80, cette puissance est entièrement transparente, le calculateur est simplement une « machine à répondre » ; au contraire, le HP-35 est une « machine à résoudre » des problèmes et l'utilisateur fait appel à la puissance de calcul qui lui est offerte par le constructeur. Toutes les tables utilisées couramment dans le monde des finances (intérêts composés, annuités...), tous les calculs (calcul en série, pourcentages...) ainsi qu'un calendrier de 200 ans sont préprogrammés dans le HP-80 ; en outre, certaines fonctions statistiques (moyenne, écart-type, régression linéaire) sont disponibles par simple pression de touches.



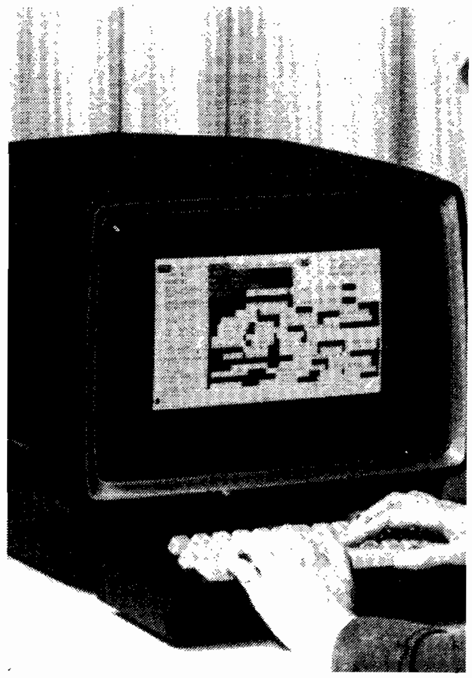


Photo 16 – Innovation... Informatique.

a) 1 104 pages recensent 2 500 sociétés du marché de l'Informatique, leurs dirigeants, leurs structures, leurs services et produits : c'est la première édition d'Informatique Digest, véritable annuaire de l'informatique. On y trouve : la liste alphabétique des sociétés, la ventilation, sur 165 rubriques, des produits de l'année, 300 nouveaux produits, des fiches signalétiques, la notice biographique (qui est qui ? qui fait quoi ?), les cartes de la France informatique, la liste des organisations professionnelles, la liste des éditeurs en informatique, la bibliothèque informatique, le lexique anglais-français, etc., l'ensemble signé Joseph Kleiman et Jean-Pierre Montagné.

b) Pour toutes applications nécessitant une séquence de comptage, voici un « kit » contenant : 1 calculateur six chiffres MOS/LSI, un circuit interface, et un affichage à diodes électro-luminescentes de six chiffres. L'alimentation peut se faire par batterie (tension requise : 6,5 à 9 V). Son prix est équivalent au prix d'un compteur mécanique.

(Cliché National Semiconductor)

c) L'ensemble d'entrée et d'affichage TD820 permet d'afficher les informations et communiquer avec un ordinateur et de réunir des données dans les centres éloignés en vue de leur transmission ultérieure à grande vitesse. Pour le stockage de données, il peut être équipé de cassettes ou de mini-disques flexibles.

(Cliché Burroughs)

