AUTOMATISMES - 2

CIRCUITS DE COMMUTATION

M. ABATI
P. HEINY

AIDE-MÉMOIRE
TECHNOR
DELAGRAVE

TECHNIQUES ET NORMALISATION

Collection publiée sous la direction de A. CHEVALIER

Professeur d'ENNEP, ex-chef de Fabrication dans l'Industrie

AUTOMATISMES - 2

CIRCUITS DE COMMUTATION

PRÉPARATION AUX BREVETS OU BACCALAURÉATS DE TECHNICIENS ÉLECTRICIENS ET ÉLECTRONICIENS

par

M. ABATI
Professeur technique d'Électricité

P. HEINY
Sous-directeur ENNA de Paris

avec la collaboration de

A. CHEVALIER et R. CLUZEL
Professeurs d'ENNA

PARIS

LIBRAIRIE DELAGRAVE

15, rue Soufflot - Paris (5e)

1970

AUTOMATISMES 2

CIRCUITS DE COMMUTATION

TABLE DES MATIÈRES

PREMIÈRE PARTIE - DOCUMENTATION TECHNIQUE

A_2		Pages
	Index	4-5
1-2	INTRODUCTION	8-9
	NOTIONS D'ALGÈBRE LOGIQUE	
3	Fonction booléenne	12
4-5	Réunion, intersection logiques	13-14
6	Relations de Morgan	15
7	Exercices d'algèbre logique	16
8-9	Analyse de fonctions, de circuits	17-18
10-11	Relations de Shannon	19-20
12-13-14	Développement suivant les 1, les 0	21-22-23
15	Fonctions élémentaires	24
16	Les cercles d'Euler	25
17	Les diagrammes de Karnaugh.	26
18-19	Recherche de surfaces	27-28
20	Simplification de fonctions	29
	ORGANES BINAIRES	
21	Contacts, relais électro-mécaniques	32
22	Etats stables - transitoires	33
23	Relais à tore magnétique	34
24	Relais à semi-conducteurs	35
25	Le transistor en commutation.	36
26	Conventions de codage	37
27-28	Fonctions PAS-NI-OU-ET-NAND	38-39-40
29	L'unijonction et les circuits RC	40
30	Fonction temporisée	41
31	Relais de puissance	42
32-33-34	Logique pneumatique	43 à 45
	SYNTHÈSE D'UN CIRCUIT	
35	Technologie classique et à semi-conducteurs	48
36-37	Logique du schéma	49-50
38	Synthèse algébrique	51
39-40-41	Applications	52 à 54
42	Logique pneumatique	55
	CIRCUITS DE COMMUTATION	
43	Circuits de pure combinaison.	58
44	Circuits séquentiels	59
45	L'aléa en commutation	60

A_2		Pages
46-47	Diagramme des phases	61-62
48-49	Méthode d'établissement	63-64
50-51-52	Matrice des états	65 à 67
53-54-55	Polygone de fusion	68 à 70
56-57	Méthode d'analyse	71-72
58-59-60	Circuits asservis	73 à 75
	ANALYSE DE CIRCUITS	
61-62	Méthode des chemins directs,	
63-64	des coupures, de réduction	78-79
	des nœuds	80-81
65-66	Méthode des bilans logiques.	82-83
	APPLICATIONS	
	Circuits de pure logique.	
67-68	Poste de travail, va et vient,	86-87
69	cage d'escalier, recherche	88
70	de personnes	89
	Circuits séquentiels.	
71 à 75	Bascule bistable	90 à 94
76	L'aléa de technologie	95
77 à 80	Poste de tri de pièces	96 à 99
81 à 83	Commande avec priorité	100 à 102
84	Diviseur par trois	103
85	Commande par bouton et came	104
86	Etats transitoires imposés.	105
87 à 89	Equipement de signalisation	106 à 108
90	Analyse de circuit	109
91 à 94	Contrôle de chaufferie	110 à 113
95 à 98	Contrôle de feeders	114 à 117
99 à 103	Unité de perçage	118 à 122
104-105	Commande à retour automatique	123-124
106 à 108	Treuil automatique	125 à 127
	L'AUTOMATISME EN OLÉOPNEUMATIQUE	
109-110	Vérins et distributeurs	130-131
111	Théorie des distributeurs à double pilotage	132
112 à 116	Recherche des circuits	133 à 137
	COMPTAGE INDUSTRIEL	
117	Décade de comptage	140
118	Cellule de comptage	141
119	Affichage par tube indicateur.	142-143
120	Matrice de décodage	144

DEUXIÈME PARTIE — DOCUMENTATION GÉNÉRALE

(Voir feuilles marron.)

INDEX

INDEX

Action manuelle	A_2. 3
Addition logique	A_2. 4
Affichage des informations	A_2. 119
Affichage par tube indicateur	A_2. 119
Aléa	A_2. 45
Aléa de logique	A_2. 47-48
Aléa de technologie	A_2. 76
Algèbre de BOOLE	A_2. 4
Analyse de circuits	A_2. 9
Analyse de fonctions	A_2. 8
Analyse d'un cycle en L (utilisation de deux vérins)	A_2. 112-113
Asservis (circuits)	A_2. 58
Asservissement	A_2. 59
Automates	A_2. 21 117
Bascule bistable	A_2. 71 à 75- A_2. 117
Bilan logique	A_2. 65
Binaire (poids)	A_2. 45-47
Binaire (système)	A_2. 45
Booléenne (fonction)	A_2. 3
Boucle fermée	A_2. 59
Boutons-poussoirs	A_2. 21
Boutons-poussoirs magnétiques	A_2. 24
Canonique (forme)	A_2. 10-11
Cellule de comptage	A_2. 118
Cellule pneumatique	A_2. 34
Chaîne ouverte	A_2. 58
Chemins directs (méthode des)	A_2. 61
Circuits à séquence	A_2. 44-71
Circuits asservis	A_2. 58
Circuits cage d'escalier	A_2. 69
Circuits dits « va-et-vient »	A_2. 68
Circuits logiques	A_2. 43
Circuits parallèles	A_2. 10
Circuits série	A_2. 9
Code 2-4-2-1	A_2. 118
Codage	A_2. 26
Combinaison (circuits)	A_2. 43
Commande	A_2. 58
Commande avec priorité au 1^er^ ordre	A_2. 81 à 83
Commande d'un chariot à retour automatique	A_2. 104-105
Commande par bouton-poussoir et came	A_2. 85-86
Complémentaire (fonction)	A_2. 3
Contrôle de chaufferie	A_2. 91 à 94
Contrôle de feeders	A_2. 95 à 98
Coupure (méthode des)	A_2. 61
Cycle à double sertissage	A_2. 114-115
Cycle utilisant 3 vérins	A_2. 116
Décade de comptage	A_2. 117
Diagramme des phases	A_2. 46-47-49
Diviseur par trois	A_2. 83
Distributeur à double pilotage	A_2. 112
Eléments statique à turbulence	A_2. 32
Ensembles de séquences	A_2. 55
Equation caractéristique	A_2. 8
Equation d'un circuit	A_2. 47
Equipement de signalisation	A_2. 87 à 90
Etats stables	A_2. 22
Etats transitoires	A_2. 22
EULER (cercles d')	A_2. 16
Fermeture (contacts à)	A_2. 4-21
Fonctions	A_2. 4 à 8
Fonction à 1 variable	A_2. 3
Fonction à 2 variables	A_2. 4
Fonction à 3 variables	A_2. 4
Fonction à n variables	A_2. 4
Fonction binaire	A_2. 3
Fonction booléenne	A_2. 3
Fonction complémentaire	A_2. 3
Fonction d'entrée	A_2. 32
Fonction de puissance	A_2. 31
Fonction DILEMME	A_2. 15
Fonction DIRECTE	A_2. 23
Fonctions élémentaires	A_2. 15
Fonction ET	A_2. 15-28
Fonction NAND	A_2. 15-40-51
Fonction NI	A_2. 15-23-26
Fonction PAS	A_2. 23-26
Fonction temporisée	A_2. 30
Fonction OU	A_2. 15-27
Hystérésis (cycle d')	A_2. 22
Inhibition	A_2. 23
Intersection	A_2. 5
Impossibles (cases)	A_2. 50
Impulsions (générateur d')	A_2. 30
Isolées (variables)	A_2. 36
KARNAUGH (diagramme de)	A_2. 17 à 20
Liaison (terme de)	A_2. 48
Logique pneumatique	A_2. 42
Matrice à diodes	A_2 120
Matrice de décodage	A_2 120
Matrice des états	A_2. 50
Matrice réduite, contractée	A_2 51 à 56
Matrice simplifiée	A_2 112
Matricielle (analyse)	A_2. 57
MORGAN (relation de)	A_2 6
Négative (convention)	A_2 26
Nœuds (méthode de réduction des)	A_2 62
Numération	A_2 117
Oléo-pneumatique	A_2. 109 à 116
Opérateur	A_2. 8
Oscillations de relaxation	A_2. 30
Ouverture (contact à)	A_2. 4-21
Parallèles (circuits)	A_2 10
Phase	A_2. 45
Phases (diagramme des)	A_2. 46-47
Pneumatique	A_2. 32-33-34
Positive (convention)	A_2. 26
Poste de travail (étude d'un)	A_2. 67
Poste de tri de pièces	A_2. 77 à 80
Produit logique	A_2. 5
Polygone de Fusion	A_2. 54

INDEX

RC (circuits)	A_2 29
Recherche de personne	A_2. 70
Réduction des nœuds (méthode de)	A_2. 62
Réflexe (code)	A_2. 4-17
Régulateur	A_2. 59
Régulation d'étuve	A_2. 60
Relais à semi-conducteurs	A_2. 24
Relais à tore magnétique	A_2. 22-23
Relais à transistor	A_2. 23-31
Relais pneumatique	A_2. 26-110
Relais électro-mécanique	A_2. 21
Relais statique de puissance	A_2. 31
Réunion	A_2. 4
Semi-conducteurs	A_2. 24
Séquence directionnelle	A_2 53
Séquence réversible	A_2 53
Séquentiel	A_2. 44
Série (circuit)	A_2. 3
SHANNON (relations de)	A_2. 10-11
Simplification de fonctions	A_2. 20
Somme logique	A_2. 4
Sortie (organe de)	A_2. 43
Stable (état)	A_2. 21-22
Synthèse d'un circuit	A_2. 35
Synthèse algébrique	A_2. 38
Système asservi	A_2. 53
Technologie classique	A_2. 35
Technologie à cellules pneumatiques	A_2. 42
Technologie à semi-conducteurs	A_2. 35 à 41
Temporisations	A_2 29
Transitoire (état)	A_2. 21-22
Transitoires imposés (états)	A_2. 86-88
Transistors (caractéristiques)	A_2 24-25
Transiflux	A_2. 33
Treuil automatique	A_2 106 à 108
Turbulence (élément à)	A_2. 32
Unijonction	A_2. 29
Unité de perçage	A_2. 99 à 103
Valeurs (tableau des)	A_2. 3
Variables binaires	A_2. 3
Variables d'entrée primaires	A_2. 43
Vérins	A_2. 109

A₂. 1	INTRODUCTION **LES CIRCUITS DE COMMUTATION**

L'automatisation est à l'ordre du jour dans toutes les industries et l'élaboration de systèmes de commande ou de contrôle y nécessite la mise en œuvre de circuits de commutation des plus complexes.

L'algèbre logique de BOOLE (1) permet d'étudier les combinaisons réalisables entre les divers éléments d'un circuit électrique.

Une proposition logique est vraie ou fausse mais ne peut être à la fois vraie et fausse.

Cette théorie de BOOLE ne rencontra d'abord qu'un intérêt poli et sombra dans l'oubli car aucune application pratique n'en dérivait alors. Elle ne devait gagner ses lettres de créance que beaucoup plus tard grâce aux travaux d'ingénieurs électriciens : NAKASIMA (1936), SHANNON (1938).

En effet la continuité d'un circuit électrique sera réalisée ou non, mais ce circuit ne pourra être fermé et ouvert à la fois.

Aujourd'hui, le domaine réservé à l'algèbre logique ne cesse de s'étendre et pourtant l'élaboration de schémas électriques demeure trop souvent conduite empiriquement. Sans condamner cet empirisme aux résultats parfois positifs, il est évident que la complexité des équipements actuels nécessite et nécessitera de plus en plus une étude méthodique.

La maîtrise de la théorie logique dispense le technicien de tout tâtonnement : la solution des problèmes est acquise au terme d'un raisonnement rigoureux. Dans la plupart des cas les solutions sont optimales et laissent au réalisateur toute liberté dans le choix de la technologie à utiliser. Il suffira de respecter des règles simples pour assurer la transposition.

Un premier ouvrage de la collection Technor « Réseaux de transmission » auteur H. Ribérol (Editions Delagrave) analyse ces problèmes. Ici un second Technor, destiné particulièrement aux électriciens et électroniciens, envisage des méthodes scientifiques de recherche.

● Le premier chapitre intitulé **« Notions d'algèbre logique »** fixe les connaissances indispensables à la manipulation des expressions booléennes. Le support mathématique « logique » dirons-nous en est rigoureux, mais dépouillé de tout raisonnement trop abstrait. Nous ne saurions trop cependant conseiller au praticien l'étude approfondie de l'algèbre logique.

● Un second chapitre traite de la **technologie des organes binaires utilisés en commutation.** Il développe en particulier les technologies actuelles, par exemple les relais statiques à transistors ou à tores magnétiques : une certaine place est réservée aux relais pneumatiques.

---

(1) George BOOLE, mathématicien anglais (1815-1864) auteur de « l'Analyse mathématique de la logique » (1847.)

INTRODUCTION

LES CIRCUITS DE COMMUTATION

A2. 2

● Dans le troisième chapitre sont étudiées les **techniques graphiques ou algébriques de synthèse d'un circuit électrique.** Si un schéma de type classique peut se construire assez facilement, les équipements utilisant les technologies à semi-conducteurs réclament une forme de pensée nouvelle. Pour atteindre cet objectif, différents procédés d'élaboration à l'aide de fonctions OU-ET-NI sont examinés.

● Le quatrième chapitre définit **différentes méthodes de recherche applicables aux problèmes de logique pure ou de circuits à séquence.**

Ces derniers, les plus difficiles, sont analysés d'une manière rigoureuse. Les deux méthodes utilisées « Matrice des états » et « Diagramme des phases » montrent le cheminement logique permettant d'atteindre des résultats précis.

Nous ne pouvions passer sous silence les systèmes asservis. Les circuits de type quantitatif connaissent, grâce au développement de l'électronique un essor croissant. Nous avons donc essayé de donner une idée précise, quoique succincte, de ces équipements.

● Le cinquième chapitre résume les **procédés d'analyse d'un schéma.** Ici encore les moyens de recherche différeront suivant les technologies utilisées.

● Le sixième chapitre traite de **nombreux exercices d'application.** Ceux-ci, classés par ordre de difficultés croissantes,, mettent en évidence les cas particuliers et les solutions originales qui ont été envisagées. Nous n'avons pas essayé d'éluder les écueils, au contraire les différents aspects d'un problème donné ont toujours été examinés, les résultats obtenus discutés.

● Le but du septième chapitre est de familiariser l'électricien avec les vérins à double effet et les distributeurs à double pilotage, puis de définir une méthode de recherche des circuits à partir d'une technologie imposée.

● En complément sont étudiés dans le huitième chapitre certains aspects théoriques et technologiques du comptage numérique industriel.

La question se pose parfois : savoir si les procédés traditionnels d'établissement d'un schéma doivent être conservés. En réponse, soulignons d'abord que le véritable électricien a toujours utilisé des moyens de recherches analytiques donc logiques. Aujourd'hui des outils nouveaux nous sont proposés, il faut s'en saisir sans pour cela rejeter les anciens.

C'est là notre but, proposer des outils nouveaux.

Qu'il nous soit permis en terminant de remercier ici, la Société Télémécanique MORS pour les stages de formation qu'elle organise. Ils ont fourni certains éléments d'applications nécessaires au développement de cette étude.

1

NOTIONS D'ALGÈBRE LOGIQUE

A₂. 3 — FONCTIONS BOOLÉENNES

En algèbre logique, les variables et les fonctions ne peuvent occuper que deux états : **0** ou **1**. Elles sont dites **variables binaires** ou **fonctions binaires.**

Exemple 1. Une lampe peut être allumée ou éteinte.
Si la lampe allumée est symbolisée par le repère **1**, la lampe éteinte sera symbolisée par le repère **0.**
Ces deux états correspondent bien à une fonction ou à une variable binaire.

Exemple 2. Un voltmètre dévie ou ne dévie pas.
Si la déviation est symbolisée par le repère **1**, la non-déviation sera symbolisée par le repère **0.**
La déviation du voltmètre est bien une fonction ou une variable binaire.

Remarque. Cette notation est symbolique et ne préjuge en rien des grandeurs numériques mises en jeu.

1.1. FONCTION BOOLÉENNE

C'est une expression qui renferme une ou plusieurs variables binaires. Elle se trouve déterminée quand on attribue une valeur à ces variables.
Une fonction sera généralement définie par l'organe de sortie d'un circuit (lampe, bobine d'un relais, etc.). Une variable sera généralement représentée par un contact.

Fonction à une variable : $L = f(X)$.

Fonction directe :

L vaut **1** quand X vaut **1.**
L vaut **0** quand X vaut **0.**

L'équation s'écrira $L_1 = X$. Il y a bien identité.

Fonction complémentaire :

L'analyse de la fonction $L = f(X)$ peut être différente. En effet : si L vaut **1** quand X vaut **0** et si L vaut **0** quand X vaut **1**, l'identité $L = X$ n'est plus vérifiée.
On utilise alors une fonction dite complémentaire, et on écrit :

L vaut **1** quand le complément de X, noté $\overline{X}$, vaut **1 ;**
L vaut **0** quand le complément de X, noté $\overline{X}$, vaut **0.**

On pose donc $L_2 = \overline{X}$ (lire X barre).
Les équations $L_1 = X$ et $L_2 = \overline{X}$ peuvent être imagées par un circuit à contacts (fig. 1).

X et $\overline{X}$ représentent des contacts ; L_1 et L_2 des lampes.

X et $\overline{X}$ sont deux contacts liés mécaniquement ; ils sont bien complémentaires car lorsque l'un est ouvert, l'autre est fermé et inversement.
Pour justifier le type de contact choisi, analysons les équations $L_1 = X$ et $L_2 = \overline{X}$ à l'aide d'un tableau dit **tableau des valeurs** (fig. 2).
Les valeurs de la fonction et de sa variable sont disposées sur une même ligne.
L'examen de ce tableau montre que les colonnes X et $\overline{X}$ sont complémentaires.
Faisons intervenir l'idée d'une action manuelle extérieure appelée f(X).

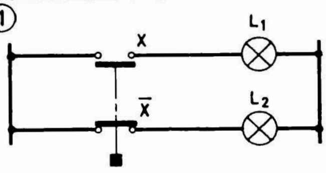
Si $f(X) = f(0)$, aucune action ne s'exerce sur le contact X.
Si $f(X) = f(1)$, une action s'exerce sur le contact X.

Remplaçons les deux colonnes X et $\overline{X}$ par une seule colonne f(X) repérant l'action extérieure (fig. 3).
Si l'action n'existe pas : $f(X) = f(0)$, mais $L_2 = 1$. Le dipôle de commande est donc passant quand il n'est pas actionné ; seul un contact à ouverture réalise cette condition.
Si l'action existe : $f(X) = f(1)$, mais $L_1 = 1$. Le dipôle de commande est donc passant quand il est actionné ; seul un contact à fermeture réalise cette condition.

Dipôle. Dans un circuit, un dipôle peut être défini comme un élément électrique possédant deux bornes extérieures.

Lorsque plusieurs variables commandent le même organe de sortie, elles sont dites **associées.** Toute variable pouvant prendre deux états différents, **n** variables associées permettront 2^n combinaisons.

①



②

X	L_1
0	0
1	1

$\overline{X}$	L_2
1	1
0	0

③

f(x)	L_1	L_2
0	0	1
1	1	0

RÉUNION OU SOMME LOGIQUE

A₂. 4

①

f(x)	f(Y)	f(x,Y)
0	0	f(0,0)
0	1	f(0,1)
1	1	f(1,1)
1	0	f(1,0)

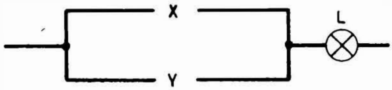
②

f(x)	f(Y)	f(z)	f(x,Y,z)
0	0	0	f(0,0,0)
0	0	1	f(0,0,1)
0	1	1	f(0,1,1)
0	1	0	f(0,1,0)
1	1	0	f(1,1,0)
1	1	1	f(1,1,1)
1	0	1	f(1,0,1)
1	0	0	f(1,0,0)

③

④

⑤



Fonction à deux variables : L = f(X, Y).

f(X) et f(Y) définissent l'action extérieure sur les variables. Deux variables associées permettent $2^2 = 4$ combinaisons ; le tableau comportera quatre lignes (fig. 1).

Le code utilisé est un code **pas à pas** appelé **code réflexe.** Une seule variable change d'état lorsqu'on passe d'une ligne à une autre.

f(X, Y) = (0, 0), puis (0,1) ; seul f(Y) change. Ensuite f(1, 1) ; seul f(X) change.

Fonction à trois variables : L = f(X, Y, Z).

Trois variables associées donnent $2^3 = 8$ combinaisons différentes. Le tableau comportera huit lignes (fig. 2).

Fonction à n variables :
L = f(X, Y, . . . n).

n variables associées donnent 2^n combinaisons différentes.

1 2. SPECIFICATION DES VARIABLES

L'étude visant souvent à des applications électriques il est nécessaire de spécifier les fonctions et les variables utilisées. L'électricien pourra de cette façon vérifier les schémas définis au cours des diverses applications.

■ Un contact à fermeture (ouvert au repos) sera repéré par une **lettre non complémentée** (fig. 3).

■ Un contact à ouverture (fermé au repos) sera repéré par une **lettre complémentée** (fig. 4).

■ Une fonction, ou une variable, sera considérée dans tout circuit de commutation comme un dipôle.

Un dipôle passant sera à l'état **1.**

Un dipôle bloquant sera à l'état **0.**

Exemples :

Contact fermé : dipôle passant; état **1.**

Contact ouvert : dipôle bloquant ; état **0.**

Lampe éclairée : dipôle passant; état **1.**

Lampe éteinte : dipôle bloquant; état **0.**

Bobine excitée : dipôle passant; état **1.**

Bobine coupée : dipôle bloquant; état **0.**

1.3. RÈGLES OPÉRATOIRES RELATIVES À L'ALGÈBRE DE BOOLE

Les seules opérations utilisées en algèbre logique sont la **réunion** et l'**intersection.**

Si l'algèbre ordinaire est **quantitative,** l'algèbre logique est **qualitative.**

Réunion ou addition logique $\begin{cases} 0 + 0 = 0 \\ 0 + 1 = 1 \\ 1 + 1 = 1 \end{cases}$

Intersection ou produit logique $\begin{cases} 0 . 0 = 0 \\ 0 . 1 = 0 \\ 1 . 1 = 1 \end{cases}$

Les circuits électriques se prêtent justement à la figuration des opérations définies ci-dessus.

Réunion ou addition logique.

L = f(X) + f(Y). On prononce f(X) **OU** f(Y).

Fig. 5. — La lampe L est commandée soit par f(X), soit par f(Y). Electriquement le circuit envisagé ne peut-être qu'un **circuit parallèle.**

Si l'on affecte des valeurs binaires aux dipôles définis par f(X) ou f(Y), on retrouve bien :

X = 0 Y = 0 L = X + Y = 0 + 0 = 0
X = 0 Y = 1 L = X + Y = 0 + 1 = 1
X = 1 Y = 0 L = X + Y = 1 + 0 = 1
X = 1 Y = 1 L = X + Y = 1 + 1 = 1

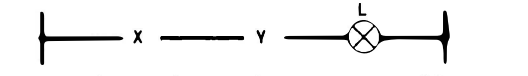
Certains auteurs utilisent pour l'addition logique le signe **U** au lieu de +.

L = f(X) U f(Y)

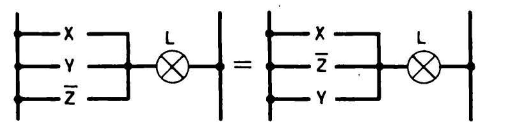
A₂. 5

INTERSECTION
ou produit logique

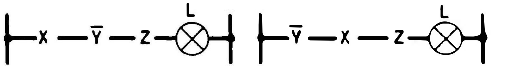
1



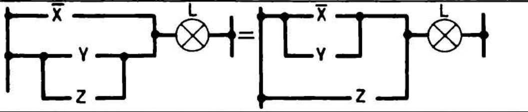
2



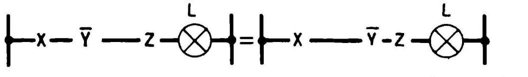
3



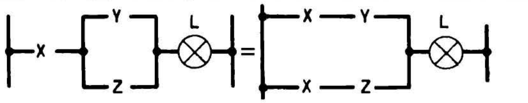
4



5



6



7 $\overline{0} = 1$ $\overline{1} = 0$ $\overline{\overline{X}} = X$ Le complément de $\overline{X}$ vaut X

$X + 0 = X$

$X + 1 = 1$

$X \cdot 0 = 0$

$X \cdot 1 = X$

$X \cdot X = X$

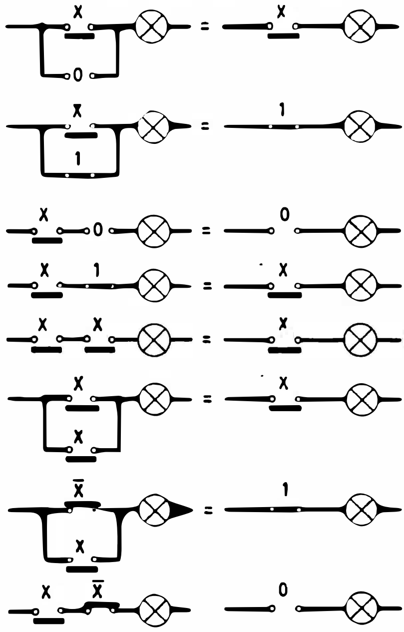
$X^n = X$

$X + X = X$

$\Sigma_1^n X = X$

$X + \overline{X} = 1$

$X \cdot \overline{X} = 0$



Intersection ou produit logique.

$L = f(X) . f(Y)$.

On prononce

f(X) $\boxed{\text{ET}}$ f(Y)

Fig. 1. — La lampe L est commandée par la combinaison f(X) ET f(Y). Electriquement le circuit envisagé ne peut-être qu'un **circuit série.**

Si l'on affecte des valeurs aux dipôles définis par f(X) ET f(Y), on retrouve bien :

$X = 0 \quad Y = 0$
$L = X . Y = 0 . 0 = 0$
$X = 0 \quad Y = 1$
$L = X . Y = 0 . 1 = 0$
$X = 1 \quad Y = 0$
$L = X . Y = 1 . 0 = 0$
$X = 1 \quad Y = 1$
$L = X . Y = 1 . 1 = 1$

Certains adoptent pour le produit logique le signe $\cap$ au lieu de ..

$L = f(X) \cap f(Y)$

Règles opératoires communes à l'algèbre logique et à l'algèbre ordinaire.

■ ***Principe de la commutativité***

• **pour l'addition logique** (fig. 2) :

$L = X + Y + \overline{Z}$
$= X + \overline{Z} + Y$

• **pour le produit logique** (fig. 3) :

$L = X . \overline{Y} . Z = \overline{Y} . X . Z$

■ ***Principe d'associativité***

• **pour l'addition logique** (fig. 4) :

$L = \overline{X} + Y + Z$
$= \overline{X} + (Y + Z)$
$= (\overline{X} + Y) + Z$

• **pour le produit logique** (fig. 5) :

$L = X . \overline{Y} . Z$
$= (X . \overline{Y}) . Z$
$= X . (\overline{Y} . Z)$

■ ***Principe de distributivité*** (fig. 6)

$L = X . (Y + Z)$
$= X . Y + X . Z$

1.4. OPÉRATIONS ÉLÉMENTAIRES (fig. 7).

RELATIONS DE MORGAN — A_2. 6

1.5. RELATIONS DE MORGAN

Deux relations sont indispensables au maniement des expressions logiques.

Relation 1.

Le complément d'une somme est égal au produit des compléments de chaque terme de la somme,

soit $\overline{X+Y} = \overline{X}\,.\,\overline{Y}$

Vérification (fig. 1).

Les colonnes X et $\overline{X}$, Y et $\overline{Y}$, $(X+Y)$ et $(\overline{X+Y})$ sont complémentaires. Par suite :

si X vaut **0**, $\overline{X}$ vaut **1** ;

si $X+Y$ vaut **1**, $\overline{X+Y}$ vaut **0**, etc.

Pour les vérifications des opérations élémentaires, voir $A_2$5 fig. 7.

Les colonnes en rouge sont identiques, donc :

$$\overline{X+Y} = \overline{X}\,.\,\overline{Y}$$

En généralisant :

$$\overline{X+Y+Z+\cdots+n} = \overline{X}\,.\,\overline{Y}\,.\,\overline{Z}\,.\,\cdots\,.\,\overline{n}$$

Exemples :

$$\overline{X+Y+Z} = \overline{X}\,.\,\overline{Y}\,.\,\overline{Z}$$

$$\overline{X+\overline{Y}+Z} = \overline{X}\,.\,Y\,.\,\overline{Z}$$

Relation 2.

Le complément d'un produit est égal à la somme des compléments de chaque facteur,

soit $\overline{X\,.\,Y} = \overline{X}+\overline{Y}$

Vérification (fig. 2).

Les colonnes en rouge sont identiques, donc :

$$\overline{X\,.\,Y} = \overline{X}+\overline{Y}$$

En généralisant :

$$\overline{X\,.\,Y\,.\,Z\,\ldots\,n} = \overline{X}+\overline{Y}+\overline{Z}\,\ldots\,+\overline{n}$$

Exemples :

$$\overline{X\,.\,Y\,.\,Z} = \overline{X}+\overline{Y}+\overline{Z}$$

$$\overline{X\,.\,Y\,.\,\overline{Z}\,.\,T} = \overline{X}+\overline{Y}+Z+\overline{T}$$

1.6. EXERCICES D'ALGÈBRE LOGIQUE

■ $L = X + X\,.\,Y = X\,.\,(1+Y)$.
Mais $1+Y = 1$, donc $L = X\,.\,1 = X$.
Par suite :

$$\boxed{X + X\,.\,Y = X}$$

■ $L = X + X\,.\,\overline{Y} = X\,.\,(1+\overline{Y})$.
Mais $1+\overline{Y} = 1$, donc $L = X\,.\,1 = X$.
Par suite :

$$\boxed{X + X\,.\,\overline{Y} = X}$$

■ $L = X + \overline{X}\,.\,Y$. Cherchons le complément de cette fonction.

$$\overline{L} = \overline{X+\overline{X}\,.\,Y} = \overline{X}\,.\,(X+\overline{Y})$$
$$= \overline{X}\,.\,X + \overline{X}\,.\,\overline{Y}$$

Mais $\overline{X}\,.\,X = 0$, donc $\overline{L} = \overline{X}\,.\,\overline{Y}$ et, en complémentant de nouveau :

$$\overline{\overline{L}} = \overline{\overline{X}\,.\,\overline{Y}} = X+Y.$$

$$\boxed{L = X+Y}$$

■ $L = X + \overline{X}\,\overline{Y}$

$$\overline{L} = \overline{X+\overline{X}\,.\,\overline{Y}} = \overline{X}\,.\,(X+Y)$$
$$= \overline{X}\,.\,X + \overline{X}\,.\,Y = \overline{X}\,.\,Y$$
$$\overline{\overline{L}} = \overline{\overline{X}\,.\,Y} = X+\overline{Y}$$

$$\boxed{L = X+\overline{Y}}$$

(1)

X	Y	X+Y	$\overline{X+Y}$
0	0	0	1
0	1	1	0
1	1	1	0
1	0	1	0

$\overline{X}$	$\overline{Y}$	$\overline{X}.\overline{Y}$
1	1	1
1	0	0
0	0	0
0	1	0

(2)

X	Y	X.Y	$\overline{X.Y}$
0	0	0	1
0	1	0	1
1	1	1	0
1	0	0	1

$\overline{X}$	$\overline{Y}$	$\overline{X}+\overline{Y}$
1	1	1
1	0	1
0	0	0
0	1	1

A_2. 7 EXERCICES D'ALGÈBRE LOGIQUE

■ $L = X.Y + X.Z + Y.\overline{Z}$

Multiplions $X.Y$ par $(Z + \overline{Z})$.

Rien ne sera changé car $Z + \overline{Z} = 1$; il vient :

$$L = X.Y.(Z + \overline{Z}) + X.Z + Y.\overline{Z}$$

$$L = X.Y.Z + X.Y.\overline{Z} + X.Z + Y.\overline{Z}$$

Mettons $X.Z$ et $Y.\overline{Z}$ en facteur :

$$L = X.Z\,(1 + Y) + Y.\overline{Z}\,(1 + X)$$

$$\boxed{L = \ .Z + Y.\overline{Z}}$$

Cette minimisation est intéressante car elle aboutit à un schéma électrique beaucoup plus simple (fig. 1).

■ $L = X.Y + X.Y.Z + Y.Z$

$$L = Y.(X + X.Z + Z) = Y.(X.(1 + Z) + Z)$$

$$\boxed{L = Y.(X + Z)}$$

■ $L = X.Y + \overline{X}.Y.\overline{Z} + Y.Z$

$$L = X.Y + Y.(\overline{X}.\overline{Z} + Z)$$

Mais $(Z + \overline{X}.\overline{Z}) = Z + \overline{X}$ (voir $A_2$6), donc

$$L = X.Y + Y.(Z + \overline{X}) = Y.(Z + \overline{X} + X) = Y.(Z + 1)$$

et $\boxed{L = Y}$

■ $L = (\overline{X}.\overline{Y} + Z).(X + \overline{Y}).Z$

$$L = (\overline{X}.\overline{Y} + Z).(X.Z + \overline{Y}.Z)$$

$$L = \overline{X}.\overline{Y}.X.Z + Z.X.Z + \overline{X}.\overline{Y}.\overline{Y}.Z + Z.\overline{Y}.Z$$

$$L = 0 + Z.X + \overline{X}.\overline{Y}.Z + Z.\overline{Y}$$

$$L = Z.X + Z.\overline{Y}(1 + \overline{X})$$

$$L = Z.X + Z.\overline{Y} = \boxed{Z.(X + \overline{Y})}$$

■ $L = (X + \overline{Y}).(Y + Z).(Z + \overline{X}).(X.Y.Z + \overline{X}.\overline{Y}.\overline{Z})$

$$L = (X.Y + X.Z + \overline{Y}.Y + \overline{Y}.Z).(Z.X.Y.Z + Z.\overline{X}.\overline{Y}.\overline{Z} + \overline{X}.X.Y.Z + \overline{X}.\overline{X}.\overline{Y}.\overline{Z})$$

$$\overline{Y}.Y = 0$$

$$Z.X.Y.Z = Z.Z.X.Y = Z.X.Y$$

$$Z.\overline{X}.\overline{Y}.\overline{Z} = Z.\overline{Z}.\overline{X}.\overline{Y} = 0$$

$$\overline{X}.X.Y.Z = 0$$

$$\overline{X}.\overline{X}.\overline{Y}.\overline{Z} = \overline{X}.\overline{Y}.\overline{Z}$$

$$L = (X.Y + X.Z + 0 + \overline{Y}.Z).(X.Y.Z + 0 + 0 + \overline{X}.\overline{Y}.\overline{Z})$$

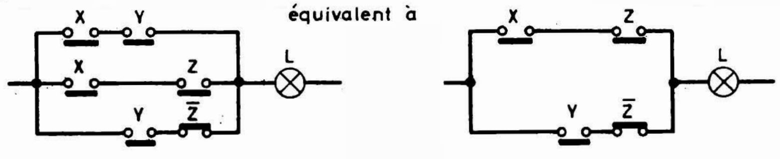
$$L = (X.Y + X.Z + \overline{Y}.Z).(X.Y.Z + \overline{X}.\overline{Y}.\overline{Z})$$

$$L = X.Y.X.Y.Z + 0 + X.Z.X.Y.Z + 0 + 0 + 0$$

$$L = X.Y.Z + X.Y.Z = X.Y.Z$$

$$\boxed{L = X.Y.Z}$$

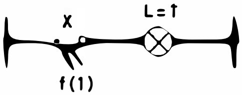
1



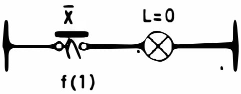
ANALYSE DE FONCTIONS

A_2. 8

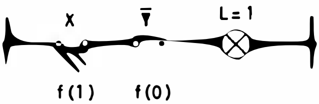
(1)



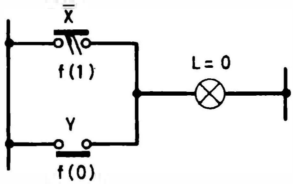
(2)



(3)



(4)



1.7 ANALYSE DE FONCTION

Fonction à une variable : L = f(X).

f(X) représente l'action sur la variable.

■ Si L vaut **1**, lorsque f(X) est actionné : L = X (fig. 1).

1° Le contact est à fermeture ;

2° f(X) = f(1) conduit L à l'état **1.**

X est la variable caractéristique du circuit :

f(X) est un opérateur exprimant les actions externes et explicitant l'état du circuit.

Pour définir la fonction L, il faut faire intervenir à la fois l'équation caractéristique et l'opérateur qui prendra la valeur **1**, puisque, par hypothèse, L = 1.

Seule l'opération **intersection** permet de vérifier la fonction. On doit écrire L = X . f(1).

Lorsque f(1) = 1 on retrouve bien L = X . 1 = X, équation caractéristique du circuit.

■ Si L vaut **0**, lorsque f(X) est actionné : L = $\overline{X}$ (fig. 2).

1° Le contact est à ouverture ;

2° f(X) = f(1) conduit à l'état **0.**

$\overline{X}$ est la variable caractéristique du circuit.

Pour définir la fonction L, il faut faire intervenir à la fois l'équation caractéristique et l'opérateur qui prendra la valeur **0**, puisque, par hypothèse, L = 0.

Seule l'opération **réunion** permet de vérifier la fonction. On écrira L = $\overline{X}$ + f(1).

Lorsque f(1) = 0 on retrouve bien L = $\overline{X}$ + 0 = $\overline{X}$, équation caractéristique du circuit.

Fonction à deux variables : L = f(X, Y).

■ Les deux variables sont liées par la relation **d'intersection.** Dans un circuit à deux contacts en série, seul l'état **1** de la lampe permet de définir les contacts.

En effet lorsque la lampe est éteinte on ne peut préciser laquelle des variables provoque la coupure, alors que la lampe allumée impose les deux dipôles passants.

Exemple. L = 1 pour f(X, Y) = f(1, 0)
avec f(X) = f(1) et f(Y) = f(0).

L'équation du circuit est L = X.$\overline{Y}$ (fig. 3). La lampe est allumée, lorsque X (contact à fermeture) est actionné et Y (contact à ouverture) n'est pas actionné.

La fonction L fait intervenir l'expression caractéristique du circuit X.$\overline{Y}$ et l'opérateur f(1, 0) qui prendra la valeur **1** puisque par hypothèse L = 1.

Seule l'opération intersection permet de vérifier la fonction.

On écrira : L = X . $\overline{Y}$. f(1, 0) *(1)*

Pour f(1.0) = 1, L = X . $\overline{Y}$. 1 = X . $\overline{Y}$ équation caractéristique du circuit.

■ Les deux variables sont liées par la relation de **réunion.** Dans un circuit à deux contacts en parallèle, seul l'état **0** de la lampe permet de définir les contacts.

En effet lorsque la lampe est allumée on ne peut préciser laquelle des variables provoque l'éclairement, alors que la lampe éteinte impose les deux dipôles bloquants.

Exemple. L = 0 pour f(X, Y) = f(1,0)
avec f(X) = f(1) et f(Y) = f(0).

L'équation du circuit est L = $\overline{X}$ + Y (fig. 4). La lampe est éteinte lorsque X (contact à ouverture) est actionné et Y (contact à fermeture) n'est pas actionné.

La fonction L fait intervenir $\overline{X}$ + Y, expression caractéristique du circuit et l'opérateur f(1,0) qui prendra la valeur **0** puisque, par hypothèse, L = 0.

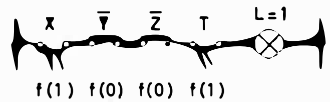
Seule l'opération réunion permet de vérifier la fonction.

On écrira : L = $\overline{X}$ + Y + f(1, 0) *(2)*

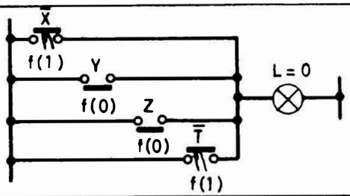
Pour f(1,0) = 0, L = $\overline{X}$ + Y + 0 = $\overline{X}$ + Y., équation caractéristique.

A₂. 9 ANALYSE DE CIRCUITS

①



②



③

N°	Combinaisons	Couples d'action f(xy)
1	$\bar{X}$ $\bar{Y}$	f (00) f (01) f (11) f (10)
2	$\bar{X}$ Y	f (00) f (01) f (11) f (10)
3	X Y	f (00) f (01) f (11) f (10)
4	X $\bar{Y}$	f (00) f (01) f (11) f (10)

Remarque. Les expressions *(1)* et *(2)* sont complémentaires.

$L = X \cdot \bar{Y} \cdot f(10)$ détermine la lampe allumée pour le seul couple d'actions externes f(10).

Tous les autres couples f(00), f(01), f(11) concourent à éteindre la lampe.

$L = \bar{X} + Y + f(10)$ détermine la lampe éteinte pour le seul couple d'actions externes f(10). Les autres couples déterminent la lampe éclairée.

Fonction à n variables :

$$L = f(X, Y, Z, T).$$

Ce qui précède permet de généraliser ces principes aux fonctions à **n** variables.

■ Les couples d'actions externes conduisent le circuit à l'état **1**. La fonction sera l'intersection des variables caractéristiques et de l'opérateur f(...).

Si $L = 1$, pour $f(X, Y, Z, T) = f(1, 0, 0, 1)$, la fonction s'écrira

$$L = X \cdot \bar{Y} \cdot \bar{Z} \cdot T \cdot f(1, 0, 0, 1) \text{ (fig. 1)}$$

Une action externe f(1) impose un contact à fermeture.

Une action externe f(0) impose un contact à ouverture.

■ Les couples d'actions externes conduisent le circuit à l'état **0**. La fonction sera la réunion des variables caractéristiques et de l'opérateur f(....).

Si $L = 0$, pour $f(X, Y, Z, T) = f(1, 0, 0, 1)$, la fonction s'écrira :

$$L = \bar{X} + Y + Z + \bar{T} + f(1, 0, 0, 1) \text{ (fig. 2)}$$

Une action externe f(1) impose un contact à ouverture.

Une action externe f(0) impose un contact à fermeture.

Conclusions. L'état du circuit ainsi que ses caractéristiques sont connus ; on en déduit aisément les actions extérieures vérifiant l'hypothèse.

Par réciproque, si l'état du circuit ainsi que les actions extérieures sont connus, les caractéristiques du circuit peuvent être précisées.

Analyse d'un circuit série.

Examinons un circuit à deux contacts série (fonction à deux variables). On obtient quatre combinaisons des variables entre elles (fig. 3 — représentation des variables à l'état de repos). Sur chaque combinaison peuvent agir quatre couples différents d'actions extérieures représentés par :

$$f(0, 0) ;\ f(0, 1) ;\ f(1, 1) ;\ f(1, 0)$$

Puisque le circuit est série, il est déterminé de façon univoque par les seuls couples d'action conduisant chaque combinaison à l'état **1**. Dans cet ordre d'idées, la relation issue de la 1re combinaison, par exemple, doit s'écrire, en faisant intervenir les actions extérieures :

$$L = \bar{X} \cdot \bar{Y} \cdot f(00) + \bar{X} \cdot Y \cdot f(01) + X \cdot Y \cdot f(11) + X \cdot \bar{Y} \cdot f(10)$$

On note que l'expression définissant l'état **1** du circuit ne peut être que $L = \bar{X} \cdot \bar{Y} \cdot f(00)$. Tous les autres termes conduisent le circuit à l'état **0** ; ils deviennent par conséquent inutiles.

Remarque. Seule l'opération réunion vérifie le raisonnement : en effet

$$L = \bar{X} \cdot \bar{Y} \cdot f(00) + 0 + 0 + 0 = \bar{X} \cdot \bar{Y} \cdot f(00)$$

On obtient successivement :

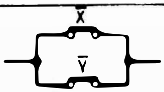
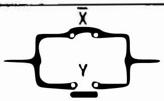
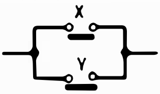
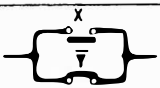
$L = \bar{X} \cdot \bar{Y} \cdot f(0, 0)$ $\quad$ $L = X \cdot Y \cdot f(1, 1)$

$L = \bar{X} \cdot Y \cdot f(0, 1)$ $\quad$ $L = X \cdot \bar{Y} \cdot f(1, 0)$

Vérifier l'analyse à l'aide du tableau 3.

PREMIÈRE RELATION DE SHANNON | A₂. 10

①

N°	Combinaisons	Couples d'action
1		f(00) f(01) f(11) f(10)
2		f(00) f(01) f(11) f(10)
3		f(00) f(01) f(11) f(10)
4		f(00) f(01) f(11) f(10)

1.8. RELATIONS DE SHANNON

Première relation de SHANNON.

La fonction L = f(X, Y) d'un circuit série peut être développée sous forme littérale encore appelée forme canonique. Toutes les combinaisons conduisant la fonction à l'état **1** doivent être conservées ; toutes les combinaisons conduisant la fonction à l'état **0** doivent disparaître. Il suffit de former la réunion (addition) de toutes les expressions possibles de L. Il vient :

$$L = \overline{X} . \overline{Y} . f(00) + \overline{X} . Y . f(01) + X . Y . f(11) + X . \overline{Y} . f(10)$$

C'est la 1^{re} relation de SHANNON

Si l'on connaît les valeurs f(X, Y) déterminant l'état binaire **1** de la fonction, la série d'équivalents permettra de définir les caractéristiques du circuit.

Application. Quelle est l'expression de la fonction L = f(X, Y) déterminant L = 1 pour f(X, Y) = f(0,1) et f(1, 1)?

Par hypothèse :

f (00) détermine le circuit bloquant : f (00) = 0
f (01) détermine le circuit passant : f (01) = 1
f (11) détermine le circuit passant : f (11) = 1
f (10) détermine le circuit bloquant : f (10) = 0

Portons ces résultats dans la 1re relation de SHANNON :

$$L = \overline{X} . \overline{Y} . 0 + \overline{X} . Y . 1 + X . Y . 1 + X . \overline{Y} . 0$$

Mais

$\overline{X} . \overline{Y} . 0 = 0$ $\qquad X . \overline{Y} . 0 = 0$

$\overline{X} . Y . 1 = \overline{X} . Y$ $\qquad X . Y . 1 = X . Y$

par conséquent :

$$L = 0 + \overline{X} . Y + X . Y + 0$$

$$L = \overline{X} . Y + X . Y = Y . (\overline{X} + X)$$

Mais $\overline{X} + X = 1$, donc

$$\boxed{L = Y}$$

Analyse d'un circuit parallèle.

Si nous examinons un circuit à deux contacts en parallèles (fonction à deux variables), on obtient quatre combinaisons des variables entre elles (fig. 1). Sur chaque combinaison peuvent agir quatre couples d'actions extérieures, soit :

f(00) ; f(01) ; f(11) ; f(10)

Puisque le circuit est parallèle, il est déterminé de façon univoque par les seuls couples d'actions conduisant la fonction à l'état **0**. La relation issue de la 1re combinaison doit s'écrire en faisant intervenir les actions extérieures.

$$L = [\overline{X} + \overline{Y} + f(00)] . [\overline{X} + Y + f(01)] . [X + Y + f(11)] . [X + \overline{Y} + f(10)]$$

On note que l'expression définissant l'état **0** du circuit ne peut être que

$$L = [\overline{X} + \overline{Y} + f(11)] .$$

Remarque. Seule l'opération intersection vérifie le raisonnement : en effet f(00), f(01), f(10) définissent L = 1

$$L = [1] . [1] . [\overline{X} + \overline{Y} + f(11)] . [1]$$

$$L = \overline{X} + \overline{Y} + f(11)$$

On obtient successivement en ordonnant les termes :

$L = X + Y + f(00)$ $\qquad L = \overline{X} + \overline{Y} + f(11)$

$L = X + \overline{Y} + f(01)$ $\qquad L = \overline{X} + Y + f(10)$

Vérifier l'analyse à l'aide du tableau 1.

A₂. 11 DEUXIÈME RELATION DE SHANNON

Deuxième relation de SHANNON.

La fonction L = f(X, Y) d'un circuit parallèle peut être développée sous forme littérale, encore appelée forme canonique. Toutes les combinaisons conduisant la fonction à l'état **0** doivent être conservées ; toutes les combinaisons conduisant la fonction à l'état **1** doivent disparaître. Il suffit de former l'intersection (produit) de toutes les expressions possibles de L. Il vient :

$$\boxed{\begin{aligned} L = &[X + Y + f(00)] . [X + \overline{Y} + f(01)] \\ &. [\overline{X} + \overline{Y} + f(11)] . [\overline{X} + Y + f(10)] \end{aligned}}$$

C'est la 2ᵉ relation de SHANNON.

Si l'on connaît les valeurs f(X, Y) déterminant l'état binaire **0** de la fonction, la série d'équivalents permettra de définir les caractéristiques du circuit.

1ʳᵉ application.

Reprenons le problème étudié en ($A_2 10$) et cherchons l'expression de la fonction L en utilisant la seconde relation de SHANNON.

Les hypothèses étaient : f(00) = 0 ; f(01) = 1 ; f(11) = 1 ; f(10) = 0

Portons ces résultats dans la 2ᵉ relation de SHANNON.

$$L = [X + Y + 0] . [X + \overline{Y} + 1] . [\overline{X} + \overline{Y} + 1] . [\overline{X} + Y + 0]$$

$$L = [X + Y] . [1] . [1] . [\overline{X} + Y]$$

$L = [X + Y] . [\overline{X} + Y]$ et, en développant :

$$L = X . \overline{X} + X . Y + \overline{X} . Y + Y . Y$$

$$L = Y . [X + \overline{X} + 1]$$

$L = Y$ expression déjà trouvée.

Puisque les deux relations de SHANNON permettent, à partir d'hypothèses identiques, de définir deux équations ayant les mêmes fonctions, il sera possible d'utiliser, dans tous les cas, l'une ou l'autre.

Dans la 1ʳᵉ relation, les hypothèses ne font apparaître que les expressions conduisant la fonction à l'état **1** : on dit développer la fonction suivant les **1**.

Dans la 2ᵉ relation les hypothèses ne font apparaître que les expressions conduisant la fonction à l'état **0** : on dit développer la fonction suivant les **0**.

Ces formes de développement ne doivent pas surprendre. En effet les deux relations sont complémentaires et, puisque l'on développe l'une suivant les **1**, l'autre suivant les **0**, les équations doivent rester identiques.

Reprenons la 1ʳᵉ relation de SHANNON

$$L = \overline{X} . \overline{Y} . f(00) + \overline{X} . Y . f(01) + X . Y . f(11) + X . \overline{Y} . f(10)$$

L'expression $\overline{X} . \overline{Y} . f(00)$ fait apparaître des entités de nature différente. D'une part les termes $\overline{X}$ ou $\overline{Y}$ caractérisent la **nature** des contacts, d'autre part, un opérateur f exprime les **actions externes** et définit si le circuit est passant ou non. La fonction caractéristique d'un circuit fait nécessairement intervenir à la fois la nature des éléments du circuit X ; Y ; $\overline{X}$; $\overline{Y}$; etc. et le résultat des actions externes f(...), d'où l'écriture :

$$L = X . \overline{Y} . f(10)$$

Le complément de celle-ci est :

$$L = \overline{X} + Y + f(10)$$

— dans la 1ʳᵉ expression, seul f(10) conduit L à l'état **1** ;

— dans la 2ᵉ expression, seul f(10) conduit L à l'état **0**.

(Revoir les schémas 3 et 4 en $A_2 8$; ils sont complémentaires).

Ces remarques permettent de chercher le complément de la 1ʳᵉ relation de SHANNON

$$L = \overline{\overline{X} . \overline{Y} . f(00) + \overline{X} . Y . f(01) + X . Y . f(11) + X . \overline{Y} . f(10)}$$

$$L = [\overline{\overline{X} . \overline{Y} . f(00)}] . [\overline{\overline{X} . Y . f(01)}] . [\overline{X . Y . f(11)}] . [\overline{X . \overline{Y} . f(10)}]$$

$$L = [X + Y + f(00)] . [X + \overline{Y} + f(01)] . [\overline{X} + \overline{Y} + f(11)] . [\overline{X} + Y + f(10)]$$

On retrouve bien la 2ᵉ relation de SHANNON.

2ᵉ application.

Quelle est l'expression de la fonction L = f(X, Y) déterminant L = 1 pour les couples d'action f(00) et f(11) ?

On utilisera les deux relations de SHANNON et on comparera les résultats.

1ʳᵉ RELATION DE SHANNON.

$$L = \overline{X} . \overline{Y} . f(00) + \overline{X} . Y . f(01) + X . Y . f(11) + X . \overline{Y} . f(10)$$

L = 1 pour f(00) et f(11); il vient :

$$L = \overline{X} . \overline{Y} + X . Y \qquad (1)$$

2ᵉ RELATION DE SHANNON.

$$L = [X + Y + f(00)] . [X + \overline{Y} + f(01)] [\overline{X} + \overline{Y} + f(11)] . [\overline{X} + Y + f(10)]$$

L = 0 pour f(01) et f(10); il vient :

$$L = [X + \overline{Y}] . [\overline{X} + Y] \qquad (2)$$

Pour comparer les expressions *(1)* et *(2)*, complémentons *(1)*

$$\overline{L} = \overline{\overline{X} . \overline{Y} + X . Y}$$

$$\overline{L} = [X + Y] . [\overline{X} + \overline{Y}]$$

$$\overline{L} = X . \overline{Y} + \overline{X} . Y$$

Complémentons à nouveau

$$\overline{\overline{L}} = L = \overline{X . \overline{Y} + \overline{X} . Y}$$

$$L = [\overline{X} + Y] . [X + \overline{Y}]$$

Nous retrouvons l'équation *(2)*.

DÉVELOPPEMENT SUIVANT LES 1 | A₂. 12

Les Relations de SHANNON peuvent être généralisées aux fonctions à **n** variables.

1re relation de SHANNON.

$L = [\overline{X}.\overline{Y}.\overline{Z}\ldots.\overline{n}.f(0,0,0\ldots 0)]$
$+ [\overline{X}.\overline{Y}.\overline{Z}\ldots.n.f(0,0,0,\ldots 1)]$
$+ \ldots + [X.\overline{Y}.\overline{Z}\ldots.\overline{n}.f(1,0,0\ldots 0)]$

2e relation de SHANNON.

$L = [X + Y + Z \ldots + n + f(0,0,0\ldots 0)]$
$.[X + Y + Z \ldots + \overline{n} + f(0,0,0\ldots 1)]$
$\ldots.[\overline{X} + Y + Z \ldots + n + f(1,0,0\ldots 0)]$

Règles pratiques.

La forme de développement utilisée est fonction du tableau des valeurs, ou des conditions de fonctionnement.

1er cas. Développement suivant les 1

Il a été vérifié que le développement d'une fonction à l'aide de la première relation de SHANNON ne fait apparaître que les produits pour lesquels les couples d'action conduisent la fonction à l'état **1**. Par conséquent il est superflu d'écrire le développement entier de celle-ci.

Reprenons la 1re relation de SHANNON.

$L = \overline{X}.\overline{Y}.f(0,0) + \overline{X}.Y.f(0,1)$
$+ X.Y.f(1,1) + X.\overline{Y}.f(1,0)$

On peut noter que si l'opérateur définissant les actions extérieures est connu, la nature des contacts s'en déduit aisément. Par exemple :

f(0, 0) définit dans l'ordre $\overline{X}$ et $\overline{Y}$

f(1, 0) définit dans l'ordre X et $\overline{Y}$

Dans tous les cas où les actions extérieures détermineront l'état **1** de la fonction, il sera possible de définir l'équation du circuit correspondant.

L'équation générale d'un circuit est donc la réunion (addition) des opérateurs externes pour lesquels la fonction prend la valeur **1**. Chaque opérateur explicite l'intersection (produit) des contacts et précise leur nature.

Le développement d'une fonction suivant les **1** conduit à une **somme de produits.**

Si l'action externe existe, f(1), le contact sera à fermeture.

Si l'action externe n'existe pas, f(0), le contact sera à ouverture.

Exemple. Soit la fonction L = F(X, Y).

L = 1 pour f(1, 1) **ou** f(1, 0).

D'après ce qui a été écrit :

f(1, 1) définit X . Y,

f(1, 0) définit X . $\overline{Y}$,

Par conséquent :

$L = (X.Y) + (X.\overline{Y})$

$L = X.(Y + \overline{Y})$

$\boxed{L = X}$

Vérifions ce résultat. La première relation de SHANNON permet d'écrire :

$L = \overline{X}.\overline{Y}.0 + \overline{X}.Y.0$
$+ X.Y.1 + X.\overline{Y}.1$

$L = X.Y + X.\overline{Y}$

$L = X.(Y + \overline{Y})$

$\boxed{L = X}$

Le premier résultat est bien vérifié.

Cette 1re règle peut être généralisée.

Exemple. Soit la fonction

$S = F(X, Y, Z, T).$

S = 1 pour f(0, 0, 1,1) ou f(0, 1, 1, 1).

f(0, 0, 1, 1) définit $\overline{X}.\overline{Y}.Z.T$,

f(0, 1, 1, 1) définit $\overline{X}.Y.Z.T$,

Par conséquent :

$S = \overline{X}.\overline{Y}.Z.T + \overline{X}.Y.Z.T$

$S = \overline{X}.Z.T.(\overline{Y} + Y)$

$\boxed{S = \overline{X}.Z.T}$

A_2. 13 DÉVELOPPEMENT SUIVANT LES 0

Application. Le contacteur commandant la marche avant d'un moteur ne peut s'enclencher qu'aux conditions suivantes, simultanément remplies :

— contact fin de course arrière actionné $f(C_{AR}) = f(1)$;

— ordre Arrêt par sécurité non transmis $f(AT) = f(0)$;

— ordre de Marche donné $f(M_{AV}) = f(1)$.

La fonction excitation du contacteur avant peut s'écrire

$$E_{AV} = F(C_{AR}, AT, M_{AV})$$

La fonction prendra la valeur **1** pour l'opérateur f(1, 0, 1).

Le développement suivant les **1** donne l'équation du circuit :

$$E_{AV} = C_{AR} \, . \, \overline{AT} \, . \, M_{AV}$$

Le schéma correspondant est représenté par la figure 1.

2e cas. Développement suivant les 0

Le développement d'une fonction à l'aide de la seconde relation de SHANNON ne fait apparaître que les sommes pour lesquelles les couples d'action conduisent la fonction à l'état **0**. Par conséquent il est superflu d'écrire en entier le développement de celle-ci.

Reprenons la 2e relation de SHANNON

$$L_1 = [X + Y + f(0, 0)] \, . \, [X + \overline{Y} + f(0, 1)] \, . \, [\overline{X} + \overline{Y} + f(1, 1)] \, . \, [\overline{X} + Y + f(1, 0)]$$

On peut encore noter que si l'opérateur définissant les actions extérieures est connu, la nature des contacts s'en déduit aisément. Par exemple :

f(0, 0) définit dans l'ordre X ou Y ;

f(1, 0) définit dans l'ordre $\overline{X}$ ou Y.

Dans tous les cas où les actions extérieures détermineront l'état **0** de la fonction, il sera possible de définir l'équation du circuit correspondant.

L'équation générale d'un circuit est donc l'intersection (produit) des opérateurs externes pour lesquels la fonction prend la valeur **0.** Chaque opérateur explicite la réunion (addition) des contacts et précise leur nature.

Le développement d'une fonction suivant les **0** conduit à un **produit de sommes.**

Si l'action externe existe, f(1), le contact sera à ouverture.

Si l'action externe n'existe pas, f(0), le contact sera à fermeture.

Exemple. Soit la fonction L = F (X, Y).

L = 0 pour f(0, 0) ET f(0, 1).

D'après ce qui a été écrit :

f(0, 0) définit X + Y,

f(0,1) définit $X + \overline{Y}$,

par conséquent :

$$L = [X + Y] \, . \, [X + \overline{Y}]$$

$$L = X \, . \, X + X \, . \, \overline{Y} + Y \, . \, X + Y \, . \, \overline{Y}$$

$$L = X + X\,(Y + \overline{Y}) + Y \, . \, \overline{Y}$$

Mais $Y + \overline{Y} = 1$, $Y \, . \, \overline{Y} = 0$, donc

$$\boxed{L = X}$$

Ce résultat est le même que celui trouvé précédemment. En effet :

L = 1 pour f(1, 1) ou f(1, 0)

Vérifions ce résultat.

La 2e relation de SHANNON permet d'écrire :

$$L = [X + Y + 0] \, . \, [X + \overline{Y} + 0] \, . \, [\overline{X} + \overline{Y} + 1] \, . \, [\overline{X} + Y + 1]$$

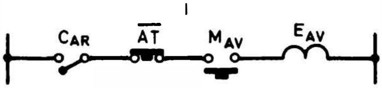
$$L = [X + Y] \, . \, [X + \overline{Y}]$$

et, après simplifications :

$$\boxed{L = X}$$

résultat déjà trouvé.

1



APPLICATIONS

A_2. 14

Cette 2ᵉ règle peut être généralisée.

Exemple. Soit la fonction

$$R = F(X, Y, Z, T).$$

$R = 0$ pour $f(0, 0, 1, 0)$ et $f(0, 0, 1, 1)$.

$f(0, 0, 1, 0)$ définit $X + Y + \overline{Z} + T$

$f(0, 0, 1, 1)$ définit $X + Y + \overline{Z} + \overline{T}$

par conséquent :

$$R = [X + Y + \overline{Z} + T] . [X + Y + \overline{Z} + \overline{T}]$$

Cette équation peut se simplifier; cherchons l'expression de $\overline{R}$:

$$\overline{R} = [\overline{X} . \overline{Y} . Z . \overline{T}] + [\overline{X} . \overline{Y} . Z . T]$$

$$\overline{R} = \overline{X} . \overline{Y} . Z . (\overline{T} + T)$$

$$\overline{R} = \overline{X} . \overline{Y} . Z$$

Revenons à la fonction R

$$\overline{\overline{R}} = \overline{\overline{X} . \overline{Y} . Z}$$

$$R = X + Y + \overline{Z}$$

Application. Un four électrique à ventilation doit être arrêté si :

— étant fermé, sa température dépasse la valeur de réglage;

— étant ouvert et sa température dépassant la valeur de réglage, la ventilation est arrêtée.