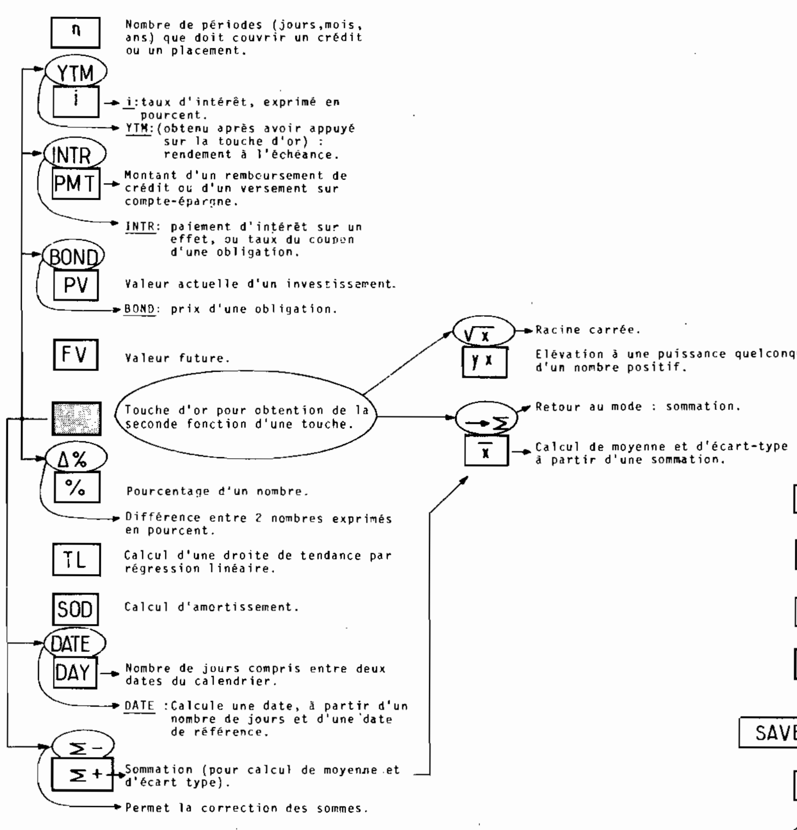


Fig. 16. – Les touches spéciales du HP-80

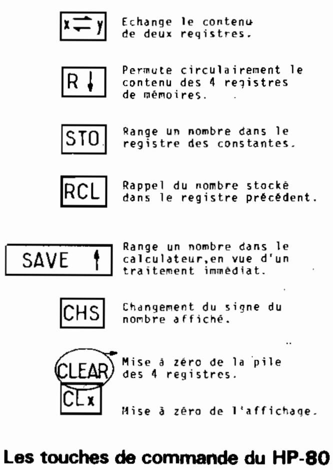


Fig. 17. – Les touches de commande du HP-80

Tout comme le HP-35, le modèle d'affaires HP-80 est bâti autour d'une pile de quatre registres x, y, z et t ; le contenu du registre x est toujours affiché. Une touche permet de permuter les contenus des registres. Un cinquième registre est prévu pour le stockage de facteurs constants.

Tout comme le HP-45, le modèle HP-80 possède une touche spéciale (la touche d'or) qui permet de doubler le rôle de certaines touches.

L'un des aspects les plus spectaculaires du HP-80 est sa faculté de travailler sur des dates. Cependant, n'oubliez pas que ce calculateur est conçu aux Etats-Unis et, qu'Outre-Atlantique, la présentation d'une date diffère de la présentation française : on ne dit pas : « 8 décembre 1974 », mais « december 8, 1974 » ; en abrégé, on n'écrit pas « 08/12/1974 », mais « 12/08/1974 ». En effet, on mentionne, en anglais, d'abord le mois, puis le jour, enfin l'année ; pour introduire une date dans le HP-80, il faudra donc respecter cet ordre. On tapera ainsi sur le clavier : « 12/08/1974 » ; si la date est fausse, le HP-80 s'opposera automatiquement à son introduction.

Problème
En un an vos bénéfices sont passés de 178000 à 211500 Quel fut votre pourcentage de croissance?

Introduisez:	Affichage:
178000 SAVE↑ 211500 □ ■ (Δ%) Taux de croissance en %	18.82

Problème
Quelle serait la valeur future de 2253,75 investis pour une période de 480 jours à un taux d'intérêt mensuel de 0,75%?

Introduisez:	Affichage:
480 SAVE↑ 30 ÷ ■ .75 ■	
2253.75 ■ ■	2539.96

Problème
Combien d'argent aurez vous au bout de 9 ans si vous déposez 1400 par mois dans un compte d'épargne offrant un intérêt composé de 5,25% mensuellement?

Introduisez:	Affichage:
12 STO 9 RCL × ■ 5.25 RCL ÷ ■	
1400 ■ ■	192751.03

Problème
En combien de mois un prêt de 23000 pourra-t-il être remboursé sachant que le taux d'intérêt annuel est de 9,25% et que chaque mensualité est de 1078 ?

Introduisez:	Affichage:
9.25 SAVE↑ 12 ÷ ■ 1078 ■	
23000 ■ ■ mois	23.40

Problème
Vous voulez escompter une traite de 9700 venant à échéance dans 83-jours. Quel est l'escompte et le taux effectif de l'opération (avec une année de 360 et une année de 365 jours), le taux d'escompte étant de 5 ¼%?

Introduisez:	Affichage:
83 ■ 5.25 ■ 9700 ■	
□ ■ (INTR) escompte (360 jours)	117.41
R↓ taux effectif (360 jours)	5.31
R↓ escompte (365 jours)	115.80
R↓ taux effectif (365 jours)	5.31

Problème
Quel taux annuel d'intérêt doit être obtenu pour amasser un total de 235500 en 12 versements annuels de 12000 ?

Introduisez:	Affichage:
12 ■ 12000 ■ 235500 ■ ■	8.56

Problème
Quel est le prix d'une obligation achetée le 24 Février 1972 qui viendra à échéance le 7 Avril 1977 avec un coupon semestriel de 4 ¼% et un rendement à l'échéance de 4,22%?

Introduisez:	Affichage:
2.241972 SAVE↑ 4.071977 ■ (DATE)	
4.22 ■ 4.25 ■ □ ■ (BOND)	100.13
□ 4	100.1328

Problème
Le revenu net sur une période de 4 ans s'établit:

Année	1969	1970	1971	1972
Revenu net	37280	39420	38760	41120

Donnez une extrapolation linéaire pour le revenu de 1973 et 1974 fondée sur les quatre dernières années.