Pour ne pas alourdir l'étude, les fonctions réalisées ont été volontairement réduites.

Hypothèses. Désignons l'automate mesurant la température par la lettre θ. Si la température dépasse la valeur de réglage : $f(\theta) = f(1)$.

Désignons le système d'ouverture et de fermeture du four par la lettre P. Si le four est fermé : $f(P) = f(1)$.

Désignons le système de ventilation par la lettre V. Si la ventilation est effective : $f(V) = f(1)$.

La mise en service des résistances chauffantes sera possible à l'aide d'un contacteur tripolaire repéré C.

En résumé, $C = F(\theta, P, V)$.

$C = 0$ pour $f(\theta) = f(1)$ et $f(P) = f(1)$

et $f(V) = f(1$ ou $0)$,

$C = 0$ pour $f(\theta) = f(1)$ et $f(P) = f(0)$

et $f(V) = f(0)$,

par conséquent :

$C = 0$ pour $f(1, 1, 0)$ et $f(1, 1, 1)$ et $f(1, 0, 0)$.

L'utilisation pratique de la 2ᵉ relation de SHANNON (Développement suivant les 0) permet de définir la réunion des différents types de contacts.

$f(1, 1, 1)$ définit $\overline{\theta} + \overline{P} + \overline{V}$;

$f(1, 1, 0)$ définit $\overline{\theta} + \overline{P} + V$;

$f(1, 0, 0)$ définit $\overline{\theta} + P + V$.

Il vient donc :

$$C = [\overline{\theta} + \overline{P} + \overline{V}] . [\overline{\theta} + \overline{P} + V] . [\overline{\theta} + P + V]$$

Cette équation peut se simplifier; cherchons le complément de C

$$\overline{C} = \overline{[\overline{\theta} + \overline{P} + \overline{V}] . [\overline{\theta} + \overline{P} + V] . [\overline{\theta} + P + V]}$$

$$\overline{C} = [\theta . P . V] + [\theta . P . \overline{V}] + [\theta . \overline{P} . \overline{V}]$$

$$\overline{C} = \theta . P [V + \overline{V}] + \theta . \overline{P} . \overline{V}$$

$$\overline{C} = \theta . P + \theta . \overline{P} . \overline{V}$$

En complémentant à nouveau

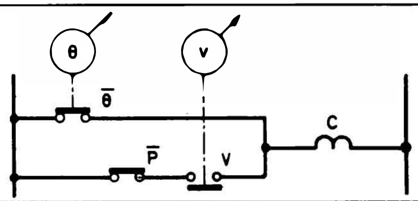
$$\overline{\overline{C}} = \overline{\theta . P + \theta . \overline{P} . \overline{V}} = \overline{\theta . [P + \overline{P} . \overline{V}]}$$

$$C = \overline{\theta} + [\overline{P} . (P + V)] = \overline{\theta} + [\overline{P} . P + \overline{P} . V]$$

$$C = \overline{\theta} + \overline{P} . V$$

Schéma : figure 1.

1



A₂. 15 FONCTIONS ÉLÉMENTAIRES

①

f(x)	f(Y)	R= f(x,Y)	Combinaisons:
0	0	f(0,0)	1ère
0	1	f(0,1)	2ème
1	1	f(1,1)	3eme
1	0	f(1,0)	4eme

②

f(x)	f(Y)	f(z)	S= f(x,Y,z)
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	1	1
0	1	0	1
1	1	0	1
1	1	1	0
1	0	1	1
1	0	0	1

Recherche de fonctions dites élémentaires.

Soit une fonction à deux variables $R = F(X,Y)$.

Le tableau des valeurs comporte 4 combinaisons (fig. 1).

■ 1re combinaison : $R = 1$.
Développement suivant les **1**.
f(0, 0) définit $\overline{X}.\overline{Y}$.
$R = \overline{X}.\overline{Y}$: **c'est la fonction « NI ».**

■ 3e combinaison : $R = 1$.
Développement suivant les **1**.
f(1, 1) définit $X.Y$.
$R = X.Y$: **fonction dite « ET ».**

■ 2e, 3e, 4e combinaisons : $R = 1$.
Par conséquent $R = 0$ pour la 1re combinaison. Dans ce cas il y a intérêt à développer la fonction suivant les 0.
f(0, 0) définit $X + Y$.
$R = X + Y$: **fonction dite « OU ».**

■ 1re, 2e, 4e combinaisons : $R = 1$.
Par conséquent $R = 0$ pour la 3e combinaison.
Développement suivant les **0**
f(1, 1) définit $\overline{X}+\overline{Y}$
$R = \overline{X}+\overline{Y}$: **fonction dite « NAND ».** (1)

■ 2e et 4e combinaisons : $R = 1$.
Développement suivant les **1**
f(0, 1) définit $\overline{X}.Y$;
f(1, 0) définit $X.\overline{Y}$.
$R = \overline{X}.Y + X.\overline{Y}$ **fonction dite « dilemme ».**
$R = X \oplus Y$ ($\oplus$ définit la fonction dilemme).
Développement suivant les **0**
f(0, 0) définit $X + Y$;
f(1, 1) définit $\overline{X}+\overline{Y}$
$R = [X + Y].[\overline{X}+\overline{Y}]$
$R = X.\overline{X} + X.\overline{Y} + Y.\overline{X} + Y.\overline{Y}$
$R = \overline{X}.Y + X.\overline{Y}$

Conclusions. Les relations de Shannon permettent de définir tous les problèmes de pure combinaison. Leur application peut être étendue moyennant quelques précautions à l'étude de circuits séquentiels.

Elles peuvent être généralisées aux problèmes à **n** variables.

Si les **1** sont minoritaires, le développement suivant les **1** est fortement conseillé.

Si les **0** sont minoritaires, il peut être intéressant de développer la fonction suivant les **0**.

1.9. APPLICATION

Le problème ci-dessous est destiné à montrer l'intérêt à l'algèbre logique.

Thème. Trois réservoirs doivent être vidés ou emplis ensemble. Un équipement à flotteurs ou à cellules photo-électriques doit signaler les cas où cette condition n'existe pas.

Hypothèses. X, Y, Z sont des contacts à flotteurs ;

le réservoir est plein, l'action sur la variable est f(1) ;

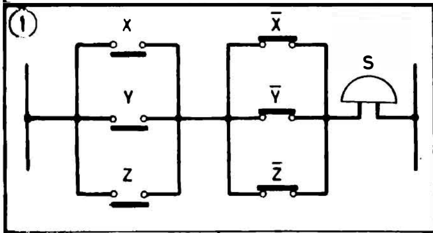
le réservoir est vide, l'action sur la variable est f(0).

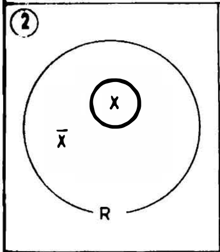
S sera un signal sonore.

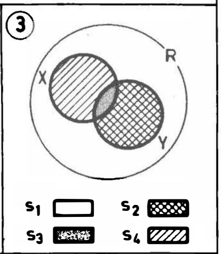
Résolution. Etablissons le tableau des valeurs. Ayant trois variables, le nombre de combinaisons possibles sera.
$N = 2^3 = 8$ (fig. 2).

(1) Voir fonction de SHEFFER (Technor Automatisme 1, R.16).

LES CERCLES D'EULER — A₂. 16

(1)


(2)


(3)


(4)

X	$\bar{X}$

(5)

X	$\bar{X}$

(6)

$\bar{X}\bar{Y}$	$X\bar{Y}$
$\bar{X}Y$	XY

(7)

	$\bar{X}$	X
$\bar{Y}$	α	β
Y	γ	ε

(8)

	f(x) 0	1
f(Y) 0	α	β
1	γ	ε

La fonction sera développée suivant les **0** car $\Sigma 0 < \Sigma 1$

S sera donc un produit de sommes. Il vient :

$$S = [X+Y+Z] . [\bar{X}+\bar{Y}+\bar{Z}]$$

d'où le schéma 1

Somme - (circuits parallèles)

$$S = \underbrace{\overbrace{[X+Y+Z]} . \overbrace{[X+Y+Z]}}$$

Produits - (circuits séries)

1.10 LES CERCLES D'EULER

Les cercles d'Euler permettent, comme le tableau des valeurs, de développer une fonction logique.

Fonction à une variable : S = f(X).

Soit une surface engendrée par un cercle R (fig. 2) appelé « référentiel ». Considérons à l'intérieur de ce référentiel une variable X repérée par un cercle.

Le système étant limité au référentiel, la surface extérieure au cercle X sera son complément, soit $\bar{X}$.

La variable est bien du type binaire puisqu'elle peut avoir deux états X ou $\bar{X}$ si X = 1, $\bar{X}$ = 0

Fonction à deux variables : S = f(X, Y).

Fig. 3. Comme par le tableau des valeurs, quatre surfaces distinctes ou combinaisons apparaissent.

Si on développe la fonction S = f(X, Y) on obtient :

S_1 : surface extérieure à X et extérieure à Y. On écrira :

$$S_1 = \bar{X} . \bar{Y}$$

S_2 : surface intérieure à Y et extérieure à X :

$$S_2 = \bar{X} . Y$$

S_3 : surface intérieure à Y et à X :

$$S_3 = X . Y$$

S_4 : surface intérieure à X et extérieure à Y :

$$S_4 = X . \bar{Y}$$

Résultats déjà établis.

Cas de plusieurs variables.

La représentation à partir de trois variables devient malaisée.

KARNAUGH a imaginé un diagramme plus facile à manipuler.

1.11. DIAGRAMME DE KARNAUGH

Le cercle référentiel d'Euler est remplacé par un rectangle à l'intérieur duquel des cases définissent les combinaisons des variables.

Cas d'une variable : C = f(X).

Deux combinaisons sont possibles (fig. 4 et 5).

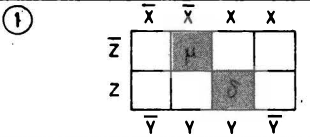
On préfère la représentation 5.

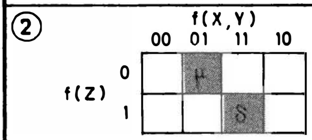
Cas de deux variables : C = f(X, Y).
Le nombre de combinaisons étant de quatre, le rectangle sera divisé en quatre cases (fig. 6 et 7). La représentation 7 est préférée ; chaque case est définie exactement par les coordonnées disposées latéralement.
$\alpha = \bar{X} . \bar{Y}$ $\quad\quad$ $\beta = X . \bar{Y}$

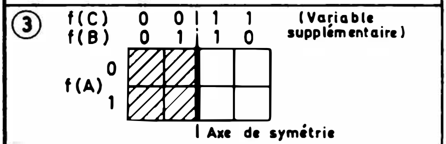
Une représentation encore plus allégée est possible (fig. 8).

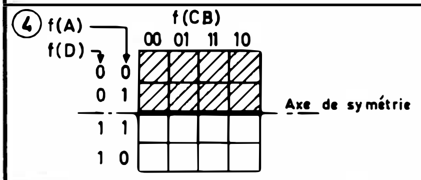
$$\alpha = f(X, Y) = f(0, 0) = \bar{X} . \bar{Y}$$
$$\beta = f(X, Y) = f(1, 0) = X . \bar{Y}$$

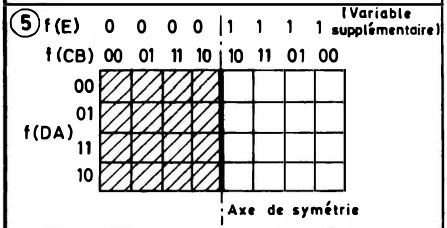
A₂. 17 LES DIAGRAMMES DE KARNAUGH

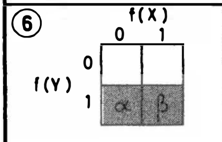


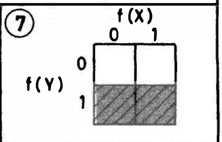












Cas de trois variables : $C = f(X, Y, Z)$.
Nombre de combinaisons : $2^3 = 8$, donc rectangle à huit cases (fig. 1).

$$\mu = f(X, Y, Z) = \overline{X} . Y . \overline{Z}$$
$$\delta = f(X, Y, Z) = X . Y . Z$$

La représentation allégée permet (fig. 2) :

$$\mu = f(X, Y, Z) = f(010) = \overline{X} . Y . \overline{Z}$$
$$\delta = f(X, Y, Z) = f(111) = X . Y . Z$$

Méthode d'établissement d'un diagramme.

Lorsque le nombre de variables définissant un diagramme s'accroît d'une unité, le nombre de combinaisons, donc de cases, est doublé.

1 variable donne $2^1 = 2$ cases ;
2 variables donnent $2^2 = 4$ cases ;
3 variables donnent $2^3 = 8$ cases.

Il est possible de définir une sorte d'axe de symétrie liant le diagramme à **n** variables au diagramme à (n + 1) variables.

L'axe de symétrie n'affecte que les **n** variables, la variable supplémentaire prenant la valeur **0** et **1** de part et d'autre de cet axe.

Exemples.

Modification d'un diagramme de deux à trois variables (fig. 3).
Modification d'un diagramme de trois à quatre variables (fig. 4).
Modification d'un diagramme de quatre à cinq variables (fig. 5).

Remarque. Le code utilisé pour la notation des variables est appelé code binaire réfléchi. Pour évoluer d'une case à une autre case adjacente on s'impose de ne modifier qu'une seule variable.

Conclusions. Dans le diagramme de KARNAUGH, les côtés extrêmes et parallèles sont adjacents. Nous sommes en présence d'un volume d'un genre particulier comparable à un tore.

La manipulation d'expressions Booléennes à l'aide de ce diagramme est très simple.

Dans tous les cas l'expression d'une fonction pourra être explicitée à partir d'une surface.

Recherche de fonctions.

Soit la fonction $C = f(X, Y)$ (fig. 6).
L'expression qui définit les cases α et β est

$$\alpha = f(X, Y) = f(0,1) = \overline{X} . Y$$
$$\beta = f(X, Y) = f(1, 1) = X . Y$$
$$C = \alpha + \beta = \overline{X} . Y + X . Y = Y$$

Ce résultat pouvait être obtenu plus rapidement. En effet, les cases α et β adjacentes déterminent une surface définie exactement par la seule coordonnée $f(Y) = f(1)$

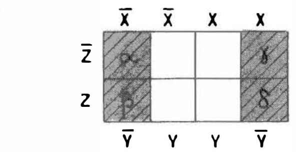
$$C = Y \qquad \text{(fig. 7)}$$

Pour définir la surface en rouge, seule la variable Y suffit.

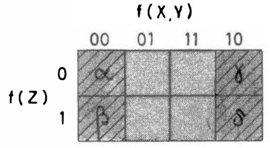
RECHERCHE DE SURFACES

A_2. 18

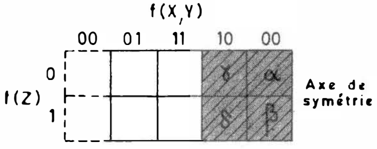
(1)



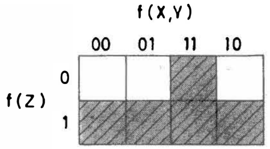
(2)



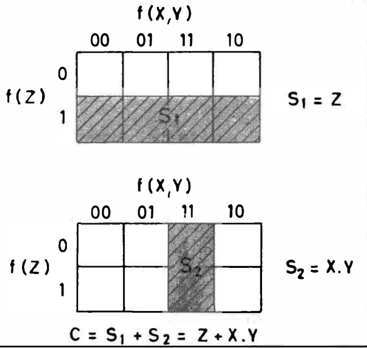
(3)



(4)



(5)



Règle. La recherche d'une fonction à l'aide du diagramme de KARNAUGH implique :

— la décomposition de la surface totale de la fonction en surfaces simples parfaitement explicitées ;

— le choix du développement (voir A_2.12 ; A_2.13).

Suivant les **1** : la fonction est la somme des surfaces simples ; chaque surface est définie par le produit de ses variables.

Suivant les **0** : la fonction est le produit des surfaces simples ; chaque surface est définie par la somme de ses variables.

Une surface simple est une surface parfaitement explicitée par ses variables : elle doit présenter un ou deux axes de symétrie et ne peut définir qu'un carré ou un rectangle. Elle est la réunion d'un nombre de cases adjacentes puissance de 2, soit :

$2^0 \rightarrow 1$ case	$2^2 \rightarrow 4$ cases
$2^1 \rightarrow 2$ cases	$2^3 \rightarrow 8$ cases, etc.

Recherche de surfaces.

■ Chercher l'expression de C = f(X, Y, Z) pour la surface en rouge (fig. 1 et 2).

Développement par les **1** :

$$C = \alpha + \beta + \gamma + \delta$$

$$C = f(000) + f(001) + f(100) + f(101)$$

$$C = \bar{X}.\bar{Y}.\bar{Z} + \bar{X}.\bar{Y}.Z + X.\bar{Y}.\bar{Z} + X.\bar{Y}.Z$$

$$C = \bar{X}.\bar{Y}.(\bar{Z} + Z) + X.\bar{Y}.(\bar{Z} + Z)$$

$$C = \bar{Y}.(\bar{X} + X)$$

$$C = \bar{Y}$$

Ce résultat pouvait être obtenu plus rapidement.

Modifions quelque peu notre disposition (fig. 3).

Les coordonnées de chaque case rouge n'ont pas été changées mais la surface totale apparaît maintenant exactement définie par la seule coordonnée

$$f(Y) = f(0), \quad \text{donc} \quad C = \bar{Y}.$$

Développement par les **0** : le résultat est immédiat si l'on considère la surface en gris (fig. 2) ; elle apparaît explicitée par f(Y) = f(1), donc $C = \bar{Y}$.

■ Rechercher l'expression de

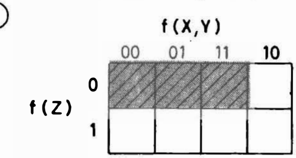
$$C = f(X, Y, Z)$$

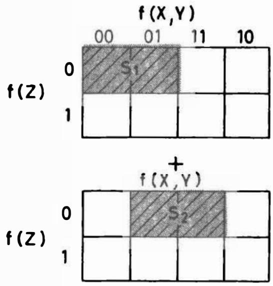
pour la surface en rouge (fig. 4).

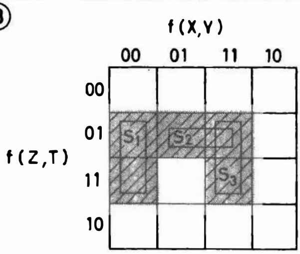
La surface totale peut être décomposée en deux surfaces simples (fig. 5).

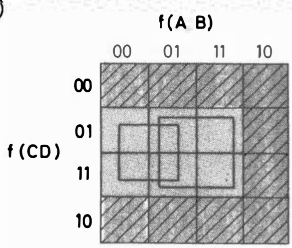
Le recouvrement des surfaces n'a aucune importance dans le cas d'une réunion (addition), l'algèbre de boole étant essentiellement qualitative.

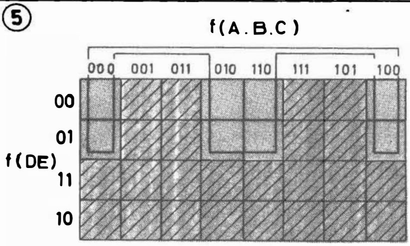
A₂. 19 RECHERCHE DE SURFACES

①


②


③


④


⑤


■ Rechercher l'expression de

$$N = f(X, Y, Z)$$

pour la surface en rouge (fig. 1).

Elle ne forme pas une surface simple. En effet les variables f(X, Y) ne la définissent pas exactement.

Développement par les 1 :

Décomposition en surfaces simples (fig. 2).

$$S_1 = \overline{X}.\overline{Z} \qquad S_2 = Y.\overline{Z}$$

$$N = S_1 + S_2 = \overline{X}.\overline{Z} + Y.\overline{Z} = \overline{Z}.(\overline{X} + Y)$$

■ Rechercher l'expression de la surface en rouge (fig. 3)

$$C = f(X, Y, Z, T)$$

Développement par les 1 :

$S_1 = \overline{X}.\overline{Y}.T \qquad S_2 = Y.\overline{Z}.T \qquad S_3 = X.Y.T$

$C = S_1 + S_2 + S_3$

$C = \overline{X}.\overline{Y}.T + Y.\overline{Z}.T + X.Y.T$

$C = T.(\overline{X}.\overline{Y} + X.Y + Y.\overline{Z})$

Remarque. Il faut noter que plus la surface définie est grande, plus nombreuses sont les cases adjacentes groupées et, par conséquent, plus simple sera l'expression de la fonction.

■ Rechercher l'expression de la surface en rouge (fig. 4).

$$L = f(A, B, C, D)$$

Si la surface en rouge vaut **1**, la surface en gris vaut **0.**

Développement par le 0 : C'est un produit de sommes (voir A₂.13 et A₂.18)

$L = (A + \overline{D}).(\overline{B} + \overline{D})$

Développons :

$L = A.\overline{B} + A.\overline{D} + \overline{D}.\overline{B} + \overline{D}$

$L = A.\overline{B} + \overline{D}.(A + \overline{B} + 1)$

$$\boxed{L = A.\overline{B} + \overline{D}}$$

■ Rechercher l'expression de la surface en rouge (fig. 5) ;

$$L = f(A.B.C.D.E)$$

Développement par les 0.

$$\boxed{L = C + D}$$

SIMPLIFICATION DE FONCTIONS — A₂. 20

1.12. APPLICATIONS

Simplifiez l'expression :

$$L = (A \cdot B \cdot C) + (A \cdot \overline{B} \cdot C) + (\overline{A} \cdot B \cdot C)$$

Manipulation algébrique

$$L = (A \cdot B \cdot C) + (A \cdot \overline{B} \cdot C) + (\overline{A} \cdot B \cdot C) + A \cdot B \cdot C$$

Le terme (A . B . C) qui existait déjà a été ajouté ; rien n'a été changé, l'algèbre de BOOLE étant qualitative.

Mettons en facteurs

$$L = (A \cdot C) \cdot (B + \overline{B}) + (B \cdot C) \cdot (A + \overline{A})$$

$$L = (A \cdot C) + (B \cdot C)$$

$$\boxed{L = C \cdot (A + B)}$$

Diagramme de KARNAUGH (fig. 1).

$$L = B \cdot C + A \cdot C$$

$$\boxed{L = C \cdot (A + B)}$$

Simplifiez l'expression :

$$L = \overline{A} \cdot B + B \cdot \overline{C} + A \cdot \overline{B} + A \cdot C$$

Manipulation algébrique.

Cette expression peut s'écrire :

$$L = \overline{A} \cdot B + B \cdot \overline{C} \cdot (A + \overline{A}) + A \cdot \overline{B} \cdot (C + \overline{C}) + A \cdot C$$

$$L = \overline{A} \cdot B + A \cdot B \cdot \overline{C} + \overline{A} \cdot B \cdot \overline{C} + A \cdot \overline{B} \cdot C + A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} + A \cdot C$$

En utilisant le principe de commutativité :

$$L = \overline{A} \cdot B + \overline{A} \cdot B \cdot \overline{C} + A \cdot B \cdot \overline{C} + A \cdot \overline{B} \cdot \overline{C} + A \cdot \overline{B} \cdot C + A\,C$$

$$L = \overline{A} \cdot B \cdot (1 + \overline{C}) + A \cdot \overline{C} \cdot (B + \overline{B}) + A \cdot C \cdot (1 + \overline{B})$$

$$L = \overline{A} \cdot B + A \cdot \overline{C} + A \cdot C$$

$$L = \overline{A} \cdot B + A \cdot (C + \overline{C})$$

$$L = \overline{A} \cdot B + A$$

$$\boxed{L = A + B}$$

Diagramme de KARNAUGH (fig. 2).

Développement par les **1**	Développement par les **0**
$\boxed{L = A + B}$	$\boxed{L = A + B}$

Remarque. Il faut noter ici que la simplification algébrique n'est pas évidente, alors que le diagramme de Karnaugh donne une solution presque immédiate.

Conclusion.

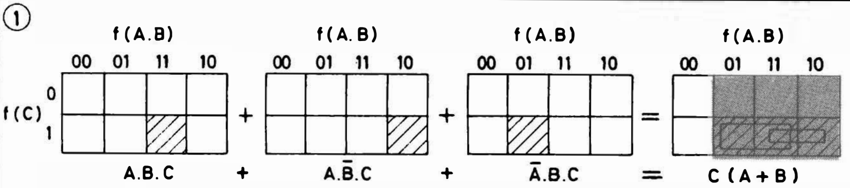
La minimisation d'une expression logique pourra pratiquement utiliser deux méthodes :

— 1re méthode : manipulation algébrique des termes d'une fonction ;

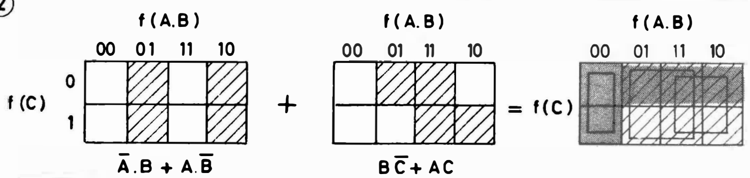
— 2e méthode : utilisation du diagramme de Karnaugh.

L'importance de cette seconde méthode apparaîtra d'une façon plus précise lors de la recherche de l'expression logique d'un circuit séquentiel. Seul le diagramme de Karnaugh permet en effet un recouvrement aisé des surfaces entre elles.

1



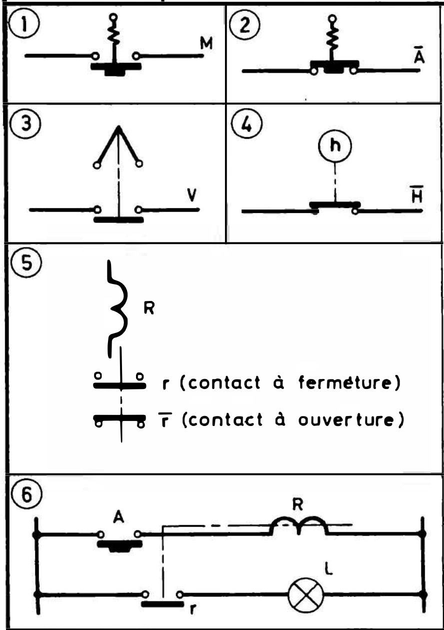
2



2.

ORGANES BINAIRES

A_2. 21 CONTACTS
Relais électromécaniques



2.1. LES BOUTONS-POUSSOIRS

Ce sont des contacts électriques pouvant occuper deux positions distinctes.

— Bouton-poussoir à fermeture (fig. 1).

Il est ouvert au repos ; une action manuelle provoque sa fermeture.

En l'absence d'action extérieure le contact est maintenu ouvert grâce au ressort.

— Bouton poussoir à ouverture (fig. 2).

Il est fermé au repos ; une action manuelle provoque son ouverture.

2.2. LES AUTOMATES

Ce sont des contacts électriques pouvant occuper deux positions distinctes. La modification de l'état du contact est fonction de grandeurs physiques.

— Automate centrifuge (contact à fermeture).

Fig. 3. Le contact est normalement ouvert au repos.

— Automate à flotteur (contact à ouverture).

Fig. 4. Le contact est normalement fermé au repos. Suivant une convention justifiée en A_2.4, les notations adoptées dans le cas de contacts électriques seront :

- une lettre majuscule pour un contact à fermeture ;
- une lettre majuscule surlignée pour un contact à ouverture.

2.3. LES RELAIS ÉLECTROMÉCANIQUES

Un relais électromécanique est constitué par un enroulement attirant, lorsqu'il est excité, une armature en fer doux. Des contacts électriques solidaires de l'armature peuvent occuper deux positions distinctes.

On distingue :

— La bobine, ou organe d'excitation : elle est repérée par une lettre majuscule ;

— Les contacts électriques auxiliaires, ou éléments de transfert ; ils sont repérés par la même lettre minuscule.

Les contacts électriques d'un relais obéissent aux mêmes conventions que les boutons-poussoirs et automates (fig. 5).

Dans un relais électromécanique, les contacts auxiliaires ne suivent pas instantanément l'ordre donné par la bobine. Ce retard, appelé temps de réponse, est consécutif à la constante de temps de la bobine et à l'inertie de basculement des contacts.

Examinons les circuits de la figure 6.

A représente un bouton-poussoir à fermeture (c'est une variable d'entrée).

R représente l'organe d'excitation ou la bobine d'un relais électromécanique (c'est un organe de sortie secondaire).

r est un contact auxiliaire à fermeture, commandé par la bobine R (c'est une variable secondaire).

L est une lampe (c'est un organe de sortie).

Tels qu'ils sont représentés, les circuits sont à l'état de repos. **Cet état est dit stable** car le système reste lui-même si aucune action extérieure n'intervient.

Il est possible d'affecter à chaque dipôle une valeur binaire ; il vient donc :

$t_0 \rightarrow A = 0 \quad R = 0 \quad r = 0 \quad L = 0$

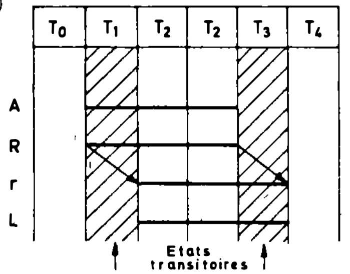
Exerçons une action sur le bouton-poussoir : A = 1. La bobine R est excitée, (dipôle passant R = 1) mais le contact **r** n'a pas eu le temps de basculer. Cette période est dite **état transitoire** car le système tend à évoluer. A l'instant t_1, où A = 1, il vient :

$t_1 \rightarrow A = 1 \quad R = 1 \quad r = 0 \quad L = 0$

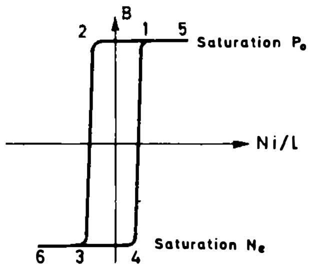
ÉTATS STABLES
États transitoires

A_2. 22

(1)



(2)



Si l'action sur le bouton-poussoir est maintenue, le contact **r** va basculer et le circuit accèdera à un état stable (bien entendu l'action extérieure ne devra pas cesser). A l'instant t_2 il vient donc :

$t_2 \rightarrow A = 1 \quad R = 1 \quad r = 1 \quad L = 1$

Si l'action sur le bouton-poussoir cesse, il vient :

$t_3 \rightarrow A = 0 \quad R = 0 \quad r = 1 \quad L = 1$

Le contact r n'obéit pas immédiatement, le temps de réponse étant écoulé si A reste à la valeur 0 :

$t_4 \rightarrow A = 0 \quad R = 0 \quad r = 0 \quad L = 0$

La description chronologique de l'état des différents dipôles peut être imagée à l'aide d'un diagramme (fig. 1).

Ce diagramme comportera des colonnes précisant les divers états, des lignes où seront notées les valeurs binaires des dipôles.

La valeur binaire **1** sera spécifiée par un trait fort.

La valeur binaire **0** sera spécifiée par l'absence de trait.

Conclusions.

— L'étude dynamique des circuits fait apparaître deux types d'états :

- Les **états stables,** où le système reste identique à lui-même si les actions extérieures ne sont pas modifiées.
- Les **états transitoires,** où le système est en état de transition. Un état transitoire évolue nécessairement vers un état stable.

— L'examen du diagramme montre que dans le cas **d'états stables,** excitation et contact ont même valeur binaire ; par conséquent : r = R

Si R = 1 r = 1 ; si R = 0 r = 0

On dit que le contact et son excitation sont en phase Dans le cas **d'états transitoires,** excitation et contact ont des valeurs binaires complémentaires ; par conséquent : $\overline{r} = R$

Si R = 1 r = 0 ; si R = 0 r = 1

On dit que le contact et son excitation sont déphasés ou encore que le contact est en retard d'une phase sur son excitation.

Ces remarques fondamentales prendront toute leur importance lors de l'étude des circuits séquentiels.

2.4. LES RELAIS STATIQUES A TORE MAGNETIQUE

Un cycle d'hystérésis présente deux zones distinctes : une zone de saturation faible et une zone de saturation élevée.

Ce phénomène est mis en évidence de façon remarquable grâce aux matériaux actuels dit à « cycle rectangulaire ».

Fig. 2. Cycle d'hystérésis relevé sur un tore en alliage fer nickel 50 %.

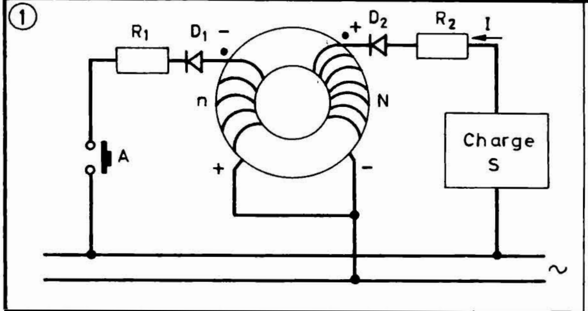
- Saturation pour 1,5 *Tesla.*
- Induction résiduelle : 1,45 *Tesla.*
- Champ coercitif : 16 *At/m.*

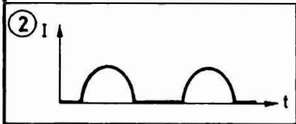
Les courbes repérées 1, 5 et 3, 6 définissent la saturation : μ est très faible, $L\omega$ est très faible.

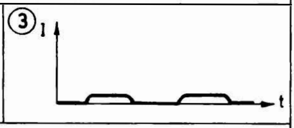
Les courbes repérées 2, 3 et 4, 1 définissent la non saturation : μ est très élevé, $L\omega$ est très élevé.

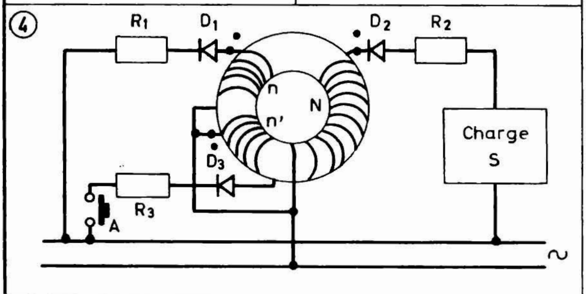
Aux points 1, 2, 3, 4, le tore passe brusquement de l'état de non saturation à l'état de saturation. On dit que le tore bascule.

A₂. 23 RELAIS À TORE MAGNÉTIQUE









Fonction PAS.

Fig. 1. Schéma de principe.

Conventions. Le point précise l'entrée de l'enroulement. Si le point est à la polarité moins, le tore est porté à l'état de saturation N_e.

Si le point est à la polarité plus, le tore est porté à l'état de saturation P_0.

Fonctionnement. Une tension alternative alimente les deux enroulements du tore à travers des diodes.

— L'enroulement repéré **n** est dit de commande ;

— L'enroulement repéré N est appelé sortie.

1er cas. Le bouton-poussoir A est ouvert, dipôle bloquant A = 0 ; le courant redressé (une alternance) circulant dans l'enroulement N porte le tore à l'état de saturation P_0. Par conséquent $L\omega$ est très faible et l'intensité moyenne est élevée (fig. 2).

2^e cas. Le bouton-poussoir A est fermé, dipôle passant A = 1.

Le courant redressé circulant dans l'enroulement **n** porte à chaque période le tore à l'état de saturation N_e. La tension redressée aux bornes de N est insuffisante pour amener le tore à l'état de saturation P_0 ; par conséquent $L\omega$ est très élevé et l'intensité moyenne I très faible (fig. 3).

En résumé :

A = 0 ; l'intensité I très élevée entraîne S = 1.

A = 1 ; l'intensité I très faible entraîne S = 0.

Puisque A et S ont des valeurs binaires complémentaires, la relation entrée et sortie peut s'écrire :

$$A = \overline{S}$$

C'est une fonction dite PAS.

Fonction directe.

Il est possible de réaliser avec un seul tore la relation S = A (fig. 4).

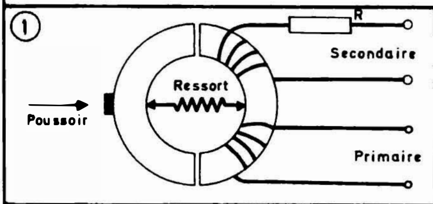
Le tore porte 3 enroulements, les enroulements **n'** et **n** ont même nombre de spires, mais les inductions possibles sont des signes contraires, d'où le terme enroulement **d'inhibition** donné à **n'**.

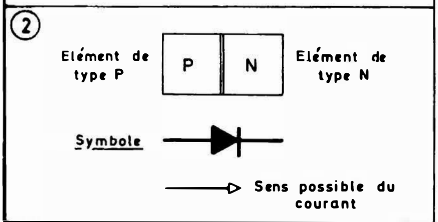
1er cas. Le bouton-poussoir est ouvert : A = 0. L'enroulement **n** est à la polarité — ; l'état magnétique du tore est porté à l'induction N_e, et un courant très faible apparaît dans N, ce qui entraîne S = 0 avec A = 0.

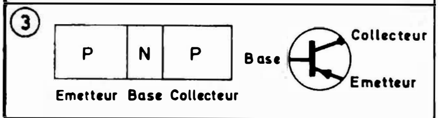
2^e cas. Le bouton-poussoir est passant : A = 1. Les inductions créées par **n'** et **n** s'annulent ; le tore est porté à la saturation P_0 grâce à N. Un courant élevé apparaît dans le circuit de sortie, ce qui entraîne S = 1 avec A = 1.

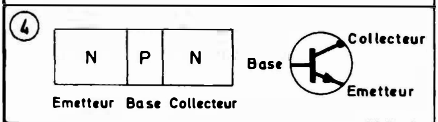
C'est une fonction directe. Elle s'apparente à un relais électromécanique comportant un contact à fermeture.

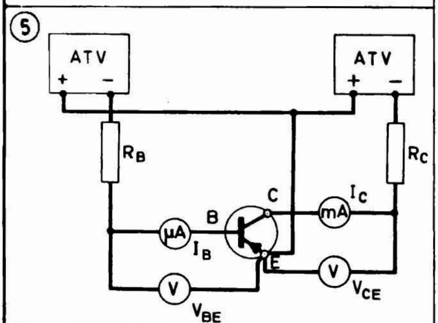
RELAIS À SEMI-CONDUCTEURS | A₂. 24

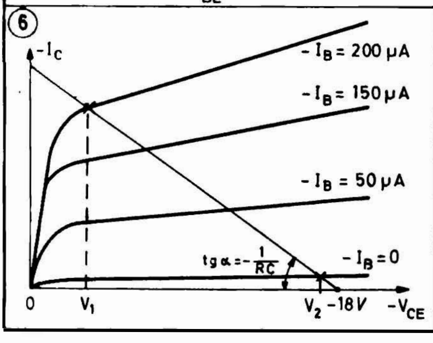












Bouton-poussoir magnétique : (fig. 1).

Principe. Le circuit se compose de deux demi tores en regard. L'écartement désiré est réalisé au repos grâce à un ressort.

1er cas. Aucune action sur le poussoir. L'entrefer important provoque une dispersion du flux d'induction ; aucune tension n'apparaît au secondaire.

2e cas. Une poussée rapproche les deux demi tores. L'entrefer devient négligeable et une tension alternative apparaît au secondaire.

2.5. LES RELAIS STATIQUES A SEMI-CONDUCTEURS

Diode.

Une diode est constituée par la juxtaposition de deux éléments semi-conducteurs, l'un de type P, l'autre de type N. Les caractéristiques sont telles que la diode ne peut être passante que si la polarité + aboutit à l'élément de type P et la polarité — à l'élément de type N (fig. 2).

Transistors.

Un transistor est constitué par la juxtaposition de trois éléments semi-conducteurs. Il existe les transistors P.N.P (fig. 3) et N.P.N. (fig. 4).

Le sens de la flèche indique le type de transistor.

Utilisation du transistor en organe binaire.

Fig. 5. Transistor P.N.P. monté en émetteur commun.

A.T.V. : alimentation à tension continue variable.

Fig. 6. Réseau de caractéristiques $I_C = f(-V_{CE})$.

La droite de charge Rc correspondant à la résistance en série avec le collecteur, définit sur le réseau de courbes

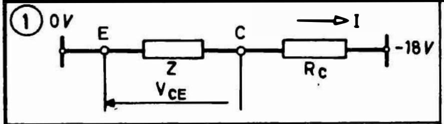
$$-I_C = f(-V_{CE})$$

deux points caractéristiques d'abscisses V_1 et V_2.

Pour $V_{BE} = +6\,V$ $\quad I_B = 0$
$V_{CE} = V_2 \approx -18\,V$

Pour $V_{BE} = -18\,V$ $\quad I_B = -200\,\mu\,A$
$V_{CE} = V_1 \approx -1\,V$

A₂. 25 LE TRANSISTOR en commutation



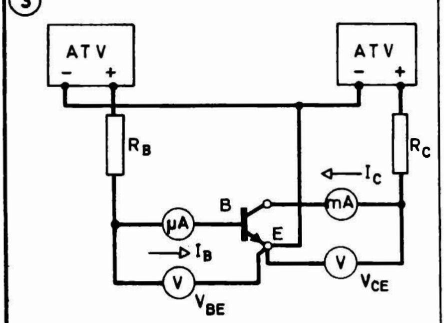
2

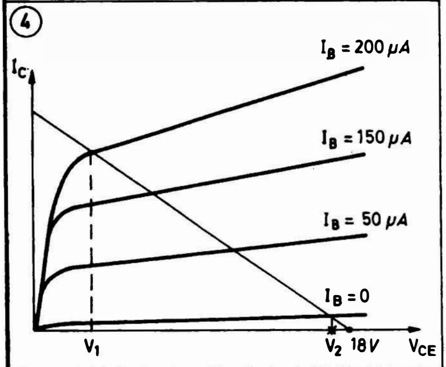
V_{BE}	I_B	E	V_{CE}	S
+ 6 V	0	0	- 18 V	1
- 18 V	-200 µA	1	- 1 V	0

E et S sont notés en binaires

Le transistor est bloqué

Le transistor est saturé





5

V_{BE}	I_B	E	V_{CE}	S
- 6 V	0	0	+18 V	1
+ 18 V	200 µA	1	+1 V	0

Le transistor est bloqué

Le transistor est saturé

Une explication ayant un caractère physique peut être envisagée.

Imageons le circuit correspondant aux bornes repérées E et C du transistor par une impédance Z et supposons que cette impédance soit fonction du courant de base I_B.

Le circuit sera complété par la mise en série de la résistance R_C (fig. 1).

1ᵉʳ cas. Le courant $I_B = 0$ détermine une impédance du transistor très élevée $Z \gg R_C$.

Dans un circuit série les tensions sont proportionnelles aux résistances; pratiquement la tension totale apparaîtra aux bornes CE et $V_{CE} \approx -18\ V$.

2ᵉ cas. Le courant $I_B = -200\ \mu A$ détermine une impédance du transistor très faible $Z \ll R_C$.

Par conséquent, toute la tension se trouvera pratiquement appliquée aux bornes de la résistance R ; donc $V_{CE} \approx 1\ V$

La valeur binaire **1** étant attribuée à la tension proche de — 18 V, la valeur **0** définira des tensions très différentes de — 18 V, d'où le tableau 2.

La colonne E représente la variable d'entrée notée en binaire.

La colonne S représente la fonction sortie notée en binaire.

Fig. 3. Transistor N.P.N. monté en émetteur commun.

Le sens de la flèche définit le type de transistor :

— Si la flèche est dirigée vers le transistor, c'est un type PNP ;

— Si la flèche est dirigée à l'extérieur, le transistor est du type NPN.

Fig. 4. Réseau de caractéristiques : $I_C = f(\ _{CE})$.

Ce réseau de caractéristiques est exactement le même, au signe près, que celui du transistor P.N.P.

Pour $V_{BE} = -6\ V$: $I_B = 0$ et
$V_{CE} = V_2 \approx 18\ V$.

Pour $V_{BE} = 18\ V$: $I_B = 200\ \mu A$ et
$V_{CE} = V_1 \approx 1\ V$.

La valeur **1** étant attribuée à la tension proche de 18 V, la valeur **0** définira des tensions très différentes de 18V, d'où le tableau 5.

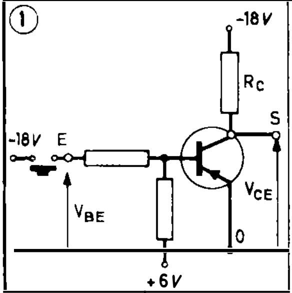
Les tableaux 2 et 5 nous amènent à définir une convention spécifiant les variables et les fonctions dans le cas de logique à semi-conducteur.

Elle est rendue nécessaire, d'une part à cause des types de transistors utilisés (P.N.P. ou N.P.N.), d'autre part à cause des tensions très différentes utilisées par les constructeurs.

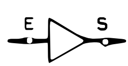
CONVENTIONS DE CODAGE
Fonction PAS - Fonction NI

A₂. 26

①



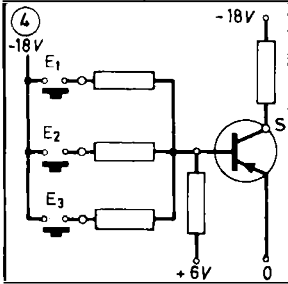
②



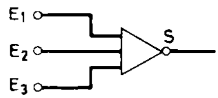
③

E	S
0	1
1	0

④



⑤



⑥

E_1	E_2	E_3	S
0	0	0	1
0	0	1	0
0	1	1	0
0	1	0	0
1	1	0	0
1	1	1	0
1	0	1	0
1	0	0	0

Convention de codage applicable à la logique à semi-conducteurs.

Il existe :

— une convention dite négative : la valeur binaire **1** est donnée à la plus négative des tensions ;

— une convention dite positive : la valeur binaire **1** est donnée à la plus positive des tensions. Dans les deux cas il est possible d'utiliser des transistors P.N.P. ou N.P.N. avec des résultats complémentaires.

Pour ne pas alourdir cette étude, on supposera utiliser, avec la convention négative, des transistors P.N.P. ; avec la convention positive, des transistors N.P.N. Ce qui nous amène à définir une convention de caractère général.

Le potentiel le plus élevé en valeur absolue prendra la valeur binaire **1.**

Le potentiel le plus faible en valeur absolue prendra la valeur binaire **0.**

Les exemples qui suivent utilisent la convention négative et des transistors P.N.P. : les tensions d'alimentation seront — 18 *V*, 0 *V*, + 6 *V*

Fonction PAS.

Schéma interne : fig. 1.

Affectons :

— à V_{BE} le repère E, ou entrée ;

— à V_{CE} le repère S, ou sortie.

Symbole : fig. 2.

Le tableau des valeurs (fig. 3) fait apparaître que E et S ont des valeurs binaires complémentaires ; la relation entrée-sortie peut s'écrire : $E = \overline{S}$

Le terme PAS appliqué à cette fonction découle d'un raisonnement pratique. On dira : signal à l'entrée E = 1, PAS de signal à la sortie S = 0.

Cette fonction n'offre, du point de vue pratique, qu'un intérêt limité. Elle ne se prête pas, intrinsèquement, à des combinaisons de circuits. Les constructeurs ont alors imaginé de lui adapter plusieurs entrées indépendantes en faisant une fonction NI.

Fonction NI.

La fonction NI est donc une fonction PAS à plusieurs entrées indépendantes.

Schéma interne : fig. 4.

Les bornes + 6 *V*, 0 *V*, — 18 *V* sont des alimentations permanentes.

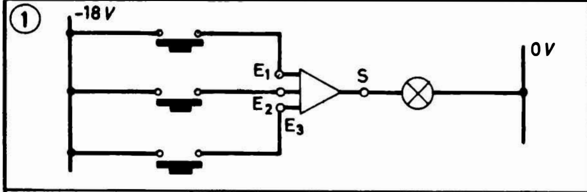
Symbole : fig. 5.

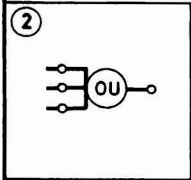
Le tableau des valeurs (fig. 6) montre que l'expression de la sortie est, en utilisant le développement par les « 1 » :

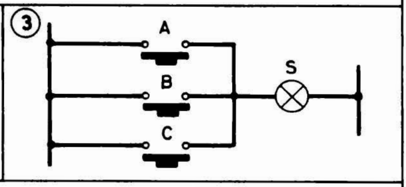
$$S = \overline{E}_1 . \overline{E}_2 . \overline{E}_3$$

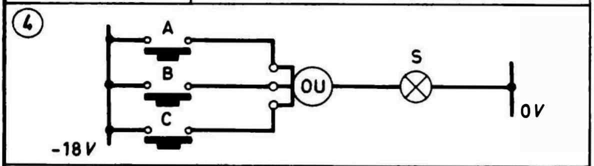
Le terme NI découle d'un raisonnement pratique. On dit que pour S = 1 il ne doit y avoir **ni** E_1, **ni** E_2, **ni** E_3.

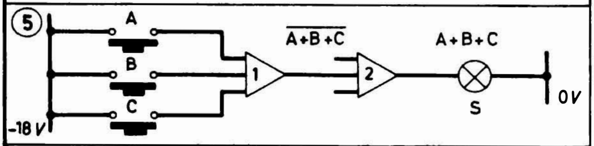
A₂. 27 — FONCTION OU

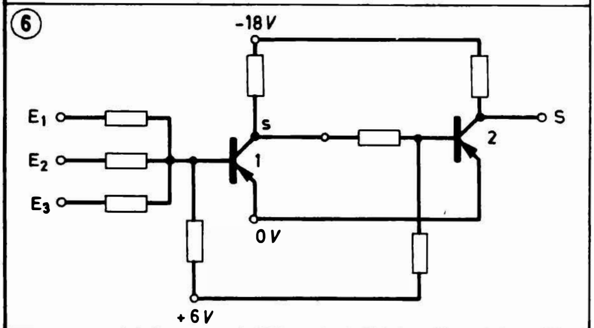












Circuit à fonctions NI : (fig. 1).

Les entrées E_1, E_2, E_3 sont en parallèle. $E_1 + E_2 + E_3$ donne à la sortie

$$S = \overline{E_1} \cdot \overline{E_2} \cdot \overline{E_3}$$

En utilisant la relation de MORGAN $\overline{E_1} \cdot \overline{E_2} \cdot \overline{E_3} = \overline{E_1 + E_2 + E_3}$; par conséquent la fonction NI **complémente** les signaux reçus à l'entrée.

Cette propriété très importante devra être retenue pour comprendre la réalisation de circuits électriques à l'aide de fonctions NI.

Remarque 1. Alors que la fonction PAS ne peut être excitée que par un signal unique, la fonction NI, à cause de ses multiples entrées, peut être attaquée par plusieurs signaux.

Remarque 2. Tous les schémas électriques peuvent être réalisés à l'aide de fonctions NI.

Remarque 3. Les circuits électriques sont constitués par des éléments série ou parallèle. Les constructeurs ont cherché à réaliser directement ces fonctions.

Fonction parallèle ou fonction OU.

Symbole : fig. 2.

Schéma classique : fig. 3.

$$S = A + B + C$$

Réalisation à l'aide d'une fonction OU : fig. 4.

Réalisation à l'aide de fonctions NI : fig. 5.

La fonction NI repérée 1 complémente le signal reçu. Ce signal est complémenté une nouvelle fois grâce à la fonction NI repérée 2 finalement

$$S = \overline{\overline{A + B + C}}$$
$$= A + B + C$$

Schéma interne d'une fonction OU à transistors : (fig. 6).

Le transistor repéré 1 correspond à une fonction NI.

Le transistor repéré 2 correspond à une fonction PAS.

La relation entre s, E_1, E_2, E_3 est :

$$s = \overline{E_1} \cdot \overline{E_2} \cdot \overline{E_3}$$

La relation entre s et S est

$$s = \overline{S}$$

Par conséquent $\overline{S} = \overline{E_1} \cdot \overline{E_2} \cdot \overline{E_3}$ et

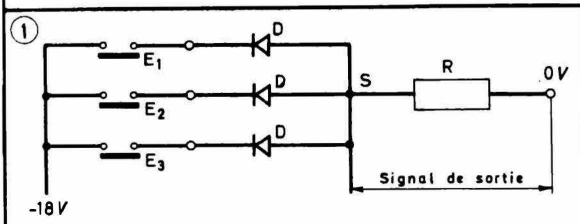
$$\overline{\overline{S}} = \overline{\overline{E_1} \cdot \overline{E_2} \cdot \overline{E_3}}$$

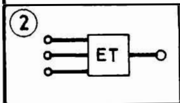
donc

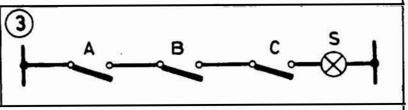
$$S = E_1 + E_2 + E_3$$

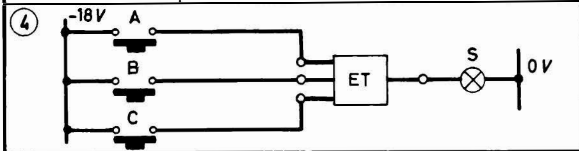
FONCTION ET

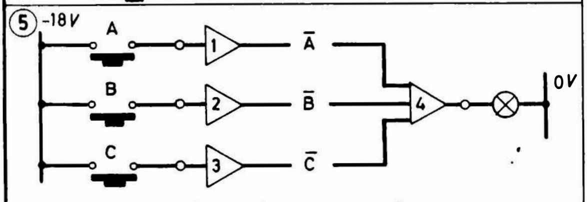
A₂. 28











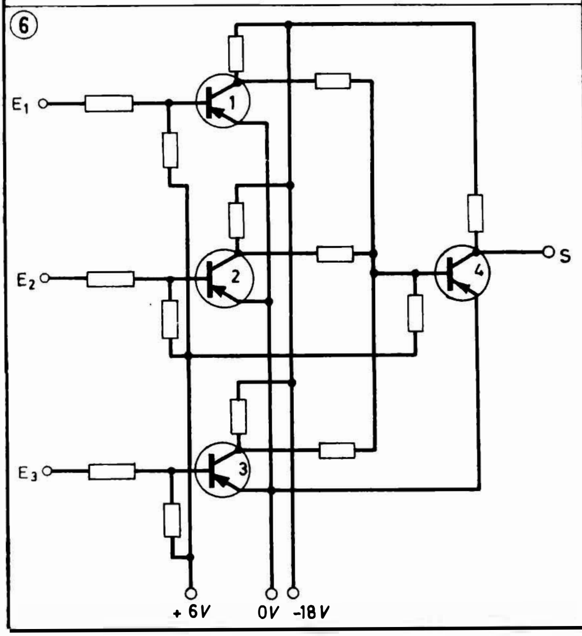


Schéma interne d'une fonction OU à diodes : (fig. 1).

Lorsque toutes les entrées ont la valeur **0,** le point S est au potentiel 0 *V* de valeur binaire **0.** Si une seule des entrées est au potentiel — 18 *V*, E = 1. La diode correspondante est polarisée dans le sens passant, son impédance est faible devant la résistance R ; toute la tension est appliquée pratiquement aux bornes de R et le potentiel de S devient — 18 *V*, donc S = 1.

S = 1 si l'une quelconque des entrées est **1.**

Fonction série ou fonction ET.

Symbole : (fig. 2).

Schéma classique : (fig. 3).

$$S = A \cdot B \cdot C$$

Réalisation à l'aide d'une fonction ET : (fig. 4).

Réalisation à l'aide de fonction NI : (fig. 5).

La fonction NI, repérée 4, complémente les signaux reçus.

$$S = \overline{\overline{A} + \overline{B} + \overline{C}} = A \cdot B \cdot C$$

Schéma interne d'une fonction ET à transistors : (fig. 6).

Les transistors repérés 1, 2, 3 correspondent à des fonctions PAS.

Le transistor repéré 4 correspond à une fonction NI.

A_2. 29

L'UNIJONCTION et les circuits RC

Schéma interne d'une fonction ET à diodes : (fig. 1).

Pour que S soit au potentiel — 18 V, donc S = 1, les trois entrées doivent simultanément avoir la valeur **1.** Si l'une quelconque des entrées vaut **0,** S = 0.

Remarque. — Les fonctions OU et ET à diodes introduisent des chutes de tension qui dégradent le signal de sortie. Celui-ci devra être régénéré périodiquement à l'aide de fonctions PAS ou NI.

Fonction NAND.

Symbole : (fig. 2).

Appelée encore fonction " PAS-ET ", la cellule NAND est obtenue à partir de circuits intégrés utilisant la technique D. T. L. (diode, transistor,, logique).

Si A, B, C sont des entrées la relation sortie, entrée est :

$$S = \overline{A} + \overline{B} + \overline{C}$$

Réalisation à l'aide de fonctions ET et PAS : (fig. 3).

Remarque. — Tous les schémas électriques peuvent être réalisés à l'aide de fonctions NAND. Voir page 51-102.

Les temporisations.

Dans toutes les fonctions examinées précédemment le signal de sortie ne dépendait, au temps de réponse près, que des signaux d'entrée.

Dans certains cas un facteur supplémentaire peut être envisagé ; c'est le paramètre temps.

Les éléments de base permettant la réalisation de temporisation peuvent être des circuits R C et des transistors unijonction.

Circuits RC.

Charge (fig. 4 et 5). A partir de l'instant de fermeture de l'interrupteur la tension aux bornes de C va s'élever.

On démontre que $u = U(1 - e^{-t/CR})$

Décharge (fig. 6 et 7). Lorsque le commutateur est placé à gauche le condensateur se décharge dans la résistance R_1.

On démontre que $u = U(e^{-t/C_1R_1})$.

Transistor unijonction.

Constitution : (fig. 8). Il est constitué par une tige en semi-conducteur de type N sur laquelle on a rapporté une bille du type P.

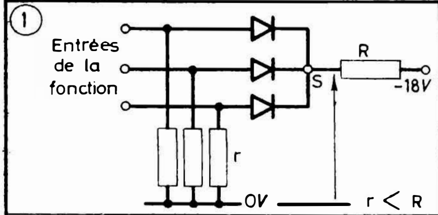
Symbole : (fig. 9).

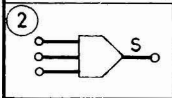
Relevé des caractéristiques (fig. 10).

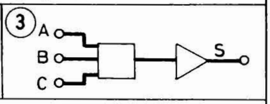
Courbe $I_E = f(V_{EB_2})$ pour $V_{B_1B_2} = C^{te}$.

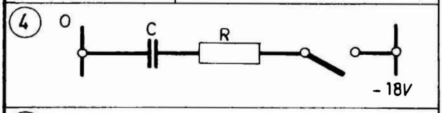
La tige B_1 B_2 se comporte comme un diviseur de tension.

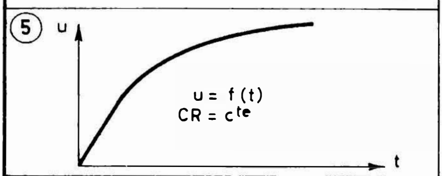
La courbe $I_E = f(V_{EB_2})$ montre que l'intensité croît brusquement si la tension de pic est atteinte.

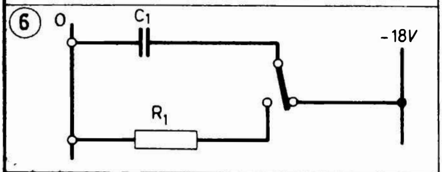


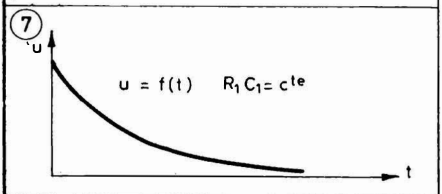


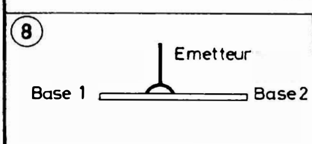


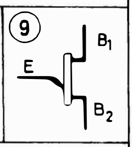


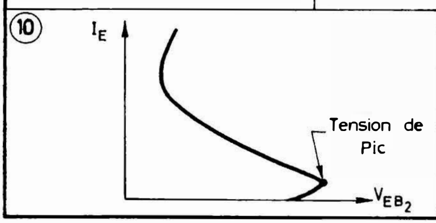






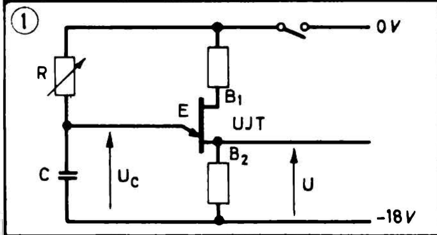


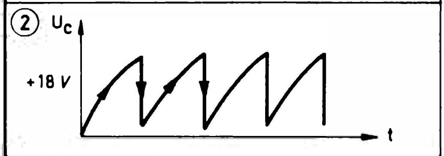


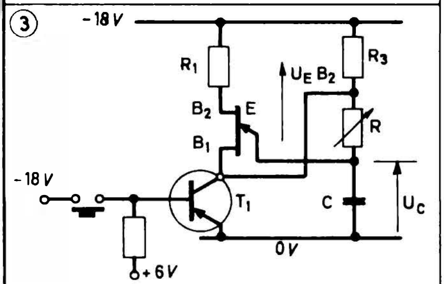


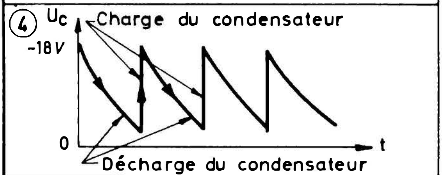
FONCTION TEMPORISÉE à transistor

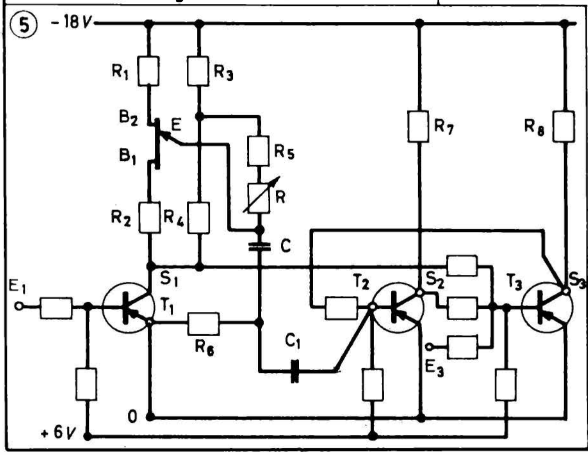
A₂. 30











Oscillations de relaxation.

Utilisation du phénomène de charge (fig. 1).

Après fermeture de l'interrupteur le condensateur C se charge suivant une loi exponentielle déjà définie. Lorsque la tension de pic est atteinte, le condensateur se décharge à travers l'unijonction. On obtient ainsi des oscillations de relaxation (fig. 2).

La période des oscillations est réglable grâce à la modification de la constante τ = R C du circuit.

Utilisation de la décharge (fig. 3).