Introduisez:	Affichage:
37280 ■ 39420 ■ 38760 ■ 41120 ■	
□ ■ Extrapolé à la période 0	36430.00
5 ■ ■ Extrapolé à la période 5 (1973)	41860.00
■ Extrapolé à la période 6 (1974)	42946.00

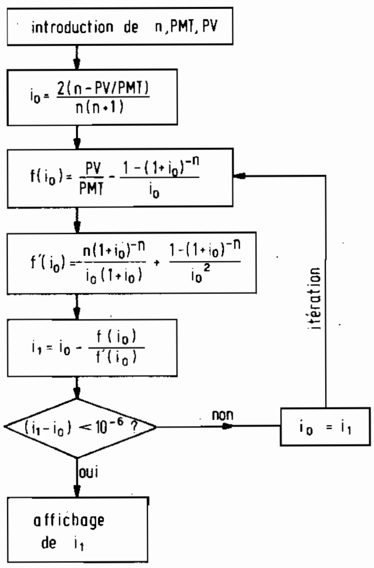


Fig. 18. – Des problèmes pour le HP-80

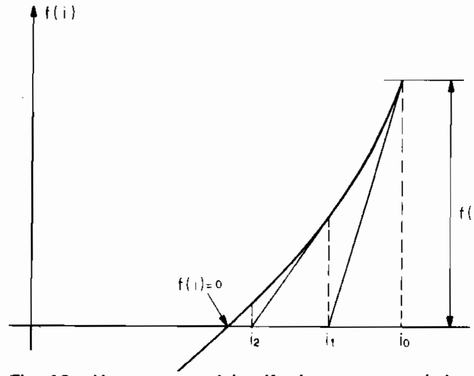


Fig. 19 – Un processus itératif microprogrammé dans le HP-80.

Pour évaluer le taux d'intérêt i, connaissant la valeur actuelle PV d'un investissement, le montant PMT d'un remboursement de crédit, et ne nombre n de périodes, il faut résoudre l'équation :

$$PV = PMT \; \frac{1-(1+i)^{-n}}{i}$$

Posons :

$$f(i) = \frac{PV}{PMT} - \frac{1-(1+i)^{-n}}{i} \quad ; \quad (1)$$

Le problème consiste à trouver la valeur de i qui annule f(i). Le processus de résolution est itératif. On part d'une première valeur de i :

$$i_o = \frac{2(n - PV/PMT)}{n(n+1)}$$

qui permet d'évaluer $f(i_o)$ par l'équation (1). On calcule la dérivée de la fonction f(i) au point i_o, soit :

$$f(i_o) = -\frac{n(1+i_o)^{-n}}{i_o(1+i_o)} + \frac{1-(1+i_o)^{-n}}{i_o^2} \quad ; \quad (2)$$

La tangente à la courbe représentative de f(i) au point i_o, coupe l'axe des abcisses au point :

$$i_1 = 1_o - \frac{f(i_o)}{f'(i_o)}$$

Cette valeur i_1 constitue une seconde approximation de la racine de l'équation f(i) = o. On la prendra pour valeur définitive si, et seulement si, la valeur absolue de la différente $i_1 = i_o$ est inférieure à 10^{-6}. Si ce n'est pas le cas, il faut itérer le calcul, déterminer la pente de la tangente à la courbe représentative de f(i) au point i_1, pour trouver une autre approximation i_2, et ainsi de suite. Le calcul s'arrêtera obligatoirement lorsqu'on aura trouvé une valeur i_k et l'approximation précédente (soit $i_{(k-1)}$) se trouve inférieure à 10^{-6}.

39 autres possibilités de calcul sont offertes aux utilisateurs de HP-80 : calcul de pourcentages ; calcul en chaînes ; calcul de la valeur future d'un montant à intérêts composés, du taux de rapport affectif d'un placement à intérêts composés, de la valeur future d'un plan d'épargne ; l'analyse de valeur escompté sur flux de trésorerie ; etc. la micro-programmation interne utilise les fonctions arithmétiques programmées, mais aussi des sous-programmes faisant appel à des méthodes itératives. Ces micro-programmes sont stockés dans sept circuits intégrés servant de mémoires à « lecteur seulement ». (Fig. 19).

Le modèle HP-80 existe dans une version de table : c'est le HP-81. Il est équipé d'une imprimante alphanumérique, à frappe, qui permet de conserver une trace de toutes les questions.

(à suivre)

Marc FERRETTI

PETIT DICTIONNAIRE D'INFORMATIQUE

L (suite)

Load : charge, « load address » : adresse d'implantation.
to load : charger (un programme).
Loading : chargement d'un programme.
Location : implantation, emplacement, adresse (d'un programme en mémoire).
to lock : verrouiller, bloquer.
Logic : logique.
Look-up : « look-up table » : table à consulter.
Loop : boucle (d'itération)