Le bouton-poussoir est ouvert, le transistor est bloquant : le condensateur est chargé. $U_C \approx 18\ V$ $U_{EB_2} \approx 0\ V$.

Le bouton-poussoir est fermé, le transistor est passant (saturé) : le condensateur C se décharge à travers R T_1. Le potentiel U_{EB_2} s'élève. Lorsque la tension de pic est atteinte le condensateur se charge brusquement à travers l'unijonction et le cycle recommence (fig. 4).

Dans ce cas encore la période des oscillations est réglable grâce à la modification de τ.

Fonction temporisée fabriquée par la société d'électricité Mors.

Schéma : (fig. 5).

Etude fonctionnelle : (revoir fig. 3).

Etat de repos. Le condensateur C est chargé

$E_1 = 0$ $E_3 = 0$ $S_1 = 1$ $S_3 = 0$ $S_2 = 1$

Un signal est injecté sur E_1, la mémoire T_2, T_3 conserve l'état antérieur des sorties S_3 et S_2.

$E_1 = 1$ $E_3 = 0$ $S_1 = 0$
$S_3 = 0$ $S_2 = 1$

Lorsque la temporisation affichée est atteinte, l'impulsion de charge du condensateur C est transmise à travers le condensateur de liaison C_1 sur la base de T_2 qui devient passant. Il vient :

$E_1 = 1$ $E_3 = 0$ $S_1 = 0$
$S_3 = 1$ $S_2 = 0$

En résumé, S_3 prend la valeur **1** avec retard.

Remarque. — D'autres systèmes de temporisation peuvent être utilisés industriellement.

A₂. 31 — RELAIS DE PUISSANCE à transistors

Relais statiques de puissance.

Les fonctions statiques élémentaires qui ont été étudiées ne mettent en jeu qu'une puissance très faible. Il est par conséquent indispensable de prévoir un organe de sortie pouvant délivrer une puissance compatible avec la commande à réaliser.

Symbole : (fig. 1).

Schéma de principe d'un élément de puissance : (fig. 2).

On notera que la charge Z est en série avec le transistor qui est utilisé ici comme cellule amplificatrice. Le type de transistor choisi doit pouvoir délivrer un courant I_C suffisant : $I_C > I$ charge.

Si E = 0, le transistor est bloqué :

$$I_C = 0 \text{ et } Z = 0.$$

Si E = 1, le transistor est saturé :

$$I_C \approx \frac{U}{Z} \text{ et } Z = 1.$$

On peut écrire la relation :

$$Z = E$$

En réalité l'élément de puissance mis au point par les constructeurs peut être plus complexe. L'amplification est souvent à plusieurs étages.

Elément de puissance construit par la société d'électricité MORS : (fig. 3).

L'équation de la charge Z est :

$$Z = A + B$$

En effet :

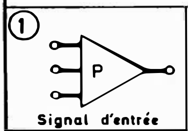
$S_1 = \overline{A + B} = \overline{A} \, . \, \overline{B}$ (transistor repéré 1).

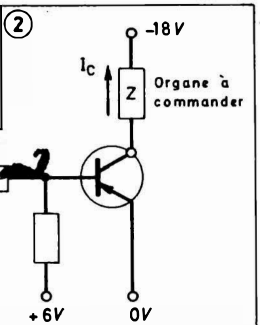
$S_2 = \overline{\overline{A} \, . \, \overline{B}} = A + B$ (transistor de moyenne puissance repéré 2).

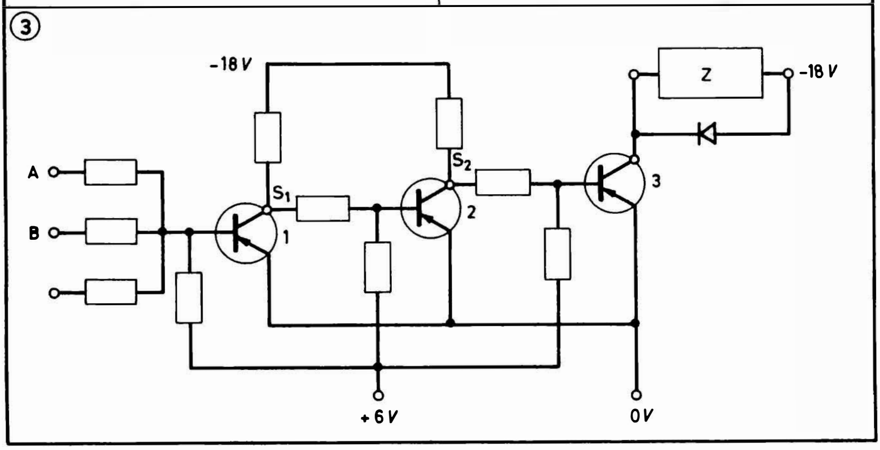
$Z = A + B$ (transistor de puissance).

Remarque.

- La charge Z est en série avec le circuit collecteur du transistor de puissance.
- La diode branchée dans le sens bloquant élimine les surtensions dangereuses pour le transistor (cas des charges inductives).







LOGIQUE PNEUMATIQUE

Application. Réaliser le circuit dont l'équation est $R = A \cdot B + C$ (fig. 1).

La bobine du contacteur tripolaire R fonctionne sous 18 *V* continu et absorbe 2 *A*.

Relais de puissance utilisé : voir fig. 3, A_2.31.

Conclusions. Tous les circuits utilisant des relais statiques comportent pour la sortie un élément de puissance.

Eléments d'entrée et de mise en forme.

Il est évident que les signaux de commande doivent être adaptés aux caractéristiques des éléments semi-conducteurs utilisés.

La diversité des tensions et des courants mis en jeu par l'industrie a incité les constructeurs à étudier des éléments d'adaptation qui permettent d'utiliser directement les signaux alternatifs ou continus, de tensions diverses. Les éléments d'adaptation réalisent la fonction directe ou complémentaire. Ils ne seront pas retenus pour les schémas car ils ne présentent aucune difficulté d'utilisation.

Symbole : (fig. 2).

2.6. ELEMENTS À LOGIQUE PNEUMATIQUE

Le développement de la logique pneumatique a créé chez les électriciens un certain complexe. Cette technique est en réalité d'une grande simplicité et tout câbleur consciencieux peut très bien transposer un circuit à relais électromécaniques ou statiques en un circuit pneumatique.

Elément statique à turbulence (fonction NI).

Croquis vue en coupe, échelle 2/3 : (fig. 3).

Description. Le corps cylindrique porte à une extrémité un tube d'alimentation d'air et à l'autre extrémité un tube de sortie. Quatre tubes disposés sur le corps, côte à côte, déterminent les entrées ; une ouverture évite toute surpression.

La masse d'une telle cellule en alliage cuivreux est de 12 grammes.

Principe. Un écoulement laminaire d'air arrive par le tube d'alimentation. En l'absence de signal sur les tubes d'entrée, le jet reste laminaire dans l'espace séparant le tube d'alimentation et le tube de sortie. Une partie de la pression d'entrée est transmise.

Une très faible pression appliquée sur l'un des tubes d'entrée suffit pour faire passer le jet d'alimentation de l'état laminaire à l'état turbulent, empêchant ainsi la transmission.

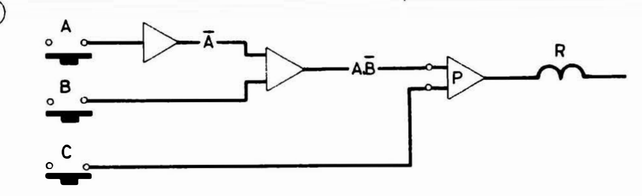
Si l'existence de pression est affectée de la valeur binaire **1** et l'absence de pression de la valeur binaire **0,** la cellule étudiée réalise bien la condition NI.

$$S = 1 \text{ si } E_1 = 0, \text{ ET } E_2 = 0, \text{ ET } E_3 = 0, \text{ ET } E_4 = 0$$

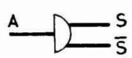
$$S = \overline{E_1} \cdot \overline{E_2} \cdot \overline{E_3} \cdot \overline{E_4}$$

On peut établir un tableau des valeurs identique à celui des fonctions NI à semi-conducteur.

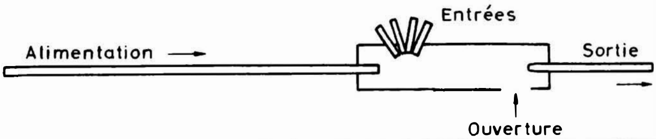
1



2



3

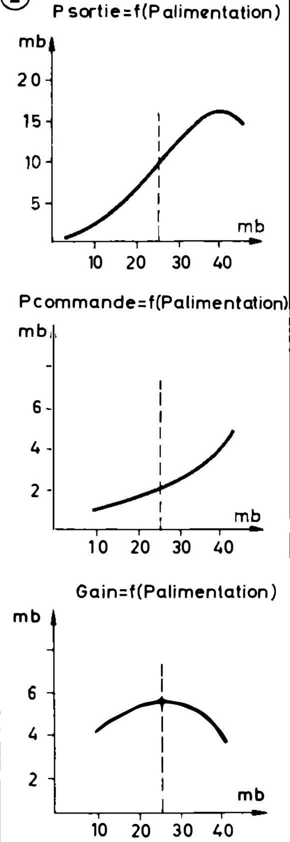


A₂. 33 FONCTION NI PNEUMATIQUE

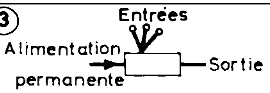
(1)

Pression d'alimentation	25 *mbar*
Pression de sortie	10,5 *mbar*
Pression de commande minimale	2 *mbar*
Débit horaire constant	0,085 m^3/*heure*
Gain	5
Charge admissible	5 éléments NI ou 1 relais Puissance
Temps de réponse à la coupure	2 *ms*
Temps de réponse au rétablis.nt	7 *ms*

(2)



(3)



Caractéristiques d'une cellule NI : (fig. 1).

Plages de fonctionnement : (fig. 2).

Symbole (fig. 3). Comme pour les semi-conducteurs toutes les fonctions peuvent être réalisées à partir de cette cellule de base.

Appareillage général.

Capteurs. Ce sont des transducteurs permettant l'acheminement des informations d'entrée. Le signal de base (action mécanique, signal électrique, etc.) est converti en jet de pression d'air.

Eléments de sortie. Ce sont des amplificateurs disposés à la sortie du circuit logique. Ils permettent d'attaquer directement, avec une pression de 7 *bar*, la quasi-totalité des actionneurs pneumatiques (vérins, vannes, embrayages, etc.).

Connexions. Les liaisons sont réalisées en tube souple rilsan de diamètre intérieur ⌀ = 1,45 *mm*. Ces tubes sont simplement emmanchés sur les tubulures métalliques. Etant donné les faibles pressions mises en jeu aucun problème d'étanchéité des jonctions n'est à craindre.

Eléments de dérivation. Ils permettent les liaisons pneumatiques et comportent une entrée et deux sorties.

Coffret. Comme en électricité, les différents éléments peuvent être groupés en armoire ou coffret.

Source. L'air d'alimentation peut être prélevé sur n'importe quel réseau industriel. La pression doit être abaissée à 25 *mbar* à l'aide d'un détendeur régulateur. L'alimentation de toutes les cellules partira d'un tube répartiteur.

Elément pneumatique transiflux.

D'autres types de cellules à logique pneumatique peuvent être utilisés.

La Compagnie Parisienne d'Outillage à air comprimé (C.P.O.A.C.) fabrique une cellule pneumatique transiflux réalisant la fonction $S = E_1 . \overline{E_2}$

Description : (fig. 1, A₂.34).

E_1 : orifice d'alimentation ou entrée.
S : orifice de sortie.
O : orifice d'échappement.
E_2 : orifice de l'entrée de commande.

La mise en pression de l'entrée E_2 est prioritaire et entraîne dans tous les cas S = 0.

Fonctionnement. En l'absence de signal en E_2, si E_1 est alimenté la pression qui s'exerce sur la bille va plaquer celle-ci sur le siège 7. L'orifice de sortie S est en communication avec E_1 et il est possible d'écrire

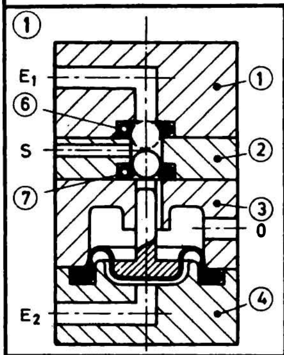
$$S = E_1.$$

Par contre si E_2 existe, la bille, malgré l'existence de E_1, va être plaquée sur le siège 6. La sortie S est isolée de l'entrée E_1.

Repérons l'existence de pression par la valeur binaire **1** et le manque de pression par la valeur binaire **0.**

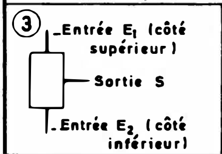
CELLULE PNEUMATIQUE

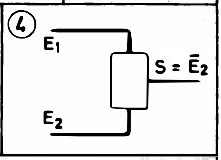
A₂. 34

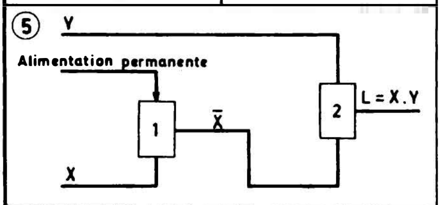


②

E_1	E_2	S
0	0	0
0	1	0
1	1	0
1	0	1







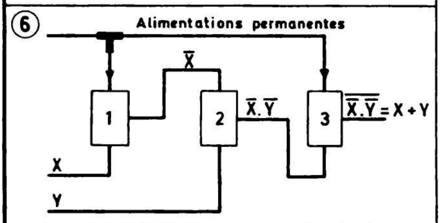


Fig. 2. Tableau des valeurs.

La 1re relation de SHANNON permet de définir :

$$S = E_1 . \overline{E_2}$$

Cette cellule transiflux permet d'obtenir toutes les autres fonctions.

Pour comprendre les schémas qui vont suivre une cellule de base sera représentée par un rectangle et les traits définiront les conduits pneumatiques. Une alimentation pneumatique permanente sera explicitée par une flèche (fig. 3).

Fonction PAS : (fig. 4) .L'entrée E_1 est alimentée en permanence. On peut écrire :

$$S = E_1 . \overline{E_2}$$

et, puisque E_1 vaut toujours **1,**

$$S = 1 . \overline{E_2} = \overline{E_2}$$

La flèche indique une alimentation permanente.

Fonction ET : $L = X . Y$.
Sa réalisation nécessite deux cellules translflux (fig. 5).

- A la sortie de la cellule 1, on a : $1 . \overline{X} = \overline{X}$.
- A la sortie de la cellule 2, on a : $Y . \overline{\overline{X}} = Y . X$.

Fonction OU : $L = X + Y$.
La réalisation nécessite trois cellules transiflux (fig. 6).

- A la sortie de 1, il vient : $1 . \overline{X} = \overline{X}$.
- A la sortie de 2, il vient : $\overline{X} . \overline{Y}$.
- A la sortie de 3, il vient : $1 . \overline{\overline{X} . \overline{Y}} = X + Y$.

Appareillage général.

Connexions. Les raccordements utilisent du tube souple en chlorure de vinyle plastifié de diamètre 3,5 *mm*/6 *mm*.

Filtre détendeur. Les cellules transiflux admettant une pression maximale de 3 *bar* ; un détendeur de pression s'impose.

Conclusions. Les cellules pneumatiques offrent la possibilité d'élaborer directement des commandes automatiques. Elles trouvent un large domaine d'application dans les problèmes d'automatisation industrielle : machines complexes ; automatisme dans les locaux antidéflagrants, dans les locaux soumis à des conditions climatiques très dures ; pétroliers, centres de raffinage du pétrole ; recherche spatiale, etc.

Si un circuit à base d'éléments pneumatiques doit intéresser les électriciens, l'étude, la mise au point, les réglages réclament la coopération active d'un mécanicien.

Deux applications à la logique pneumatique seront étudiées en A_2.42.

Remarque. Pour des renseignements complémentaires voir « Automatisme 1 » de M. Ribérol.

3.

SYNTHÈSE D'UN CIRCUIT DE COMMUTATION

A₂. 35 TECHNOLOGIE CLASSIQUE ET À SEMI-CONDUCTEUR

Lorsqu'un problème de commutation a été résolu, il reste à le transcrire sous forme de schéma.

Différentes technologies peuvent être utilisées.

On retrouve :

— La **technologie classique** utilisant les relais électromécaniques, les boutons poussoirs, les contacts fin de course, etc.

— La **technologie à semi-conducteurs** utilisant les fonctions logiques : PAS, NI, OU, ET, NAND, etc. ;

— La **technologie à cellules pneumatiques** utilisant les cellules pneumatiques : PAS, NI, OU, ET, etc.

3.1. CIRCUITS UTILISANT LA TECHNOLOGIE CLASSIQUE

Il apparaît deux types fondamentaux de circuits :

— Le circuit série défini littéralement par un produit logique (intersection) ;

— Le circuit parallèle défini littéralement par une addition logique (réunion).

Une expression booléenne étant constituée de produits et de sommes, la construction du circuit électrique correspondant est aisée.

Méthode.

— Manipuler l'expression donnée pour faire apparaître un nombre minimum de variables (dans le cas de circuits classiques cette minimisation permet d'avoir un nombre réduit de contacts).

— Examiner l'expression obtenue qui peut être globalement une suite de produits ou une suite de sommes.

Exemple :

$$L = (A . B + C) . (M + N) . (A . B .)$$

Cette expression est une suite de produits.

Exemple : $S = A . M + Z . B . C + N$

Cette expression est une suite de sommes.

— Tracer une ligne verticale imaginaire.

A droite de cette ligne seront disposés les organes commandés, à gauche seront placés les organes de commande. L'alimentation se fera aux points extrêmes.

— Transcrire le schéma des circuits de commande. Si l'expression est une suite de produits, effectuer progressivement chaque facteur.

Si l'expression est une suite de sommes, effectuer chaque terme de la somme.

— Raccorder à l'organe de commande.

Application.

Transcrire le schéma défini par l'expression :

$$L = A . B . C + A . B . D$$

donne

$$L = (A . B) (C + D)$$

Fig. 1 C'est une suite de produits.

— Transcrire le schéma défini par l'expression :

$$S = A . B . C + \overline{B} . D . E$$

Fig. 2. C'est une suite de sommes.

3.2. CIRCUITS UTILISANT LA TECHNOLOGIE À SEMI-CONDUCTEURS

La minimisation d'une expression donnée ne détermine pas toujours le schéma le plus simple. En effet, une fonction à semi-conducteur possède généralement plusieurs entrées. Le terme de sortie peut être lui aussi utilisé plusieurs fois, ce qui amène des artifices de montage.

Deux méthodes de synthèse existent :

— synthèse par la logique du schéma ;

— synthèse algébrique.

Remarque. L'établissement d'un circircuit à relais statiques réclame quelques précautions indispensables.

Les organes d'entrée traduisant le signal extérieur seront disposés en début de chaîne.

Un organe de puissance compatible avec la charge à exciter sera disposé en fin de chaîne, précédant l'organe à commander.

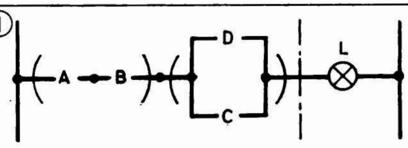
Pour ne pas surcharger les schémas, ces éléments n'apparaîtront pas mais seront sous-entendus.

Les circuits d'alimentation

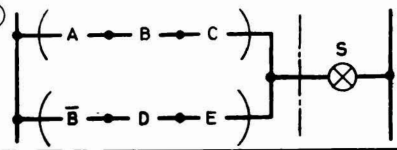
(+ 6*V*, 0*V*, — 18 *V*)

ne seront pas représentés.

①

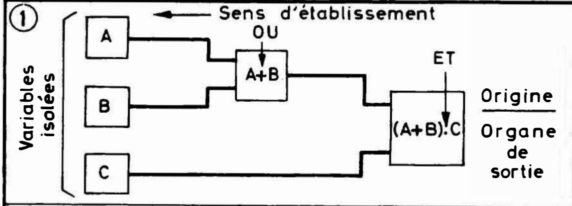


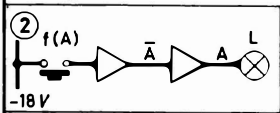
②

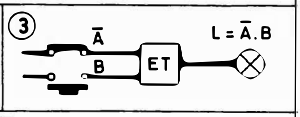


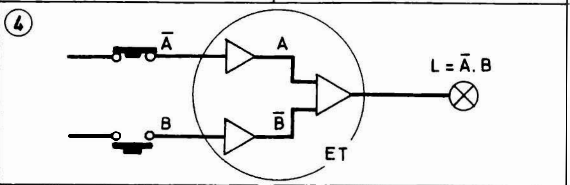
TECHNOLOGIE À SEMI-CONDUCTEURS LOGIQUE DU SCHÉMA

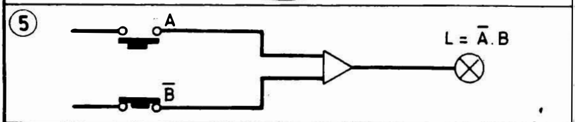
A₂. 36

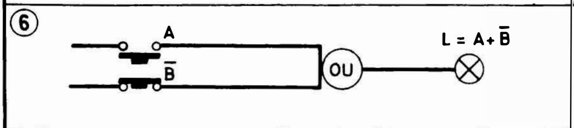


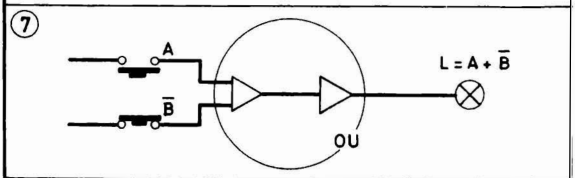


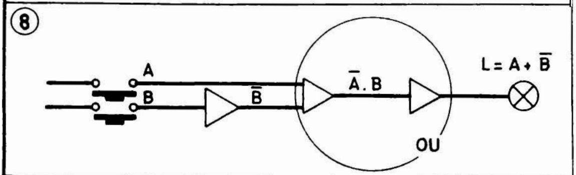












Synthèse du circuit par la logique du schéma.

La synthèse sera effective lorsque les variables primaires, ou variables d'entrées, seront **isolées.**

Exemple.

$$S = (A + B) . C$$

Cette expression doit être décomposée progressivement de façon à ce que A, B, C apparaissent sous leur expression la plus simple. On dit isoler les variables.

Méthode (fig. 1).

— Choisir pour origine l'organe de sortie ;

— Décomposer graduellement l'expression en fonctions élémentaires simples ;

— Remonter de proche en proche vers la source.

Exemples.

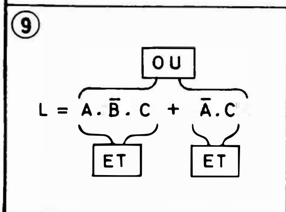
■ L = A (fig. 2).
$f(A) = f(0)$ $\bar{A} = 1$
$A = 0$ $L = 0$
$f(A) = f(1)$ $\bar{A} = 0$
$A = 1$ $L = 1$

■ $L = \bar{A} . B$.
● Une fonction ET est utilisée (fig. 3).

● La constitution d'une fonction ET à l'aide de fonctions NI est connue (fig. 4).

● Modification du type des variables primaires (fig. 5).
Les trois solutions précédentes sont équivalentes.

■ $L = A + \bar{B}$. (fig. 6, 7, 8).



■ **Etablir le circuit défini par l'expression**

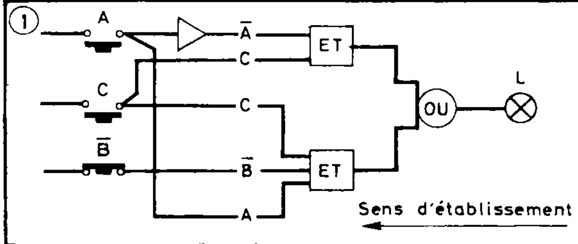
$$L = A . \bar{B} . C + \bar{A} . C$$

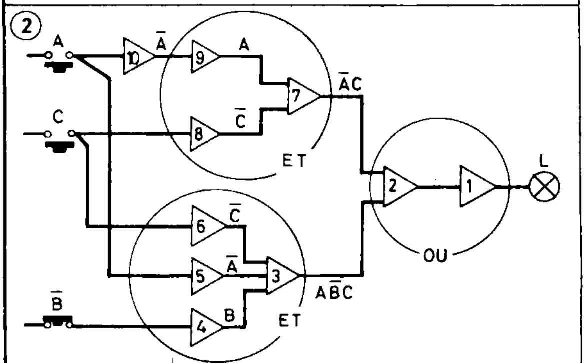
Cette expression peut se simplifier. Elle est conservée sous sa forme globale de façon à expliquer certains artifices de branchement.

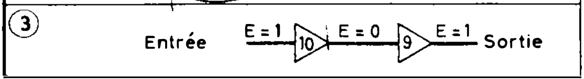
● Choix de l'origine : c'est la lampe ;

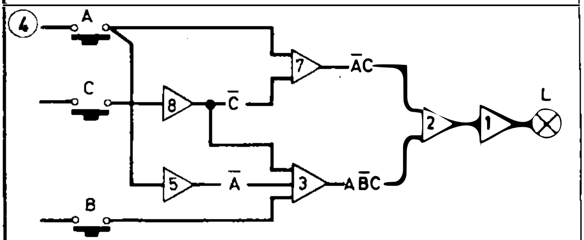
● Décomposition de l'expression en fonctions élémentaires (fig. 9).

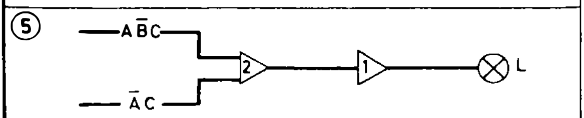
A_2. 37 LOGIQUE DU SCHÉMA

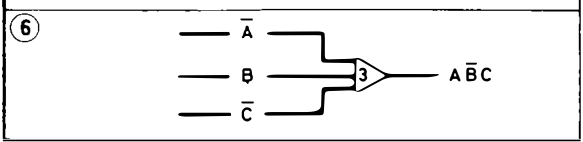


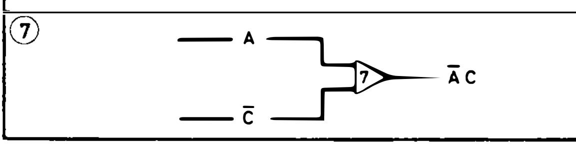












Circuit à fonctions ET et OU et PAS.

Méthode (fig. 1). Les variables A, $\overline{B}$, C sont isolées.

Le schéma équivalent peut être réalisé à partir de fonctions NI et PAS. Il suffit de remplacer les cellules ET et OU par les fonctions équivalentes en NI et PAS (fig. 2).

De nombreuses simplifications peuvent être apportées à ce circuit.

- Cas des fonctions repérées 9 et 10 (fig. 3).

L'entrée et la sortie étant équivalentes, ces deux fonctions ont des actions complémentaires; on peut donc les supprimer.

- Cas des fonctions repérées 6 et 8 . $\overline{C}$ existant à la sortie de 8, la fonction 6 est inutile.

- Cas de la fonction repérée 4.

En utilisant un bouton à fermeture B, la fonction 4 peut être supprimée (schéma 4).

— Ce dernier schéma peut être établi directement.

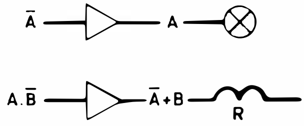
Analysons la fonction

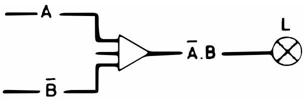
$$L = A.\overline{B}.C + \overline{A}.C$$

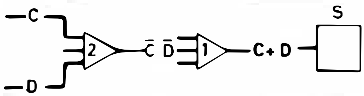
- $A.\overline{B}.C$ OU $\overline{A}.C$ forment une fonction OU; à partir de la lampe il y aura donc 2 fonctions NI en série (fig. 5).
- Le terme $A.\overline{B}.C$ est la sortie d'une fonction NI; à l'entrée de cette fonction il y aura donc :
$A.\overline{B}.C = \overline{A} + B + \overline{C}$ (fig. 6).
(Il faut se souvenir que la fonction NI complémente le signal reçu).
- Le terme $\overline{A}.C$ est la sortie d'une fonction NI; à l'entrée de cette fonction il y aura donc :
$\overline{A}.C = A + \overline{C}$ (fig. 7).
- Les variables sont maintenant isolées; il est aisé de faire une synthèse.

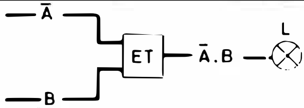
SYNTHÈSE ALGÉBRIQUE

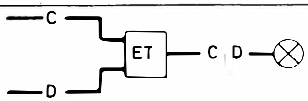
A_2. 38

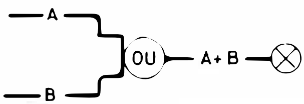
①


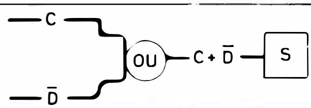
②


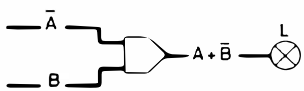
③


④


⑤


⑥


⑦


⑧


Synthèse du circuit par manipulation algébrique.

Principe. La fonction sera développée jusqu'à l'obtention d'une expression où ne figurent que les variables isolées. Un symbole précédant un ou plusieurs termes entre crochets définit la fonction utilisée. Les variables seront dites isolées lorsqu'une virgule remplace le signe algébrique.

Posons :

— fonction PAS symbole P [ ].
— fonction NI symbole N [ ].
— fonction ET symbole E [ ].
— fonction OU symbole O [ ].
— fonction NAND symbole n [ ].

Exemples :

Fonction PAS (fig. 1).

Une fonction PAS complémente le signal reçu.

$$L = A = P[\overline{A}]$$
$$R = \overline{A} + B = P[A \, . \, \overline{B}]$$

Fonction NI.

Une fonction NI isole les termes d'un produit, mais complémente chacun des termes.

$$L = \overline{A} \, . \, B = N[A, \overline{B}]$$

Les variables A, $\overline{B}$ sont isolées (fig. 2).

$$S = C + D = N[\overline{C} \, . \, \overline{D}]$$

Les variables C . D ne sont pas isolées, mais apparaissent maintenant sous forme de produit. Disposons une autre fonction NI.

$$S = N[N[C, D]]$$

Les variables sont isolées (fig. 3).

Fonction ET.

Une fonction ET isole les termes d'un produit.

$$L = \overline{A} \, . \, B = E[\overline{A}, B]$$

Les variables $\overline{A}$, B sont isolées (fig. 4).

$$L = C . D = E[C, D]$$

Les variables C, D sont isolées (fig. 5).

Fonction OU.

Une fonction OU isole les termes d'une somme.

$$L = A + B = O[A, B]$$

Les variables A, B sont isolées (fig. 6).

$$S = C + \overline{D} = O[C, \overline{D}]$$

Les variables C, $\overline{D}$ sont isolées (fig. 7).

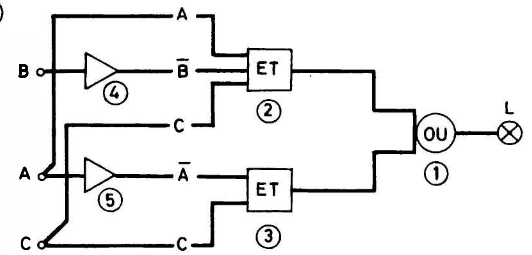
Fonction NAND.

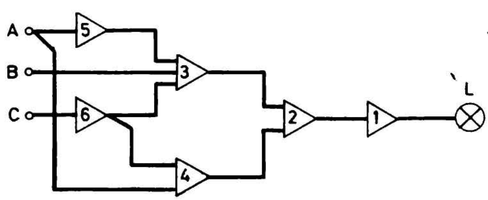
Une fonction NAND isole les termes d'une somme, mais complémente chacun des termes (fig. 8).

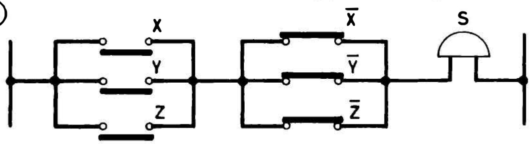
$$L = A + \overline{B} = n[\overline{A}, B]$$

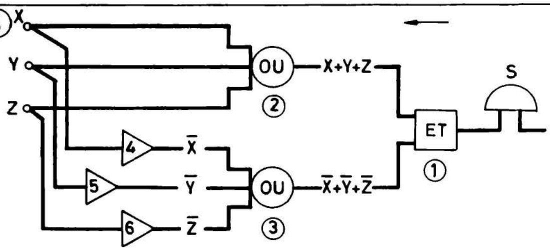
Remarque. Ces règles peuvent être généralisées à tout autre type de fonction pourvu que l'on connaisse la relation entrée-sortie.

A_2. 39	APPLICATIONS (1-2)

①


②


③


④


1e application.

Définir l'expression $L = A . \overline{B} . C + \overline{A} . C$ et faire apparaître les variables origines A, B, C.

Des fonctions ET et OU sont utilisées.

$$L = O[(A . \overline{B} . C), (\overline{A} . C)]$$

$$L = O[E[A, \overline{B}, C], E[\overline{A}, C]]$$

Pour faire apparaître les variables origines, on utilisera des fonctions PAS (fig. 1).

$$L = O\Big[E\big[A, P[B], C\big], E\big[P[A], C\big]\Big]$$

1 2 4 3 5

Seules sont utilisées des fonctions NI.

$$L = A . \overline{B} . C + \overline{A} . C$$

$$L = N[(\overline{A} + B + \overline{C}) . (A + \overline{C})]$$

Ce produit disparaît à l'aide d'une fonction NI.

$$L = N[N[(A . \overline{B} . C), (\overline{A} . C)]]$$

Deux autres NI permettent d'isoler les variables.

$$L = N\Big[N\big[N[\overline{A}, B, \overline{C}], N[A, \overline{C}]\big]\Big]$$

Pour obtenir les variables origine, trois autres NI sont nécessaires (fig. 2).

$$L = N\Big[N\Big[N\big[N[A], B, N[C]\big], N\big[A, N[C]\big]\Big]\Big]$$

1 2 3 5 6 4 6

Remarques concernant les circuits utilisant les cellules pneumatiques.

Pratiquement le processus de synthèse d'un circuit pneumatique ou d'un circuit à semi-conducteur est identique.

L'expression booléenne est décomposée successivement de façon à isoler les variables pures.

Pour préciser l'idée du câblage en pneumatique un exemple de filerie sera traité entièrement en A_2.42.

2e application.

Effectuer la synthèse d'un circuit défini par l'expression

$$S = (X + Y + Z) . (\overline{X} + \overline{Y} + \overline{Z})$$

et retrouver les variables origines X, Y, Z.

Circuit classique.

L'expression est une suite de produits (fig. 3).

Circuit utilisant la technologie des semi-conducteurs.

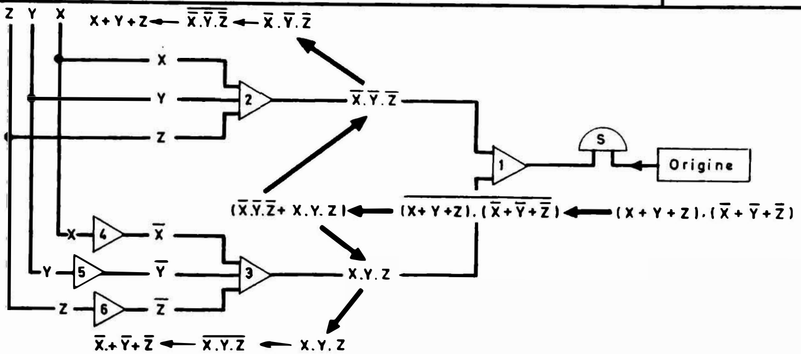
■ Les fonctions élémentaires sont des cellules OU, ET, PAS.

Logique du schéma (fig. 4).

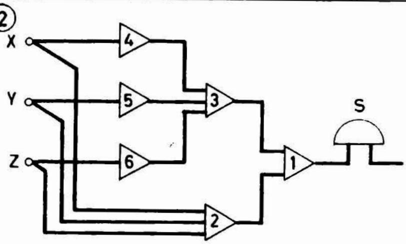
APPLICATIONS (3)

A₂. 40

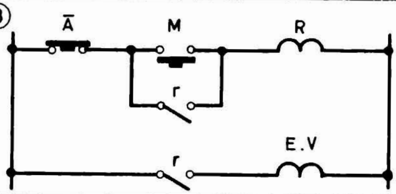
①



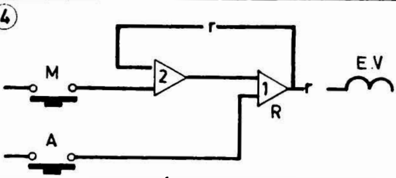
②



③



④



La variable r est définie par la sortie de la cellule 1

Synthèse algébrique.

$S = [X + Y + Z] . [\overline{X} + \overline{Y} + \overline{Z}]$

$S = E\Big[[X + Y + Z], [\overline{X} + \overline{Y} + \overline{Z}]\Big]$

$S = E\Big[O[X, Y, Z], O[\overline{X}, \overline{Y}, \overline{Z}]\Big]$

$S = E\Big[O[X, Y, Z], O[P[X], P[Y], P[Z]]\Big]$

1 2 3 4 5 6

Voir schéma fig. 4, A_2.39.

■ Les fonctions élémentaires sont des cellules NI

Logique du schéma : (fig. 1).

Synthèse algébrique.

$S = (X + Y + Z) . (\overline{X} + \overline{Y} + \overline{Z})$

$S = N\Big[(\overline{X} . \overline{Y} . \overline{Z}), (X . Y. Z)\Big]$

$S = N\Big[N[X, Y, Z], N[\overline{X}, \overline{Y}, \overline{Z}]\Big]$

et, pour retrouver les variables origines :

$S = N\Big[N[X, Y, Z], N\big[N[X], N[Y], N[Z]\big]\Big]$

1 2 3 4 5 6

Voir schéma (fig. 2).

Les cellules 4, 5, 6 peuvent être des fonctions PAS.

3e application.

L'équation du circuit de commande d'une vanne est

$R = \overline{A} . (M + r)$

$V = r$

R : relais auxiliaire commandant le contact r.

V : vanne.

Circuit classique : (fig. 3).

Circuits à semi-conducteurs.

On utilise des fonctions NI

$R = \overline{A} . (M + r)$

$R = N\Big[A, (\overline{\overline{M} . \overline{r}})\Big]$

$R = N\big[A, N[M, r]\big]$

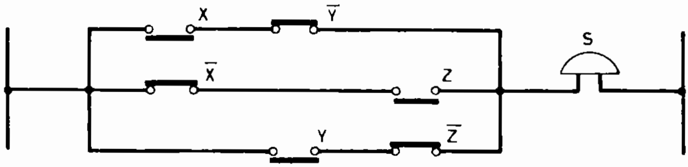
1 2

d'où le circuit (fig. 4).

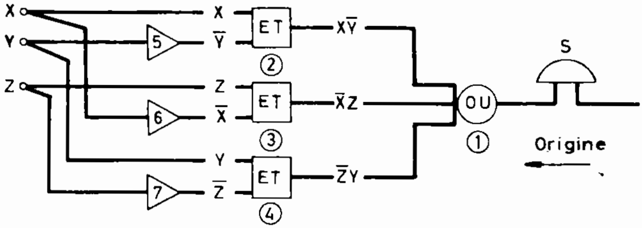
A₂. 41 APPLICATIONS (4)

1

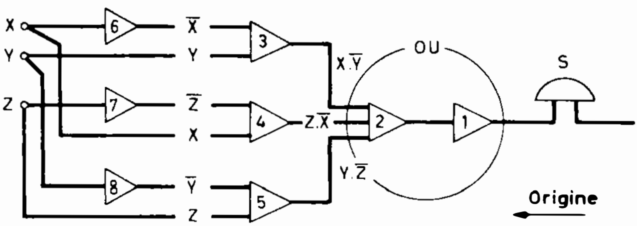
L'expression est une suite de sommes



2



3



4ᵉ application.

Effectuer la synthèse d'un circuit défini par l'expression :

$$S = X.\overline{Y} + \overline{X}.Z + \overline{Z}.Y$$

et retrouver les variables origines X, Y, Z.

Circuit classique : (fig. 1).

Circuits utilisant la technologie des semi-conducteurs.

■ Les fonctions élémentaires sont des cellules OU, ET, PAS.

Logique du schéma : (fig. 2).

Synthèse algébrique.

$$S = X.\overline{Y} + \overline{X}.Z + \overline{Z}.Y$$

$$S = O\left[[X.\overline{Y}],\ [\overline{X}.Z],\ [\overline{Z}.Y]\right]$$

$$S = O\left[E[X,\overline{Y}],\ E[\overline{X},Z],\ E[\overline{Z},Y]\right]$$

$$S = O\left[E[X,P[Y]],\ E[P[X],Z],\ E[P[Z],Y]\right]$$

1 2 5 3 6 4 7

■ Les fonctions élémentaires sont des cellules NI.

Logique du schéma : (fig. 3).

Synthèse algébrique.

$$S = X.\overline{Y} + \overline{X}.Z + \overline{Z}.Y$$

$$S = N\left[[\overline{X}+Y].[X+\overline{Z}].[Z+\overline{Y}]\right]$$

$$S = N\left[N\left[[X.\overline{Y}],\ [\overline{X}.Z],\ [\overline{Z}.Y]\right]\right]$$

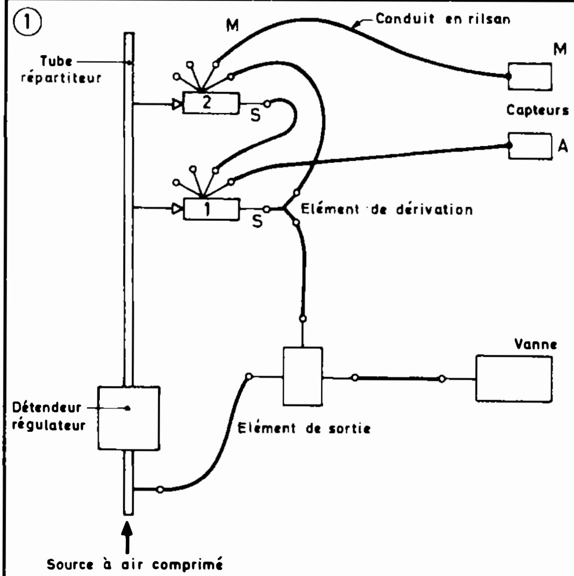
$$S = N\left[N\left[N[\overline{X},Y],\ N[X,\overline{Z}],\ N[Z,\overline{Y}]\right]\right]$$

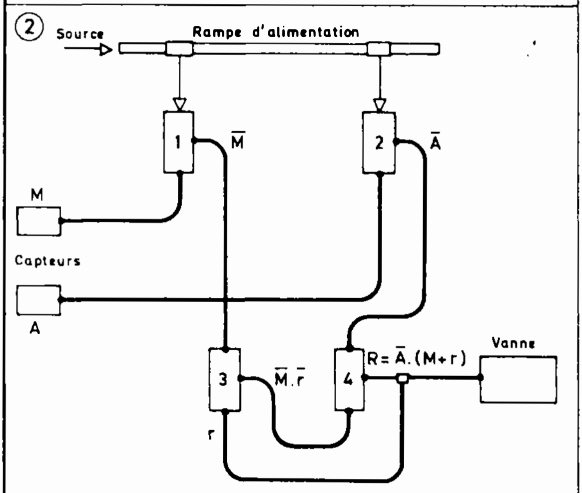
et, pour retrouver les variables origines

$$S = N\left[N\left[N[N[X],Y],\ N[X,N[Z]],\ N[Z,N[Y]]\right]\right]$$

1 2 3 6 4 7 5 8

LOGIQUE PNEUMATIQUE — A₂. 42





3.3. CIRCUIT À CELLULES PNEUMATIQUES

Utilisation d'éléments statiques à turbulence (fig. 1). (Revoir A_2.32, A_2.33.)

- Les capteurs M et A représentent les éléments de commande Marche et Arrêt.
- La cellule repérée 1 définit l'organe d'excitation R qui délivre les signaux **r**.
- A la sortie de la cellule 2 on a : $\overline{M + r} = \overline{M}.\overline{r}$.
- A la sortie de la cellule1 on a :

$$\overline{(\overline{M}.\overline{r}) + A} = \overline{A}\,(M + r.).$$

Le lecteur notera que le circuit réalisé ressemble à un circuit électrique. Le terme filerie est d'ailleurs utilisé en logique pneumatique.

Utilisation de cellules transiflux (fig. 2). (Revoir A_2.34.)

- La dérivation branchée à la sortie du circuit R permet de réinjecter le signal **r** dans la cellule 3.
- A la sortie de la cellule 1 il vient :

$$1 . \overline{M} = \overline{M}$$

- A la sortie de la cellule 2 il vient :

$$1 . \overline{A} = \overline{A}$$

- A la sortie de la cellule 3 il vient :

$$\overline{M} . \overline{r}$$

- Les fonctions élémentaires sont des cellules NAND.

$$S = n\,[\overline{X} + Y, X + \overline{Z}, Z + \overline{Y}]$$

$$S = n\,[n\,[X, \overline{Y}], n\,[\overline{X}, Z], n\,[\overline{Z}, Y]]$$

Trois autres fonctions NAND permettent de retrouver les variables origines.

- Finalement à la sortie de la cellule 4 il vient :

$$R = \overline{A} . (\overline{\overline{M} . \overline{r}}) = \overline{A} . (M + r)$$

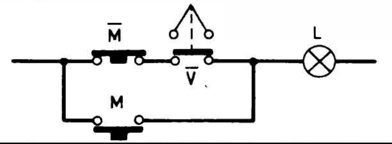
Remarque. La pression délivrée à la sortie de la cellule 4 peut être suffisante (1,5 *bar*) pour attaquer directement la vanne.

4.

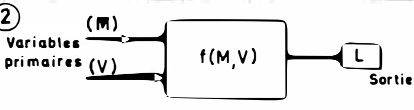
CIRCUITS DE COMMUTATION

A₂. 43 — CIRCUITS DE PURE COMBINAISON

①



②



③

f(M)	f(V)	L	
0	0	1	$\overline{M}.\overline{V}$
0	1	0	+
1	1	1	M.V
1	0	1	+ $M.\overline{V}$

On peut classer les circuits de commutation en trois types fondamentaux :

— les circuits logiques ;

— les circuits à séquences, ou circuits séquentiels ;

— les circuits asservis.

L'analyse complète des circuits asservis dépasse le cadre de cet ouvrage. En effet la mise au point d'un tel circuit réclame la connaissance complète des paramètres physiques mis en jeu ; il nécessite d'autre part une solide formation mathématique particulièrement en calcul différentiel et en calcul opérationnel.

4.1. CIRCUITS LOGIQUES

Le schéma 1 fait apparaître :

— deux variables d'entrée f(M), f(V), appelées encore variables primaires ;

— un organe de sortie L (c'est une lampe).

Un schéma fonctionnel de type général peut être défini (fig. 2).

Il est évident que l'état de la sortie dépend seulement de la combinaison f(MV) ; aucun autre paramètre ne vient perturber le fonctionnement. C'est donc un circuit de pure combinaison.

Dans un circuit de logique pure, l'état de la sortie dépend seulement de la combinaison réalisée par les variables d'entrée.

L'analyse du schéma 1 montre que :

$$L = \overline{M}.\overline{V} + M.$$

Multiplions le terme M par $(V + \overline{V}) = 1$ la fonction devient :

$$L = \overline{M}.\overline{V} + M.V + M.\overline{V}.$$

L est la réunion (addition logique) de trois termes $\overline{M}.\overline{V}$ **OU** $M.V$ **OU** $M.\overline{V}$. Chaque terme est l'intersection (multiplication logique) des variables indépendantes f(M) **ET** f(V).

Pour chacun des termes de la réunion la lampe L vaut **1**. On peut donc établir un tableau des valeurs (fig. 3).

Puisqu'il est possible d'établir, à partir d'un schéma, le tableau des valeurs, le problème inverse ne présentera pas de difficultés majeures.

Dans le cas du tableau 3, deux méthodes permettent de développer la fonction L = f(M, V). (Voir A_2 .12, A_2 .13.)

1re méthode. Développement suivant les **1** ; c'est une somme de produits.

$$L = \overline{M}.\overline{V} + M.V + M.\overline{V}$$
$$= \overline{M}.\overline{V} + M.(V + \overline{V}).$$
$$L = \overline{M}.\overline{V} + M \qquad (1)$$

2e méthode. Développement suivant les **0** ; c'est un produit de sommes.

$$L = M + \overline{V} \qquad (2)$$

Une justification supplémentaire de cette 2e méthode utilise le raisonnement suivant :

$L = 0$ donc $\overline{L} = 1$ pour $\overline{L} = \overline{M}.V.$

La lampe <u>ne</u> fonctionne pas pour la combinaison $\overline{M}.V$; l'expression complémentaire indiquera donc tous les cas de fonctionnement de la lampe. Par suite :

$$\overline{\overline{L}} = \overline{\overline{M}.V}$$
$$L = M + \overline{V}.$$

Nota : Les équations *(1)* et *(2)* sont identiques. En effet la forme de l'expression $L = \overline{M}.\overline{V} + M$ n'est pas minimale (voir exercices d'algèbre logique A_2.6).

Conclusions.

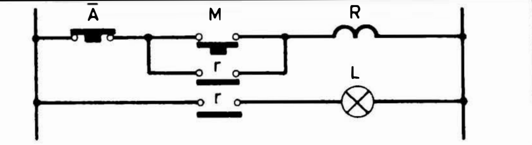
Un circuit logique peut être défini à partir d'un tableau des valeurs explicitant le problème posé.

La minimisation de l'expression obtenue utilisera le calcul Booléen ou le diagramme de Karnaugh.

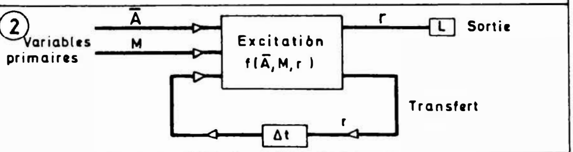
CIRCUITS SÉQUENTIELS

A_2. 44

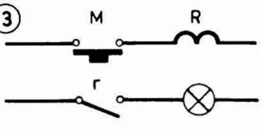
1



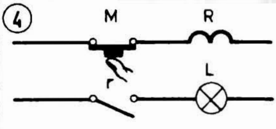
2



3



4



4.2. CIRCUITS SÉQUENTIELS

Le schéma 1 fait apparaître :

— deux variables d'entrées $\overline{A}$ et M appelées encore variables primaires ;
— un organe d'excitation R (bobine du relais) ;
— une variable **r** issue de R et réinjectée à l'entrée (transfert) ; le transfert a lieu avec un certain retard Δt ;
— une variable **r** issue de R et déterminant la sortie L ;
— une sortie L (c'est une lampe).

Un schéma fonctionnel de type général peut être défini (fig. 2).

Ce schéma fonctionnel montre que le circuit excitation dépend de la combinaison des variables d'entrée $\overline{A}$ et M et de la variable **r.** Cette dernière est appelée variable interne ou secondaire car elle est issue du circuit lui même.

Il est possible d'écrire : $L = f(\overline{A}, M, r)$.

Un *circuit séquentiel* est un circuit qui introduit un ordre chronologique de fonctionnement où la notion de temps intervient. Il s'ensuit que les variables d'entrées ne suffisent pas à définir l'état de sortie.

Le schéma électrique fait apparaître :

— un circuit dit d'excitation dont l'équation est :

$$R = \overline{A}(M + r).$$

— un circuit dit de sortie dont l'équation est :

$$L = r.$$

Tous les circuits séquentiels sont constitués par :

- une ou plusieurs variables primaires repérées par des lettres majuscules ;
- un ou plusieurs organes d'excitation définissant les circuits de commande et repérés par des lettres majuscules ;
- une ou plusieurs variables secondaires issues des organes d'excitation et repérées par les lettres minuscules correspondantes ;
- un ou plusieurs circuits de sortie.

— Différentes méthodes permettent l'établissement d'un schéma. On étudiera la méthode dite ***« Diagramme des phases »*** et la méthode dite ***« Matrice des états ».***

Définitions de quelques termes utilisés.

Etat stable. C'est un état correspondant à un régime de fonctionnement permanent, stable. Aucun changement interne du circuit n'intervient. Pour **le modifier, une action extérieure doit changer**. Ce type d'état sera spécifié par un numéro d'ordre **cerclé.**

Exemple : fig. 3.

A l'état stable 1 correspond :

$$M = 0,\ R = 0,\ r = 0,\ L = 0.$$

Cet état est bien stable car en l'absence d'action sur le bouton-poussoir M, le circuit ne se modifie pas.

Etat transitoire. C'est un état correspondant à un régime de fonctionnement dynamique. Le circuit, à cause de la modification des variables internes, évolue vers un état stable. Cet état de transition est caractérisé par le temps de réponse ou temps de transfert Δt de l'organe d'excitation interne du relais R.

Ce type d'état sera spécifié par un numéro d'ordre **non cerclé.**

Exemple : fig. 4.

A l'instant t_0 où l'action sur le bouton-poussoir à lieu, il est possible d'écrire :

$$M = 1,\ R = 1,\ r = 0,\ L = 0.$$

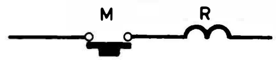
Le contact r n'a pas eu le temps de basculer.

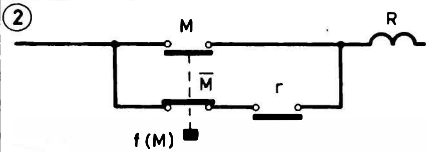
Si l'action sur le bouton-poussoir est maintenue, le fonctionnement aboutit à un état stable défini par :

$$M = 1,\ R = 1,\ r = 1,\ L = 1.$$

On écrit que **tout état transitoire évolue vers un état stable** et, pour ordonner l'écriture, le même chiffre précisera **l'état** transitoire et l'état stable qui lui succède.

A₂. 45 — L'ALÉA EN COMMUTATION

1


2


On notera donc : ① → 2 → ②

De l'état stable ①, en appuyant sur le bouton-poussoir M, on accède à l'état stable ② à travers l'état transitoire 2.

Et, en généralisant :

① → 2 → ② → 3 → ③ → n → ⓝ

Remarque. Il faut noter le retard Δt du contact r sur son excitation R. Ce retard, encore appelé **phase,** pourra être diminué mais non supprimé grâce à la technologie du matériel utilisé :

— retard d'un relais électromécanique : $\Delta t \approx 1$ milliseconde.

— retard d'un relais pneumatique : $\Delta t \approx 0{,}01$ seconde.

— retard d'un relais statique : $\Delta t \approx 1$ micro-seconde.

Système binaire. La base du système binaire est le nombre 2 décimal.

L'écriture d'un nombre en binaire est représentée par une série puissance de la base 2.

Exemple : $A = a_0\ 2^0 + a_1\ 2^1 + a_2\ 2^2 \ldots + a_n 2^n$. $a_0, a_1, a_2 \ldots a_n$ sont des coefficients de valeur **0** ou 1.

Poids binaire. Les puissances de 2 exprimées en décimal définissent le poids binaire, ou rang du coefficient.

Exemple :

a_0 a pour poids $2^0 = 1$;
a_1 a pour poids $2^1 = 2$;
a_2 a pour poids $2^2 = 4$, etc.

Application aux circuits de commutation.

On convient d'affecter à toute variable un poids binaire. Ce poids binaire résultera de l'ordre dans lequel elles seront disposées.

Exemple :

1re variable f(A) : poids binaire $2^0 = 1$;
2e variable f(M) : poids binaire $2^1 = 2$;
3e variable f(r) : poids binaire $2^2 = 4$.

Somme des poids binaires.

Elle permet de définir les variables mises en jeu.

Exemple :

Pour la somme 2, seul f(M) existe.

Pour la somme $5 = 1 + 4$, existent f(A) et f(r).

L'aléa dans les circuits de commutation.

Le Larousse définit l' « aléa » comme un élément dépendant du hasard. Appliqué aux circuits électriques l'aléa représente une incertitude de fonctionnement et beaucoup de techniciens lui attribuent un certain facteur chance.

Pourtant, en commutation, l'aléa peut s'analyser très simplement et ne présente donc aucun mystère.

1er type d'aléa : Le rebondissement (aléa de technologie).

Cet aléa apparaît si certains aspects technologiques sont méconnus : en particulier lorsque les organes de commande et les organes d'excitation ne sont pas adaptés.

Exemple : fig. 1.

Si à l'instant de la fermeture le contact M rebondit, le circuit électrique va présenter une série de coupures très brèves. Dans le cas d'un organe d'excitation d'inertie élevée (condition réalisée par la plupart des relais électromécaniques) ces coupures brèves ne seront pas gênantes ; par contre les relais statiques à semi-conducteurs, dont le temps de réponse est très court, seront sensibles à ces effets parasites.

Pour permettre une utilisation correcte des relais statiques les constructeurs fabriquent des éléments dits « éléments d'adaptation » qui calibrent le signal de commande.

Un artifice simple, permettant d'éviter les aléas dus aux rebondissements, sera étudié au cours du chapitre traitant des applications.

2e type d'aléa. L'expression booléenne du circuit est incorrecte (aléa de transition).

Cette erreur peut apparaître dans le cas de la recherche d'un circuit complexe. Elle est la conséquence d'une méthode mal adaptée, d'une erreur de raisonnement, d'une faute d'inattention.

Exemple : fig. 2.

Un tel circuit ne peut fonctionner que si deux conditions sont réalisées :

— inertie du relais R très élevée ;

— rapidité de basculement de M très grande.

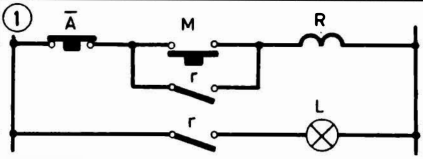
En effet, lorsque l'action sur le bouton poussoir cesse, si le contact $\overline{M}$ met trop de temps pour revenir en position de repos, le relais R ne pourra maintenir son armature fermée.

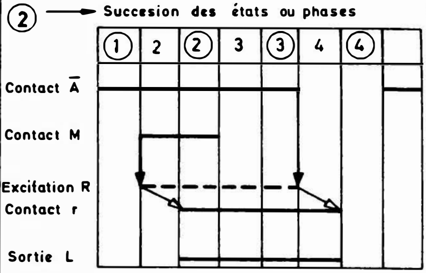
Les aléas ne se produisent que pendant les périodes transitoires.

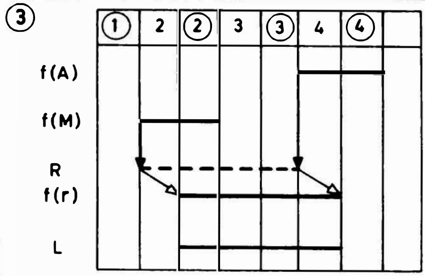
Nous verrons au cours de ce chapitre les méthodes permettant d'éviter l'aléa de transition.

DIAGRAMME DES PHASES

A₂. 46







4.3. DIAGRAMME DES PHASES

Ce diagramme permet de suivre la succession chronologique des différents états occupés par un circuit.

Chaque état ou phase sera défini par une colonne et on considèrera que la succession des différentes phases se fera par colonnes adjacentes, de gauche à droite.

L'analyse chronologique aura pour origine un état stable initial et arbitraire. Généralement, pour faciliter l'étude, cet **état initial** sera défini par **l'état de repos** du système.

Les états des dipôles seront exprimés sur des lignes horizontales et à un même dipôle correspondra une même ligne. Si le circuit met en jeu plusieurs dipôles il y aura plusieurs lignes parallèles.

Des flèches verticales ou obliques souligneront les dépendances entre les dipôles à contact et les dipôles à organes d'excitation.

Il sera attribué la valeur binaire **1** à un trait fort ou à un trait interrompu et la valeur binaire **0** à l'absence de trait.

Trait interrompu : bobine (excitation).
Trait fort : contact ou organe de sortie.

Pour apprécier valablement la méthode d'établissement du diagramme, le raisonnement utilisera un schéma connu.

Schéma : fig. 1.

Diagramme des phases (fig. 2).

Ce diagramme partiel résulte d'une analyse simple de l'état des différents dipôles. $\overline{A}$, M, **r** sont des contacts. $\overline{A}$ est fermé au repos. M. et **r** sont ouverts au repos.

• Pour que $\overline{A}$ existe ($\overline{A}$ = 1) il ne doit pas y avoir d'action extérieure, donc :

$$f(A) = f(0).$$

• Pour que M existe (M = 1) une action extérieure doit intervenir, donc :

$$f(M) = f(1).$$

• Pour que **r** existe (r = 1) une action intérieure au système doit intervenir (intérieure car elle résulte de l'excitation R), donc : $f(r) = f(1)$.

Il est possible d'opposer à l'état de tout contact la valeur binaire de l'action externe ou interne correspondante. Cette transformation permettra de généraliser la méthode à tout problème inconnu. Par conséquent les lignes précisant la valeur binaire des dipôles contacts seront remplacées par des lignes explicitant la valeur binaire de l'action exercée sur les dipôles contacts.

Les lignes correspondant aux organes d'excitation et aux sorties demeureront inchangées.

Diagramme partiel des phases (fig. 3) **:**

L = f(A, M, r).

Les **flèches verticales** indiquent les dépendances entre les organes d'excitation et les actions extérieures. On considère qu'aucun retard de transition n'intervient.

Les **flèches obliques** indiquent les dépendances entre les organes d'excitation et les actions internes qui en résultent. On peut noter que dans ce cas le temps de transition intervient, le trait oblique occupant une phase.

Analyse du fonctionnement.

Cette analyse doit être conduite à l'aide du schéma 1 et du diagramme des phases 3.

— **Etat initial.** Il correspond au schéma où tous les contacts ne sont soumis à aucune action [colonne (**1**)].

On a bien :

(1): f(A) = f(0), f(M) = f(0), R = 0,
f(r) = f(0), L = 0.

— Action sur le bouton-poussoir M qui se ferme. La bobine du relais R est excitée mais le contact **r** ne répond pas immédiatement.

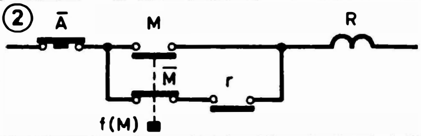
C'est un état transitoire (colonne 2). On a bien :

A₂. 47 DIAGRAMME DES PHASES

①

	Poids binaires	①	2	②	3	③	4	④	5	⑤	2	②	3	③	4	④	1
f(A)	$2^0=1$	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	0
f(M)	$2^1=2$	0	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	0
R		0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0	0
f(r)	$2^2=4$	0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0
L		0	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1	1	0	0
Somme des poids binaires		0	2	6	4	4	5	1	3	3	2	6	4	4	5	1	0

②



2 : f(A) = f(0), f(M) = f(1), R = 1,
f(r) = f(0), L = 0.

— Action sur le bouton-poussoir M maintenue. Le contact r va se fermer et déterminer l'autoalimentation de R et l'apparition de la sortie L [colonne (**2**)].

L'état transitoire 2 évolue vers l'état stable ②

②: f(A) = f(0), f(M) = f(1), R = 1,
f(r) = f(1), L = 1.

— Action sur le bouton-poussoir M supprimée. La bobine reste excitée et la sortie L vaut toujours 1. C'est un état transitoire (colonne 3).

3 : f(A) = f(0), f(M) = f(0), R = 1,
f(r) = f(1), L = 1.

L'état transitoire **3** évolue vers l'état stable ③
Aucune excitation n'ayant eu lieu, les contacts restent dans leur position

③: f(A) = f(0), f(M) = f(0), R = 1,
f(r) = f(1), L = 1.

— Action sur le bouton poussoir $\overline{A}$ qui s'ouvre. La bobine R est coupée mais le contact r n'obéit pas instantanément. C'est un état transitoire (colonne 4).

4 : f(A) = f(1), f(M) = f(0), R = 0,
f(r) = f(1), L = 1.

— Action sur le bouton poussoir $\overline{A}$ maintenue. L'état transitoire 4 évolue vers ④

④ : f(A) = f(1), f(M) = f(0) R = 0,
f(r) = f(0), L = 0.

Diagramme définitif : fig. 1.

Il est possible d'effectuer pour chaque colonne la somme des poids binaires des variables actionnées.

Exemple :
Colonne ① : poids binaire = 0;
Colonne ② : poids binaire = 0 + 2 + 0 = 2;
Colonne ②: poids binaire = 0 + 2 + 4 = 6.

Il est évident que les colonnes ayant même somme binaire mettent en jeu les mêmes variables; elles correspondent donc à des états identiques.

Remarque. — Les colonnes 5 et ⑤ correspondent à une phase particulière du fonctionnement. La priorité est donnée à f(A) qui introduit l'idée de sécurité dans le cas d'une action combinée f(A) = f(1), f(M) = f(1), mais R = 0.

■ Le diagramme des phases étant terminé, il est possible de rechercher les équations des différents circuits.

En effet chaque colonne spécifie la valeur binaire des variables, des excitations, des sorties. On retrouve, sous une forme différente, le tableau des valeurs déjà étudié.

Equation de l'excitation R :
R = f(A, M, r).

L'excitation R vaut 1 pour les colonnes 2, ② 3, ③. En développant suivant les 1 on obtient une somme de produits.

$$R = 2 + ② + 3 + ③.$$

Pour l'état 2 : $R = \overline{A} . M . \overline{r}$.
— ② : $R = \overline{A} . M . r$.
— 3 : $R = \overline{A} . \overline{M} . r$.
— ③ : $R = \overline{A} . \overline{M} . r$.

$$R = \overline{A} . M . \overline{r} + \overline{A} . M . r + \overline{A} . \overline{M} . r + \overline{A} . \overline{M} . r$$

ou encore :

$$R = \overline{A} . M . \overline{r} + \overline{A} . M . r + \overline{A} . \overline{M} . r$$

Cette expression peut être minimisée mais quelques précautions s'imposent. En effet tous les termes de la fonction R sont liés entre eux. Ils représentent une suite de séquences qui correspond au fonctionnement désiré. Par conséquent si un terme disparaît par simplification cela peut déterminer la dissociation de l'expression totale.

Par exemple :

$$R = \overline{A} . M . \overline{r} + \overline{A} . M . r + \overline{A} . \overline{M} . r :$$

peut devenir :

$$R = \overline{A} . M + \overline{A} . \overline{M} . r$$

Or ce résultat est erroné, des aléas de fonctionnement apparaissent.

Aléa de logique.

Etablissons le schéma du circuit (fig. 2).

Dans ce schéma une véritable autoalimentation escomptée n'est pas réalisée. En effet, lorsque r est fermé M est ouvert.

ALÉA DE LOGIQUE

A₂. 48

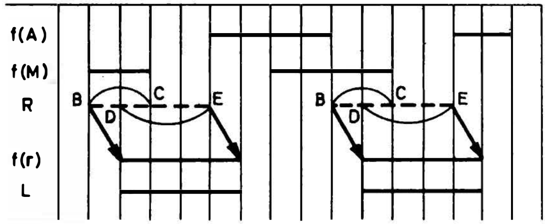
①

f(r) \ f(A.M)	00	01	11	10
0	0	2	3	1
1	4	6	7	5

②

f(r) \ f(A.M)	00	01	11	10
0	0	1	0	0
1	1	1	0	0

③



Pour que la minimisation d'une fonction n'introduise pas d'aléas, la liaison inter termes ne doit jamais être supprimée.

Reprenons l'expression complète de R

$R = \overline{A}.M.\overline{r} + \overline{A}.M.r + \overline{A}.\overline{M}.r$

Cette expression forme un tout et, puisqu'elle a été établie à partir d'une succession ordonnée des phases de fonctionnement de R, les termes se succèdent dans l'ordre.

$\overline{A}.M.r$ succédant à $\overline{A}.M.\overline{r}$;
$\overline{A}.\overline{M}.r$ succédant à $\overline{A}.M.r$.

On remarque que le terme $\overline{A}.M.r$ lie les termes $\overline{A}.M.\overline{r}$ et $\overline{A}.\overline{M}.r$.

Cette idée d'association devra rester présente à l'esprit lorsqu'apparaît une possibilité de simplification. Dans le cas présent il est possible d'écrire :

$R = (\overline{A}.M.\overline{r} + \overline{A}.M.r)$
$\quad + (\overline{A}.M.r + \overline{A}.\overline{M}.r)$.

Le terme de liaison $\overline{A}.M.r$ a été répété mais cela ne change rien à l'expression logique du circuit; par contre la liaison inter termes a été maintenue.

$R = (\overline{A}.M.(\overline{r} + r)) + ((\overline{A}.r.(M + \overline{M}))$
$R = \overline{A}.M. + \overline{A}.r.$

Finalement il vient $\boxed{R = \overline{A}.(M + r)}$

Règle.

La minimisation d'une expression d'origine séquentielle doit respecter la liaison inter termes de la fonction.

Soit les termes A, B, C, D ordonnés chronologiquement :

$Z = A + B + C + D.$

Pour que la minimisation de cette expression soit possible il faut écrire :

$Z = (A + B) + (B + C) + (C + D)$

B. terme de liaison C. terme de liaison

puis simplifier les termes entre parenthèses.

■ Expression de R définie à partir du diagramme de KARNAUGH.

Le nombre de variables étant de trois, le tableau comportera $2^3 = 8$ cases.

Chaque case sera repérée par la somme des poids binaires de chaque colonne et, par conséquent, tous les états seront explicités dans le tableau (fig. 1).

Exemple. La case de poids binaire 3 est définie par les variables $A.M.\overline{r}$; elle correspond aux états 5 et ⑤ dont le poids binaire est 3.

D'après le diagramme des phases l'excitation R vaut 1 pour les cases de poids binaires 2, 6, 4 ; il vient donc (fig. 2) :

La solution est $R = \overline{A}.M + \overline{A}.r$

$\boxed{R = \overline{A}.(M + r)}$

Dans le cas de circuits séquentiels le recouvrement des surfaces est une nécessité impérieuse qui permet d'éviter les aléas.

La case de recouvrement définie par $\overline{A}.M, r$ correspond d'ailleurs au terme de liaison déjà étudié.

Circuit de la sortie. L'examen du diagramme des phases (fig. 1, A_2.47) montre que L = 1 pour f(r) = f(1) ; donc :

$\boxed{L = r}$

■ Expressions de R et de L directement définies sur le diagramme des phases : (fig. 1, A_2.47).

La recherche de l'expression de l'excitation R se ramène à définir des segments de droites parfaitement explicités par les variables primaires et secondaires. Puisque le circuit est de type séquentiel, ces segments doivent se recouvrir (élimination d'aléas).

On obtient les segments de droite BC et DE (fig. 3).

BC est défini par $\overline{A}.M$.
DE est défini par $\overline{A}.r$.

$R = BC + DE$
$\quad = \overline{A}.M + \overline{A}.r = \overline{A}.(M - r)$
$R = \overline{A}.(M + r)$

et $L = r$.

A_2. 49 DIAGRAMME DES PHASES Méthode d'établissement

■ Le véritable problème consiste à construire un diagramme des phases à partir des variables primaires et des fonctions à réaliser.

Pour cela le nombre d'organes d'excitation secondaire doit être connu.

Un diagramme peut être établi de façon partielle en éludant provisoirement les organes secondaires (fig. 1).

Il apparaît immédiatement que la sortie L devant conserver la valeur 1, même après disparition du signal f(M), un organe de mise en mémoire doit intervenir.

Une méthode d'une grande rigueur consiste aussi à examiner, par colonnes, si la sortie est explicitée de façon suffisante avec les seules variables primaires.

Les colonnes 3, 3, de poids binaire 0, n'explicitent pas de façon précise la sortie L = 1. En effet les colonnes 1, 1 de poids binaire 0, définissent une sortie L = 0, donc complémentaire.

Il faut discriminer les colonnes 3, 3 de 1, 1; ceci à l'aide d'une variable secondaire f(r).

L'action f(r) devra jouer le long des colonnes 3, 3. f(r) étant lié à sa bobine R, celle-ci sera excitée à l'aide de la variable d'entrée f(M) et coupée avec la variable d'entrée f(A) (diagramme établi en A_2.47, fig. 1).

Une dernière vérification montre alors que la sortie L et l'organe d'excitation secondaire R sont explicités de façon précise avec les variables primaires et secondaires.

Pour que la sortie L ait une expression simple on décalera celle-ci d'une phase transitoire vers la droite ; on aura donc L = f(r).

Méthode d'établissement d'un diagramme des phases.

Les fonctions à réaliser étant exactement définies, les organes d'entrée et de sortie sont connus.

— Etablir un tableau à colonnes.

— Après avoir choisi l'état initial (généralement ce sera l'état de repos du circuit) mettre en place, à gauche du tableau, les lignes définissant les actions externes et l'état des sorties.

Laisser entre les actions externes et les sorties une place suffisante qui permettra la mise en place des organes secondaires.

— Etablir progressivement le diagramme fonctionnel à l'aide des conditions à réaliser.

— Expliciter chaque sortie, de façon précise, avec les variables d'entrée. La vérification se fera en effectuant la somme binaire par colonne ou par phase. Deux phases de même poids binaire définissant une sortie complémentaire amènent l'introduction d'une variable secondaire.

— Disposer cette variable de façon à discriminer ces deux phases et en déduire l'excitation correspondante.

— Vérifier que l'organe d'excitation interne est défini avec les variables primaires et secondaires; sinon une nouvelle variable secondaire est indispensable.

— Toutes les sorties, tous les organes d'excitation interne étant explicités le diagramme des phases est terminé.

— Rechercher les équations des différents circuits.

— Etablir le schéma.

— Vérifier au simulateur.

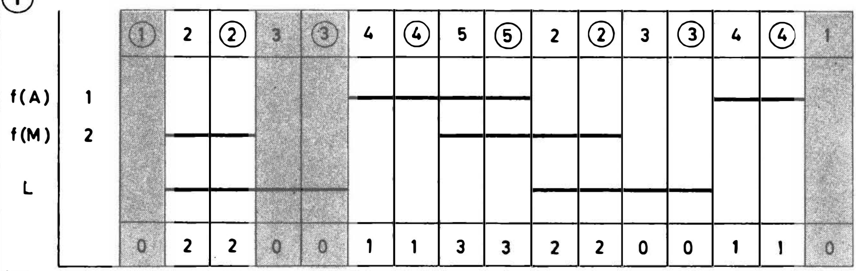
Conclusions.

Cette étude montre qu'il est possible, connaissant les conditions à réaliser, d'obtenir les équations du circuit recherché avec le diagramme des phases.

Il faut souligner toutefois que la détermination du nombre d'organes d'excitation interne ne suit pas des règles vraiment scientifiques et on n'est jamais sûr d'aboutir à la meilleure solution.

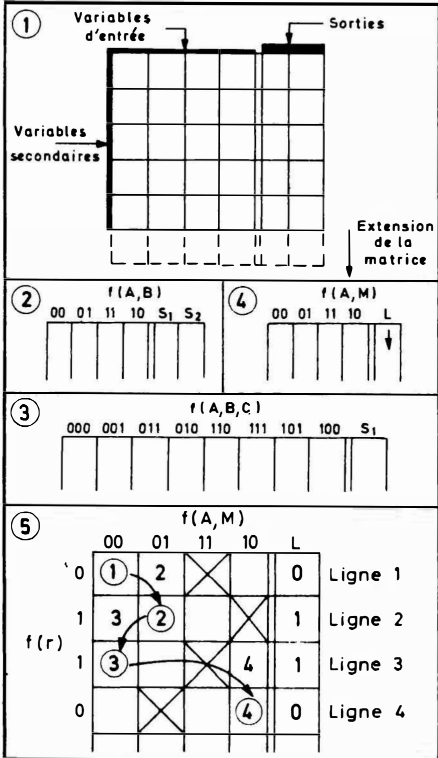
Un procédé beaucoup plus scientifique existe : c'est la méthode matricielle.

1



MATRICE DES ÉTATS

A_2. 50



4.4. MATRICE DES ÉTATS

Comme le diagramme des phases, la matrice des états permet d'analyser la succession chronologique des différents états occupés par un circuit.

Elle se présente sous la forme d'un tableau quadrillé dont les cases spécifient tous les états du système étudié.

Dans un tel tableau les actions sur les variables d'entrée accèderont à la matrice par le côté supérieur et auront pour zone d'action des colonnes adjacentes.

Les variables secondaires accèderont à la matrice par le côté gauche et s'exerceront suivant des lignes horizontales.

La ou les colonnes de droite préciseront les états des sorties (fig. 1).

— **Le nombre de colonnes** est défini par les couples d'action exercés sur les variables d'entrée auxquels s'ajoutent une ou plusieurs colonnes définissant la ou les sorties.

1er **Exemple.** Le circuit comporte 2 variables d'entrée (A, B) et deux sorties (S_1, S_2).

Le nombre de colonnes sera :

- $2^2 = 4$ colonnes, pour les combinaisons des variables d'entrée.
- 2 colonnes pour les états de sortie. Finalement le tableau comportera six colonnes (fig. 2).

2e **Exemple.** Le circuit comporte trois variables d'entrée (A, B, C) et une sortie.

Le nombre de colonnes sera de neuf.

- $2^3 = 8$ colonnes pour les variables d'entrée plus une colonne pour la sortie (fig. 3).

— **Le nombre de lignes** dépend de la complexité du circuit à étudier. L'extension de la matrice n'est possible que par le bas.

— **Chaque ligne** ne pourra comporter qu'un **seul état stable** et plusieurs états transitoires. L'examen de deux états stables est possible en allant d'une ligne à l'autre.

— **L'état de la sortie** sera défini pour chaque ligne par l'état stable correspondant.

— **L'analyse du problème** est terminée lorsque toutes les cases auront été spécifiées.

■ Analyse à l'aide de la matrice des états du circuit électrique précédemment étudié (fig. 1, A_2.46).

Il y a deux variables primaires f(A, M) et une sortie. Nombre de colonnes $= 2^2 + 1 = 5$ (fig. 4).

Les variables primaires se lisent dans l'ordre A puis M.

Exemple : f(AM) = f(0,1)
f(A) = f(0), f(M) = f(1).

Etablissement de la matrice (fig. 5).

On pourra s'aider du diagramme des phases déjà établi (fig. 1. A_2.47), les notations des états étant d'ailleurs conservées.

Raisonnement.

- Etat initial 1 :
f(A, M) = f(00), f(r) = 0, L = 0.
- Action sur M, le système évolue à travers l'état transitoire 2 vers l'état stable 2 avec :
f(A, M) = f(01), f(r) = f(1), L = 1.
- L'action sur M cesse, le système évolue à travers l'état transitoire 3 vers l'état stable 3 avec :
f(A, M) = f(00), f(r) = f(1), L = 1.

Cases annotées d'une croix. Ces cases définissent une impossibilité : en effet deux variables ne peuvent transiter ensemble. Nécessairement, même dans le cas d'une action combinée et simultanée, une variable prendra la valeur **1** ou **0** un court instant avant ou après l'autre. Par conséquent de 1 avec f (A M) = f(00) il est impossible de réaliser f(AM) = f(11).

La case définie par les coordonnées ligne 1, f(AM) = f(11) sera marquée d'une impossibilité.

La case définie par les coordonnées ligne 2, f(AM) = f(10) sera marquée d'une impossibilité, etc.

La recherche d'une impossibilité se fait obligatoirement à partir d'un état stable..

A₂. 51 MATRICE RÉDUITE

① f(A.M)

f(r)	00	01	11	10	L	
0	1	2	X	4	0	Ligne 1
1	3	2	5	X	1	Ligne 2
1	3		X	4	1	Ligne 3
0		X	5	4	0	Ligne 4
0	X		5		0	Ligne 5

② f(A.M)

f(r)	00	01	11	10	L	
0	1	2	X	4	0	Ligne 1
1	3	2	5	X	1	Ligne 2
1	3	2	X	4	1	Ligne 3
0	1	X	5	4	0	Ligne 4
0	X	2	5	4	0	Ligne 5

③ f(A.M)

f(r)	00	01	11	10
0	1		5	4
1	3	2		

④ f(A.M)

f(r)				
0	1	2	5	4
1	3	2	5	4

Remarque 1. Dans une matrice à deux variables primaires chaque ligne comporte au moins une case impossible.

Dans une matrice à trois variables primaires chaque ligne comporte au moins 4 cases impossibles.

Remarque 2. Dans ce tableau l'organe d'excitation secondaire n'apparaît pas.

Remarque 3. Des cases vierges subsistent, montrant que l'analyse du problème est incomplète.

■ **Reprenons notre raisonnement** (fig. 1).

Nous sommes en ② état stable, avec f(AM) = f(01), L = 1. L'action sur M étant maintenue, appuyons sur A; on réalise f(A, M) = f(11). Le système évolue vers l'état stable ⑤ où L = 0. Ce fonctionnement correspond au schéma établi. Il suppose une sécurité prioritaire imagée par le bouton-poussoir $\overline{A}$.

Nous sommes en ⑤; si $\overline{A}$ est relâché le système évolue vers ② f(AM) = f(01), L = 1, état déjà analysé. Par contre, de ⑤, si M est relâché, le système évolue vers ④ f(A, M) = f(10), L = 0.

Matrice définitive (fig. 2).

La matrice des états est terminée. Toutes les cases ont été spécifiées, toutes les sorties ont été définies.

On retiendra que la matrice impose un examen soutenu de toutes les conditions de fonctionnement.

Contraction de la matrice (fig. 3).

L'examen de la matrice fait apparaître que le contact r n'est actionné que pour les lignes 2 et 3.

f(r) = f(0) : lignes 1 - 4 - 5.
f(r) = f(1) : lignes 2 - 3.

Il est donc possible de dresser une matrice réduite à deux seules lignes.

Les états stables seront obligatoirement tous contenus par le tableau. Il reste trois cases vierges qui seront affectées à des états transitoires. C'est le raisonnement suivi pour l'établissement de la matrice qui permettra de leur affecter un repère :

— de ① → 2 → ②
de ⑤ → 2 → ②

Par conséquent la case vierge adjacente aux cases repérées ①②⑤ sera spécifiée par l'état transitoire 2.

— de ② → 5 → ⑤

La case vierge adjacente aux cases ② et ⑤ sera spécifiée par l'état transitoire 5.

— de ③ → 4 → ④

La case vierge adjacente aux cases ③ et ④ sera spécifiée par l'état transitoire 4.

Tableau contracté définitif (fig. 4).

Le processus suivi jusqu'ici a été animé par une seule idée, la logique.

Remarque. Les états transitoires 1 et 3 n'apparaissent pas dans ce tableau. Il faut donc les examiner de façon plus précise.

L'état transitoire 3 ne met en jeu qu'une variable primaire; aucune variable secondaire n'intervient, par conséquent il n'y a aucun retard de transfert et l'état 3 est contenu dans l'état ③.

Cela peut être vérifié sur le diagramme des phases où les colonnes 3 et ③ ont même somme binaire.

Il sera tenu le même raisonnement pour l'état 1 qui a même somme binaire que ①.

Par ailleurs l'on passe de l'état ① à l'état ②, par exemple, en faisant intervenir une variable primaire f(M) et une variable secondaire f(r). Il y a retard de transfert; le transitoire 2 existe.

ÉTATS TRANSITOIRES - ÉTATS STABLES

A_2. 52

①

f(r) \ f(A.M)	00	01	11	10
0	①	2	⑤	④
1	③	②	5	4

②

f(r) \ f(A.M)	00	01	11	10
0	0		0	0
1	1	1		

③

f(r) \ f(A.M)	00	01	11	10
0		1		
1			0	0

④

f(r) \ f(A.M)	00	01	11	10
0	0	1	0	0
1	1	1	0	0

⑤

f(r) \ f(A.M)	00	01	11	10
0	0		0	0
1	1	1		

⑥

f(r) \ f(A.M)	00	01	11	10
0		Φ		
1			Φ	Φ

⑦

f(r) \ f(A.M)	00	01	11	10
0	0	Φ_0	0	0
1	1	1	Φ_1	Φ_1

⑧

f(r) \ f(A.M)	00	01	11	10
0	0	0	0	0
1	1	1	1	1

Recherche du circuit d'excitation R (fig. 1).

L'examen des coordonnées du tableau montre que tous les états sont définis par la valeur binaire f(r). L'excitation R peut donc s'en déduire. (Voir A_2.22).

Cas des états stables. Pour les états stables, la bobine et le contact sont dans le même état.

Exemple :

- état ① : f(r) = f(0), R = 0 ;
- état ④ : f(r) = f(0), R = 0 ;
- état ②: f(r) = f(1), R = 1 (fig. 2).

Cas des états transitoires. Si le contact transite, la bobine et le contact ne sont pas en phase. Ils sont donc dans des états complémentaires.

Si le contact ne transite pas, la bobine et le contact seront dans le même état (cas d'utilisation de plusieurs relais).

Règle générale : Dans le cas de régimes transitoires, la bobine prend la valeur de l'action définie par l'état stable vers lequel elle évolue.

Exemple :

2 évolue vers ②,
avec f(r) = f(1) R = 1 ;

par suite, en 2 :
f(r) = f(0), mais R = 1.

r est en retard d'une phase sur R (fig. 3).

Le tableau final est un diagramme de KARNAUGH (fig. 4).

L'excitation de R est réalisée pour les cases notées 1.

La solution est :

$$\boxed{R = \overline{A}.(M + r)}$$

Circuit de la sortie L.

La sortie peut être définie pour les états stables et les états transitoires en utilisant le tableau contracté et la matrice des états.

Cas des états stables.

La sortie est explicitée par la matrice des états. Figures 2, A_2.51.

Exemple :

- état ①, L = 0,
- état ③, L = 1 (fig. 5).

Cas des états transitoires.

- La transition ne provoque pas de modifications de la sortie : celle-ci conserve la même valeur binaire.

- La transition détermine une modification de la sortie : elle sera notée alors indifféremment de la valeur **0** ou **1**. Cela n'a aucune importance du point de vue fonctionnel. En effet, suivant la valeur binaire attribuée à l'état transitoire, la sortie apparaîtra avec un léger retard ou une légère avance. La case sera repérée par convention par la lettre Φ (fig. 6).

Dans le cas étudié, les trois cases transitoires sont affectées de la notation Φ. Toutes trois apportent une modification de l'état de la sortie.

La recherche de l'équation la plus simple permettra d'attribuer une valeur binaire à ces cases (fig. 7).

La sortie existe pour les cases notées 1 (fig. 8) la solution est :

$$\mathbf{L = r}$$

Cette étude analytique a été conduite sur un circuit connu. Le cas général, où seules sont précisées les fonctions à réaliser, est un peu différent.

Pour passer de la matrice des états au tableau contracté, le nombre de variables secondaires doit être déterminé.

A₂. 53 — SÉQUENCES DIRECTIONNELLES ET RÉVERSIBLES

1

f (A.M)

00	01	11	10	L
1	2	X	4	0
3	2	5	X	1
3	2	X	4	1
1	X	5	4	0
X	2	5	4	0

2

f (A.M)

00	01	11	10
1	2	X	4
3	2	5	4
1	X	5	4
X	2	5	4

3

f (A.M)

00	01	11	10
1	2	5	4
3	2	5	4
X	2	5	4

4

f (A.M)

00	01	11	10
1	2	X	4
3	2	5	4
1	2	5	4

5

f (A.M)

00	01	11	10
1	2	5	4
3	2	5	4
1	2	5	4

6

f (A.M)

f(r)	00	01	11	10
	1	2	5	4
	3	2	5	4

4.5. DIFFÉRENTS TYPES DE SÉQUENCES

Reprenons l'examen de la matrice des états (fig. 1). et supposons inconnu f(r). Cinq états stables apparaissent. Etudions les moyens utilisés pour les discriminer.

1er cas.

Au même état des variables primaires correspondent deux états stables différents.

Les états 1 et 3, qui ont f(AM) = f(00), sont différents par leur sortie. Pour 1 : L = 0; pour 3 : L = 1. Une variable secondaire est nécessaire pour les discriminer.

2e cas.

Deux états stables forment une séquence **directionnelle** (cas des états 1 et 2).

De 1 avec f(AM) = f(00), en faisant f(AM) = f(01), le circuit évolue vers l'état 2.

De 2 avec f(AM) = f(01), en faisant f(AM) = f(00), le circuit évolue vers l'état 3.

1 → 2 → 3

Cette séquence ne fonctionne que dans un sens déterminé, ce qui nécessite un aiguillage et une variable secondaire qui permettent l'évolution correcte du circuit.

3e cas.

Deux états stables forment une séquence bidirectionnelle ou **réversible** (cas des états 2 et 3).

De 2, avec f(AM) = f(01), en faisant f(AM) = f(00), le circuit évolue vers l'état 3.

De 3, avec f(AM) = f(00), en faisant f(AM) = f(01), le circuit évolue vers l'état 2.

2 ⇄ 3

C'est bien une séquence réversible; grâce au seul jeu des variables primaires, il est possible d'évoluer d'un état vers un autre, et réciproquement. **Une séquence réversible ne réclame pas de variable secondaire.**

Remarque. Tout circuit séquentiel définit ces trois cas.

— Un premier examen de la matrice des états fait apparaître les séquences :

1 à 2, séquence directionnelle;
2 à 3, séquence réversible;
3 à 4, séquence directionnelle;
4 à 5, séquence réversible.

La séquence 2 3 est réversible; elle ne met pas en jeu de variable secondaire. Les états 2 et 3 peuvent donc être disposés sur une même ligne. On obtient une première contraction de la matrice (fig. 2).

Un raisonnement identique conduit à fusionner les séquences réversibles 1 4 puis 4 5 pour obtenir les matrices (fig. 3 et 4).

Ces deux tableaux sont identiques et, si on les superpose, les deux cases croisées (impossibilité technologique) sont maintenant repérées l'une du transitoire 5, l'autre du transitoire 1 (cases en rouge fig. 5).

La séquence 1 5 apparaît réversible et ces états peuvent fusionner pour donner la matrice réduite définitive (fig. 6).

Il faut remarquer que les transitoires 2, 4, 5 respectent les séquences décrites dans la première matrice. Les transitoires 1 et 3 ont disparu. C'est bien le tableau contracté (fig. 4, A₂.51) qui a été retrouvé.

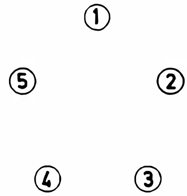
POLYGONE DE FUSION

A₂. 54

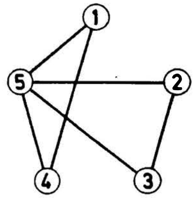
(1)

f(A.M)

00	01	11	10	L	
1	2	X	4	0	Ligne 1
3	2	5	X	1	Ligne 2
3	2	X	4	1	Ligne 3
1'	X	5	4	0	Ligne 4
X	2	5	4	0	Ligne 5



(2)



(3) Séquences reversibles — Séquences non réversibles

00	01	11	10
1	2	X	4
1	X	5	4

La fusion est possible

00	01	11	10
1	2	X	4
3	2	5	X

1, 3 empêchent la fusion

00	01	11	10
1	2	X	4
X	2	5	4

La fusion est possible

00	01	11	10
1	2	X	4
X	3	5	4

2, 3 empêchent la fusion

000	001	011	010	110	111	101	100
5	2	6	X	X	X	4	X
X	2	6	5	X	7	X	X

La fusion est possible

000	001	011	010	110	111	101	100
5	2	6	X	X	X	4'	X
X	X	6	X		7	2	X

2, 4 empêchent la fusion

Polygone de fusion.

Il est défini par un graphique figurant les séquences réversibles et rend aisé l'établissement du tableau contracté.

Convenons de noter, suivant une forme polygonale, autant de sommets qu'il y a d'états stables, donc de lignes : dans le cas étudié le polygone portera cinq sommets car cinq états stables apparaissent dans la matrice (fig. 1).

Relions par un segment de droite les états formant une séquence réversible.

Pour définir ces séquences, l'analyse doit être méthodique ; les différentes lignes seront donc examinées dans l'ordre ci-dessous :

	puis	puis	enfin
lignes 1-2			
lignes 1-3	lignes 2-3		
lignes 1-4	lignes 2-4	lignes 3-4	
lignes 1-5	lignes 2-5	lignes 3-5	lignes 4-5

• **Analyse des séquences** (voir matrice, fig. 1).

lignes 1-2 : séquence non réversible ;
lignes 1-3 : séquence non réversible ;
lignes 1-4 : **séquence réversible ;**
lignes 1-5 : **séquence réversible ;**
lignes 2-3 : **séquence réversible ;**
lignes 2-4 : séquence non réversible ;
lignes 2-5 : **séquence réversible ;**
lignes 3-4 : séquence non réversible ;
lignes 3-5 : **séquence réversible ;**
lignes 4-5 : **séquence réversible.**

Il est possible de construire le polygone de fusion (fig. 2) dont l'examen montre l'existence d'ensembles de séquences réversibles.

On aurait, par exemple, les ensembles formés par les états 1 4 5 et 2 3 ou les ensembles formés par les états 1 4 et 2 3 5

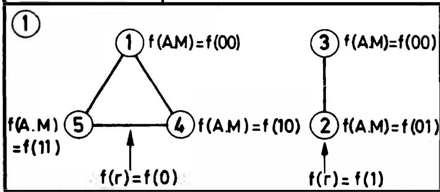
Les séquences 1 4 5 sont réversibles deux à deux et forment un ensemble de séquences réversibles. La vérification à l'aide du tableau 5, A₂. 53 montre que l'on peut évoluer indifféremment d'un état vers l'autre grâce au seul jeu des variables primaires. Pourtant dans la première matrice des états, la séquence réversible 1 5 n'apparaît pas car les transitions 1 5 et 5 1 ne sont permises qu'à travers les cases marquées d'une croix. Pour que la réversibilité apparaisse, il faut attribuer à ces cases un état transitoire fictif.

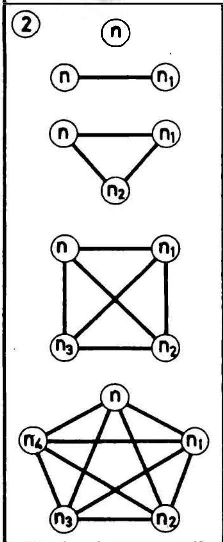
Un raisonnement plus abstrait, mais logique, peut être utilisé. Si les cases croisées marquent une impossibilité (ensemble vide), on est en droit de leur affecter n'importe quel état fictif, considérant que l'éventualité d'un tel état du circuit ne se produira jamais.

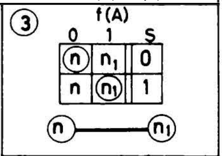
Par contre, la fusion de deux lignes sera impossible lorsque deux cases d'une même colonne porteront des états stables ou transitoires de repères différents.

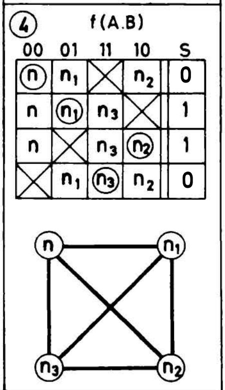
Exemples : fig. 3.

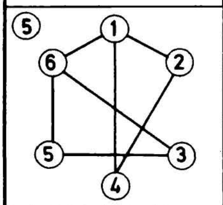
A₂. 55 ENSEMBLES DES SÉQUENCES RÉVERSIBLES

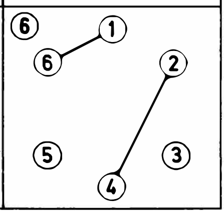












- **Ensemble de séquences réversibles.**

C'est un ensemble dont les différents états peuvent évoluer de l'un vers l'autre grâce au seul jeu des variables primaires. Par exemple, dans l'ensemble ① ④ ⑤ il est possible d'évoluer de ① vers ④, vers ⑤, vers ① à l'aide des seules actions sur les boutons-poussoirs.

On pourra retrouver **des ensembles** (fig. 2) :

- **à un seul état;**
- **de séquences à deux états;**
- **de séquences à trois états;**
- **de séquences à quatre états.**

En sus des liaisons latérales, la réversibilité des séquences doit être réalisée pour les diagonales n_1 n_3 et nn_2. On doit pouvoir, en effet, aller de l'état **n** à l'état $\mathbf{n_2}$, par exemple.

- **de séquences à cinq états.**

La limitation du nombre d'état d'un ensemble réversible est fonction du nombre de variables primaires.

- Un thème à une variable primaire limite un ensemble réversible à deux états (fig. 3).

Un troisième état ne pourrait être discriminé à l'aide des seules variables primaires.

- Un thème à deux variables primaires limite l'ensemble réversible à quatre états (fig. 4).

Ces quelques exemples permettent de déduire une loi générale.

La limite du nombre d'états d'un ensemble réversible est égale au nombre de combinaisons définies par les variables primaires.

Recherche du nombre d'organes d'excitation secondaires.

Le rôle des variables secondaires est, d'une part, d'orienter correctement les séquences entre elles et, d'autre part, **de discriminer les différents ensembles entre eux.** Par conséquent il faudra autant de combinaisons de variables secondaires que d'ensembles de séquences réversibles. On en déduit facilement le nombre d'organes d'excitation secondaire.

Exemple 1 : fig. 1. Les deux ensembles imposent l'utilisation d'un relais repéré R.

f(r) permet l'aiguillage correct des séquences ① → ② → ③ et a un rôle de mémoire.

f(r) permet de discriminer les états ①③ qui ont mêmes variables primaires.

Exemple 2 : fig. 5. Ce polygone à six états définit deux ensembles de séquences réversibles, soit ①②④ et ③⑤⑥.

Pour les discriminer il faudra 2 combinaisons de variables secondaires ou un organe d'excitation secondaire (un relais).

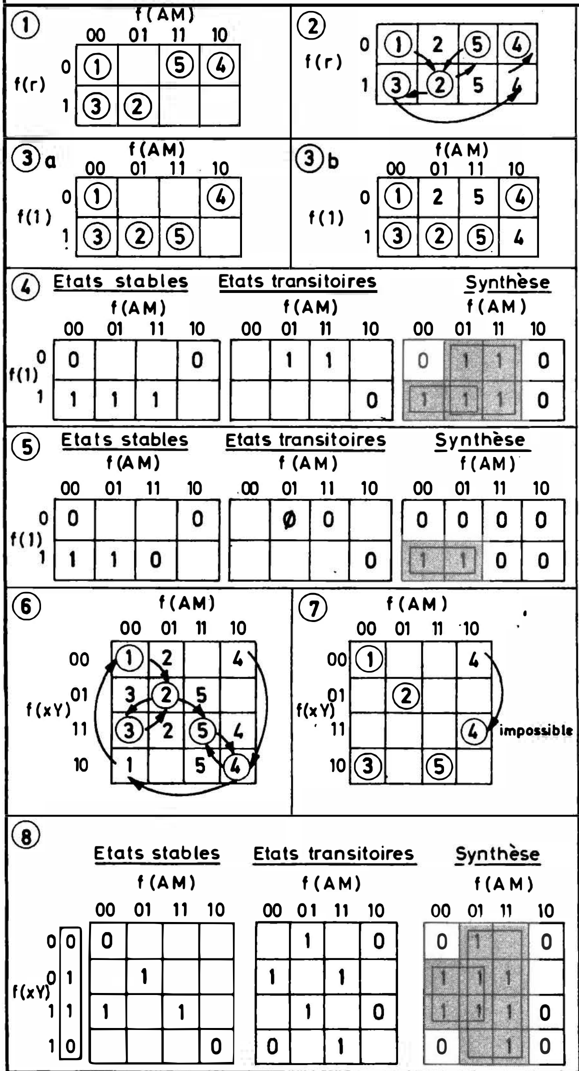
Exemple 3 : fig. 6. Quatre ensembles de séquences apparaissent :
①⑥ ; ②④ ; ③ ; ⑤

Quatre combinaisons de variables secondaires sont nécessaires; il faudra donc deux organes d'excitation secondaire (deux relais).

Remarque. Les solutions envisagées sont optimales, c'est-à-dire que le nombre de relais envisagés est réduit au minimum.

TABLEAU CONTRACTÉ

A₂. 56



Recherche du tableau contracté.

Reprenons l'analyse en cours et étudions chaque solution permise (fig. 3, A_2 . 54).

1re Solution :

Les ensembles ①④⑤ et ②③ sont retenus : soit R le relais nécessaire.

- **Tableau contracté** (fig. 2).
- **Equations des circuits.** Voir en A_2.52.

2e solution.

Les ensembles ①④ et ②③⑤ sont retenus, soit S le relais nécessaire.

Faisons :

- f(s) = f(0), pour l'ensemble ①④
- f(s) = f(1), pour l'ensemble ②③⑤
- **Tableau contracté partiel** (fig. 3 a) **et tableau contracté définitif** (fig. 3 b).
- **Recherche de l'équation du relais S** (fig. 4).

Les transitoires 2 et 5 évoluent vers f(s) = f(1). Ils prennent la valeur binaire 1.

Le transitoire 4 évolue vers f(s) = f(0) ; la case 4 prend la valeur binaire 0.

La solution est :

$$S = M + \bar{A} . s$$

- **Recherche de l'équation de la lampe L** (fig. 5).

$$L = \bar{A} . s$$

3e solution.

Les ensembles issus du polygone de fusion sont dissociés pour former quatre ensembles : ① ; ② ; ③⑤ ; ④

Quatre combinaisons de variables secondaires sont nécessaires, d'où les relais X, Y et les solutions suivantes.

1er exemple : fig. 7. Il n'y a pas adjacence entre la ligne f(xy) = f(00) comprenant l'état ① et la ligne f(xy) = f(11) comprenant l'état ④. L'évolution de ① vers ④ est impossible. **Cette solution est donc à rejeter.**

2e exemple : fig. 6.

Les évolutions des séquences définies par la matrice des états sont respectées. **Cette solution est correcte.**

Les cases vierges qui subsistent correspondent à des impossibilités technologiques (ensembles vides).

Elles pourront être affectées, lors de la recherche des équations, de la valeur binaire déterminant les expressions les plus simples.

- Equation de Y : fig. 8. Développement par les 1. $Y = M + \bar{A} . y$.

A$_2$. 57 — MÉTHODE D'ANALYSE MATRICIELLE

①

Etats stables — f(AM) / f(xy)

f(xy) \ f(AM)	00	01	11	10
00	0			
01		0		
11	1		1	
10				1

Etats transitoires — f(AM)

f(xy) \ f(AM)	00	01	11	10
00		0		1
01	1		1	
11		0		1
10	0		1	

Synthése — f(AM)

f(xy) \ f(AM)	00	01	11	10
00	0	0		1
01	1	0	1	
11	1	0	1	1
10	0		1	1

②

Etats stables

f(xy)	00	01	11	10
00	0			
01		1		
11	1		0	
10				0

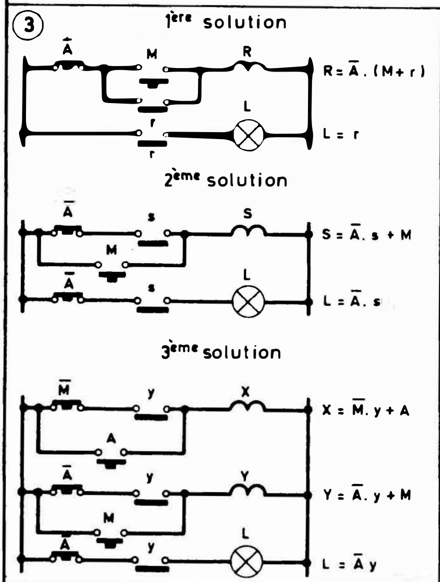
Etats transitoires

f(xy)	00	01	11	10
00		Ø		0
01	1		Ø	
11		1		0
10	0		0	

Synthèse

f(xy)	00	01	11	10
00	0	Ø		0
01	1	1	Ø	
11	1	1	0	0
10	0		0	0

③



- **Equation de X :** fig. 1.

  Développement suivant les O :

  $$X = (A + \overline{M}) \cdot (A + y)$$

en développant :

$$X = A + \overline{M} \cdot y.$$

- **Equation de L :** fig. 2.

  Développement suivant les 1.

  $$L = \overline{A} \cdot y$$

Analyse des trois solutions envisagées (fig. 3).

Ces trois solutions sont équivalentes du point de vue fonction de sortie. En réalité l'examen de la 3^e solution montre l'inutilité du relais X. On pourra donc choisir dans l'ordre les solutions 1 et 2.

Méthode d'analyse matricielle.

Les fonctions à réaliser étant connues, les variables d'entrée et les sorties s'en déduisent.

— Etablissement de la matrice, fonction des variables primaires et des sorties.

— Analyse du problème par la mise en place de tous les états stables, des sorties correspondantes et de tous les états transitoires.

L'état initial du début de l'analyse sera généralement l'état de repos du circuit :

- Analyse des séquences principales.
- Analyse des séquences secondaires.

— Etablissement du polygone de fusion par la recherche des séquences réversibles.

— Recherche des ensembles de séquences réversibles.

— Détermination du nombre d'organes secondaires d'excitation.

— Etablissement du tableau contracté. Il faut respecter à la fois les évolutions des séquences issues de la matrice primitive et les adjacences entre ensembles reversibles.

— Etablissement des équations des circuits avec le diagramme de Karnaugh.

— Etablissement du schéma.

— Vérification au simulateur.

Conclusions.

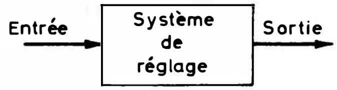
Cette méthode présente un caractère scientifique certain. L'analyse matricielle permet une autovérification du processus fonctionnel du circuit étudié. La détermination du nombre de variables secondaires est mathématique et, jusqu'à l'équation finale, le circuit n'est pas défini, même intuitivement.

Pourtant, à partir de quatre variables d'entrée, la manipulation de la matrice devient malaisée et fastidieuse ; il est toutefois possible, dans la plupart des cas, de décomposer l'ensemble en fonctions à deux variables d'entrées que l'on traitera séparément.

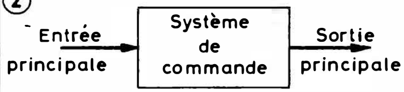
CIRCUITS ASSERVIS

A_2. 58

1



2



4.6. LES SYSTÈMES ASSERVIS

Les circuits logiques ou séquentiels, précédemment étudiés, sont du type **qualitatif.**

Aujourd'hui tous les domaines de la technique font appel aux dispositifs de réglage qui permettent une automatisation complète d'un processus de fabrication. En effet, si un équipement automatique complexe peut comporter des contacts, des éléments de mise en mémoire, il comprend aussi des éléments de mesure, de contrôle, de régulation. Nous donnerons une idée sommaire de cette catégorie de circuits de type **quantitatif,** encore appelés **circuits asservis.**

Notion de commande.

On dit que la manœuvre d'un rhéostat disposé en série dans un circuit électrique fait varier le courant I débité. Il existe une relation précise entre l'entrée du système (commande du rhéostat) et la sortie (courant I débité).

Cette idée peut s'exprimer graphiquement en utilisant **un schéma fonctionnel** (fig. 1).

L'entrée du système est le curseur du rhéostat.

D'une manière générale lorsqu'un système quelconque, sous l'action d'une grandeur variable à l'entrée, fournit une grandeur de sortie fonction de l'entrée, on peut dire que l'entrée commande la sortie.

Le fait de parler **de l'entrée** et **de la sortie** d'un système de commande est évidemment une simplification. En effet, un système de commande comporte en réalité plusieurs entrées et plusieurs sorties. On convient d'appeler entrée principale, celle dont l'action est prépondérante pour l'utilisateur. Les autres entrées sont dites entrées secondaires ; on peut classer parmi celles-ci un ensemble de perturbations, connues ou inconnues, dites entrées parasites.

Il apparaît intuitivement que l'effet des entrées parasites est de nuire à la fidélité du système de commande.

Reprenons notre exemple précédent et supposons que la tension de la source augmente ; il est évident que, toutes choses égales par ailleurs, l'intensité I va croître et, par conséquent, I ne sera plus exactement défini par la position du curseur du rhéostat. On dira que la variation de tension de la source est une entrée parasite.

Il apparaît que si certaines perturbations sont parfaitement connues, donc corrigibles, il en existe d'autres dont il est difficile de définir théoriquement la nature et l'influence.

Système de commande en chaîne ouverte.

Ainsi généralisée, la notion de commande se confond avec celle de relation entre deux grandeurs ; **tout système peut être considéré comme commandé lorsque la variation de la grandeur de sortie est fonction de la variation de la grandeur d'entrée.**

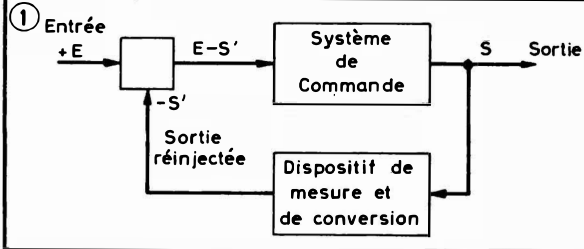
Le schéma fonctionnel 2 laisse sous-entendre une relation algébrique entre l'entrée, la sortie, leurs dérivées et intégrales par rapport au temps

$$F\left(e\,,\frac{de}{dt}\,,\frac{d^2e}{dt^2}\ldots\ edt\,,\ldots s\,,\frac{ds}{dt}\ldots\right)=0$$

En fait, la relation entre l'entrée et la sortie est modifiée par les entrées secondaires et pour une certaine valeur de la commande ; on n'est pas sûr de la valeur de la sortie.

Ceci constitue le défaut fondamental des systèmes de commande en boucle ouverte. Par conséquent le domaine réservé à ce type de commande est limité aux cas d'application où la précision n'est pas recherchée.

A₂. 59 COMMANDE EN BOUCLE FERMÉE



Système de commande en boucle fermée.

Si l'on veut régir de façon précise la grandeur de sortie, il ne suffit pas d'afficher la valeur d'entrée mais il faut, de plus, contrôler la façon dont l'ordre a été exécuté et, si besoin, le rectifier.

Par exemple si un pilote compense, en manœuvrant le curseur du rhéostat, les variations de la tension de la source, il déterminera une intensité de sortie constante. En fait le système de commande en boucle ouverte est devenu avec le pilote **un système de commande en boucle fermée puisque toute variation de la sortie serait corrigée par la grandeur d'entrée.**

On peut immédiatement définir les conditions nécessaires pour que la grandeur de sortie ait une action possible sur la grandeur d'entrée.

— Il faut que ces deux grandeurs soient de même nature, sinon un dispositif de mesure et de conversion doit transformer la grandeur de sortie en grandeur de même nature que l'entrée.

— Il faut que l'action de la sortie réinjectée à l'entrée soit de signe contraire à celle de l'entrée.

Ces conditions peuvent être résumées par le schéma fonctionnel 1.

Système asservi.

On appelle système asservi un système de commande possédant la propriété de travailler en boucle fermée.

On distingue :

— **Les régulateurs** dans lesquels la commande est constante ou varie par paliers : la sortie réinjecte à l'entrée des signaux de tout ou rien.

Exemple : thermostat.

— **Les asservissements** dans lesquels la commande et la sortie varient constamment en fonction du temps. La sortie réinjecte à l'entrée des signaux continuellement fonction de l'écart mesuré.

Exemple : phénomène de contre-réaction dans un amplificateur.

Ceci fait apparaître la nécessité d'un signal réinjecté déterminé quantitativement par l'erreur d'écart de la sortie.

Pratiquement tous les systèmes asservis posent à la fois des problèmes en tant que régulateurs et des problèmes en tant qu'asservissement, d'où l'emploi du terme général **« système asservi ».**

Pour illustrer ce qui précède nous allons décrire sommairement un régulateur de température et retrouver le schéma fonctionnel d'un système asservi.

Régulation d'étuve.

Schéma explicatif : fig. 1.

1 : Transformateur à deux secondaires.

2 : Amplificateur magnétique couplé en auto saturé.

3 : Transistor P.N.P. branché en émetteur commun.

Th. : Thyristor de puissance commandant le courant dans la résistance chauffante de l'étuve.

Description des éléments du régulateur.

Le système comporte :

— un élément de mesure contrôlant à tout instant la température de l'étuve : c'est la thermistance ou CTN (coefficient de Température Négatif) placée dans l'enceinte chauffée ;

— un dispositif de conversion transformant l'énergie calorifique en énergie électrique. Ce dispositif est constitué par un pont de Wheatstone dont une des branches est le CTN : les autres branches sont R_5 et R_6.

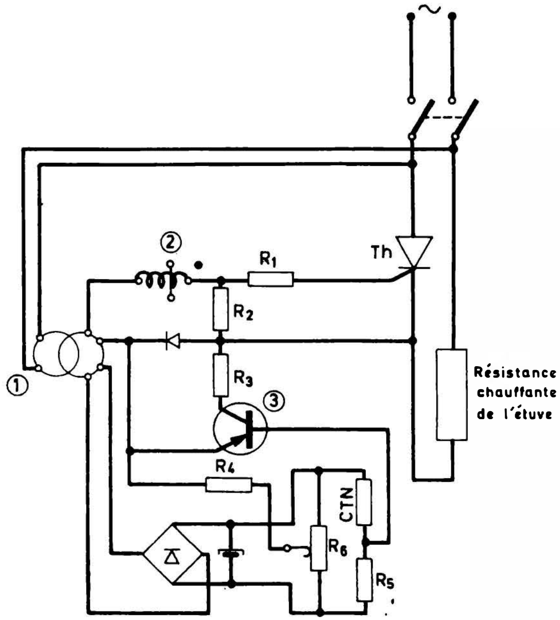
— un dispositif amplificateur augmentant le signal détecté par une des diagonales du pont de Wheatstone : c'est le rôle du transistor PNP monté en émetteur commun ;

— un dispositif de commande de l'amorçage du thyristor constitué par un secondaire du transformateur, l'amplificateur magnétique, la diode.

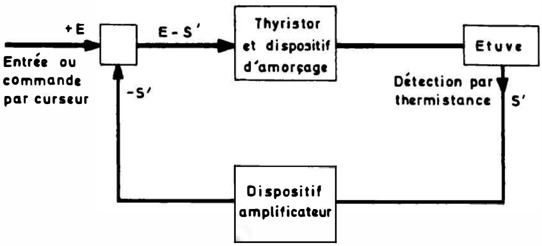
RÉGULATION D'ÉTUVE

A$_2$. 60

①



②



Fonctionnement de l'équipement.

Après avoir affiché la température désirée à l'aide du curseur de la résistance R_6, l'équipement est mis sous tension par la fermeture de l'interrupteur général. Le thyristor délivre alors un courant de chauffage maximum.

Si la température tend à dépasser la valeur de réglage, un signal S apparaît aux bornes du pont de Wheatstone. Ce signal S, amplifié par le transistor, tend à retarder, à travers le dispositif de commande, l'instant d'amorçage du thyristor et à diminuer par conséquent le courant moyen délivré, donc la température de l'étuve.

Inversement, si la température tend à diminuer, le signal S prélevé à la sortie déterminera une augmentation du courant moyen de chauffage.

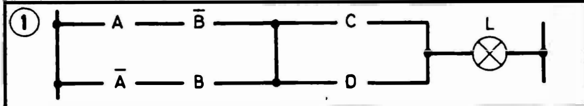
Nota. Pour rester dans le cadre de cette étude, nous n'analyserons pas de façon rigoureuse le fonctionnement des différents circuits.

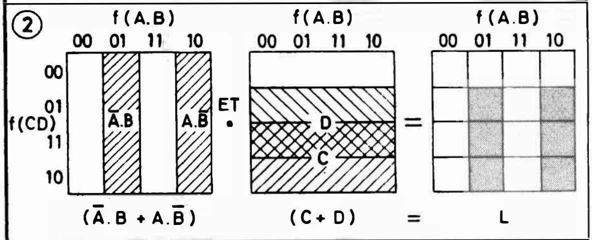
Un schéma fonctionnel de l'équipement peut être établi (fig. 2).

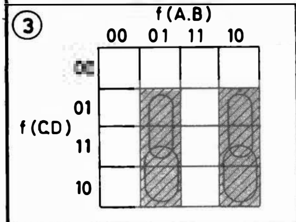
5.

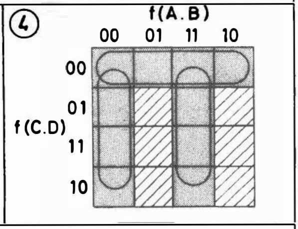
ANALYSE D'UN CIRCUIT DE COMMUTATION

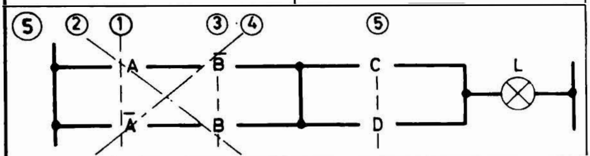
A₂. 61 CHEMINS DIRECTS • COUPURES











5.1. CIRCUITS UTILISANT LA TECHNOLOGIE À CONTACTS MÉCANIQUES

De nombreuses méthodes peuvent être utilisées. Signalons celles qui semblent donner les meilleurs résultats :

— Méthode dite des **« chemins directs »** ;

— Méthode dite des **« coupures »** ;

— Méthode dite de **« réduction des nœuds »**.

Méthode des chemins directs.

Elle a pour but de préciser tous les chemins possibles de l'alimentation de l'organe de sortie, puis d'effectuer la réunion de tous les chemins dénombrés.

En d'autres termes on recherche tous les circuits série et on en fait la somme.

La fonction obtenue apparaîtra donc sous la forme d'une somme de produits.

Exemple : Analyser le circuit de la figure 1.

- 1ᵉʳ chemin direct : $L = 1$ si $A . \bar{B} . C = 1$
- 2ᵉ chemin direct : $L = 1$ si $A . \bar{B} . D = 1$
- 3ᵉ chemin direct : $L = 1$ si $\bar{A} . B . C = 1$
- 4ᵉ chemin direct : $L = 1$ si $\bar{A} . B . D = 1$

L'expression littérale du circuit sera :

$$L = A . \bar{B} . C + A . \bar{B} . D + \bar{A} . B . C + \bar{A} . B . D$$

$$L = A . \bar{B} . (C + D) + \bar{A} . B . (C + D)$$

$$L = (A . \bar{B} + \bar{A} . B) . (C + D)$$

Cette expression peut être définie dans un diagramme de KARNAUGH (fig. 2).

Si l'on développe suivant les 1, il vient (fig. 3) :

$$L = A . \bar{B} . C + A . \bar{B} . D + \bar{A} . B . C + \bar{A} . B . D$$

Cette expression, déjà trouvée précédemment, est donc une justification de la méthode dite des « chemins directs ».

Méthode des coupures.

Elle a pour but de préciser toutes les coupures possibles de l'alimentation de l'organe de sortie. Il est évident que les coupures devront être examinées verticalement.

Reprenons le schéma initial et explicitons grâce à des repères les lignes de coupures possibles (fig. 5).

Le raisonnement sera le suivant :

$L = 1$, si simultanément les lignes 1, 2 3, 4, 5 valent **1** ; ce qui conduit à écrire :

$L = 1$, si $A + \bar{A} = 1$ et si $A + B = 1$ et si $\bar{B} + B = 1$, etc.

Finalement on obtient :

$$L = (A + \bar{A}) . (A + B) . (\bar{B} + B) . (\bar{B} + \bar{A}) . (C + D).$$

Analysons chacune des lignes de coupure possible :

- ligne 1 : $(A + \bar{A})$, mais $A + \bar{A} = 1$; ce n'est pas une coupure.
- ligne 2 : $(A + B)$; c'est une coupure possible.
- ligne 3 : $(\bar{B} + B)$, mais $\bar{B} + B = 1$; ce n'est pas une coupure.
- ligne 4 : $(\bar{B} + \bar{A})$; c'est une coupure possible.
- ligne 5 : $(C + D)$; c'est une coupure possible.

On obtient :

$$L = (1) . (A + B) . (1) . (\bar{B} + \bar{A}) . (C + D)$$

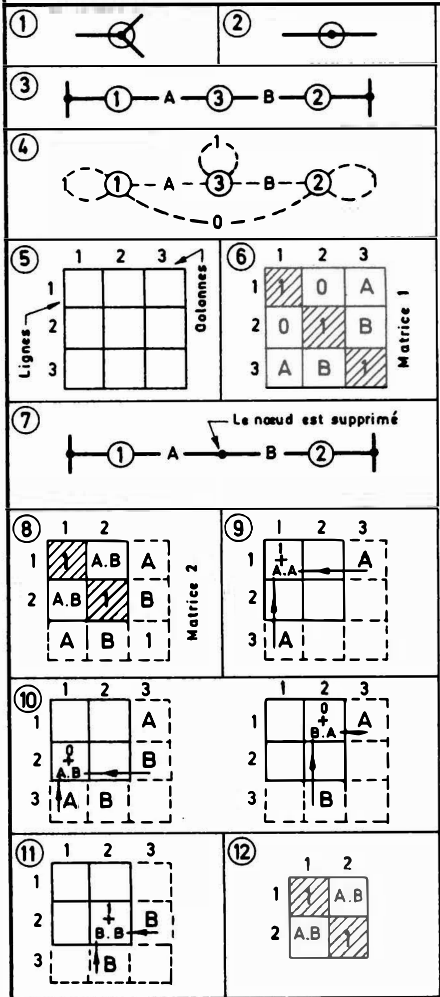
$$L = (A + B) . (\bar{A} + \bar{B}) . (C + D)$$

Justification. Reprenons le diagramme de KARNAUGH et développons suivant les O (fig. 4).

$L = (A + B) . (\bar{A} + \bar{B}) . (C + D)$. C'est bien l'expression finale trouvée précédemment.

RÉDUCTION DES NŒUDS

A_2. 62



Méthode de réduction des nœuds.

Un nœud est un point commun reliant plusieurs branches (fig. 1, 2).

Etude du circuit électrique (fig. 3).

Il apparaît trois nœuds repérés 1-2-3 entre lesquels existent des liaisons directes ou circuits élémentaires.

Analyse des liaisons entre nœuds.

Entre les nœuds 1 et 3, ou 3 et 1, la liaison directe est définie par le **dipôle A.**

Entre les nœuds 2 et 3, ou 3 et 2, la liaison directe est définie par le **dipôle B.**

Entre les nœuds 1 et 1, ou 2 et 2, ou 3 et 3, il y a toujours continuité électrique; **le dipôle prend la valeur 1.**

Entre les nœuds 1 et 2, ou 2 et 1, il n'y a pas de liaison directe; **le dipôle est coupé et prend la valeur 0.**

Cette analyse peut être figurée graphiquement (fig. 4).

L'analyse complète du circuit peut être transcrite avec l'aide d'une matrice.

Etablissement de la matrice.

- Elle comportera autant de colonnes et de lignes que le circuit présentera de nœuds (fig. 5).

Chaque case est remarquable car elle est définie par ses coordonnées (nœuds) et peut donc expliciter le circuit élémentaire existant entre nœuds.

- Inscrire dans chaque case (fig. 6) le circuit élémentaire défini entre nœuds en utilisa t l'analyse précédente.

Il est intéressant de noter la symétrie existant de part et d'autre de la diagonale formée par les cases de valeur 1.

Réduction de la matrice.

La suppression du nœud 3 élimine les variables (colonne et ligne 3).

La matrice sera réduite à deux nœuds :
schéma électrique (fig. 7);
matrice réduite (fig. 8, 12).

— **Comparaison des matrices 1 et 2.**
Les variables supprimées se retrouvent sous forme de produit dans les cases correspondant à leur intersection.

- **Exemple 1.** Suppression des variables A (fig. 9) mais $1 + A . A = 1$.
- **Exemple 2.** Suppression des variables A et B (fig. 10) mais $0 + A . B = A . B$.
- **Exemple 3.** Suppression des variables B (fig. 11) mais $1 + B . B = 1$.

On retrouve bien la matrice fig. 12.

Méthode générale.

— Examiner le schéma et faire les simplifications évidentes.

— **Disposer** aux **extrémités** du circuit étudié les nœuds 1 et 2.

— Disposer les autres nœuds.

— Etablir une matrice fonction des nœuds repérés.

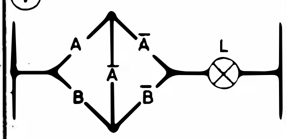
— Réduire la matrice par suppressions successives des nœuds extrêmes (cela conduit à la suppression des variables contenues dans les lignes et colonnes extrêmes).

— Ajouter le produit des variables supprimées dans la case correspondant à leur intersection et effectuer les opérations logiques de simplification.

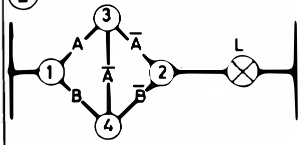
— La matrice est réduite lorsqu'elle est fonction des seuls nœuds 1 et 2.

A₂. 63 APPLICATIONS (1-2)

(1)



(2)



(3)

	1	2	3	4
1	1	0	A	B
2	0	1	$\bar{A}$	$\bar{B}$
3	A	$\bar{A}$	1	$\bar{A}$
4	B	$\bar{B}$	$\bar{A}$	1

(4)

	1	2	3
1	$1+BB$	$0+B\bar{B}$	$A+\bar{A}B$
2	$0+\bar{B}B$	$1+\bar{B}\bar{B}$	$\bar{A}+\bar{A}\bar{B}$
3	$A+\bar{A}B$	$\bar{A}+\bar{A}\bar{B}$	$1+\bar{A}\bar{A}$

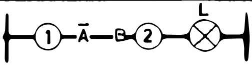
1	1	0	$A+B$
2	0	1	$\bar{A}$
3	$A+B$	$\bar{A}$	1

(5)

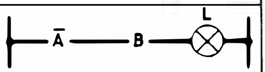
	1	2
1	$1+[(A+B)\ (A+B)]$	$0+[\bar{A}.(A+B)]$
2	$0+[\bar{A}.(A\ B)]$	$1+[\bar{A}.\bar{A}]$

1	1	$\bar{A}.B$
2	$\bar{A}.B$	1

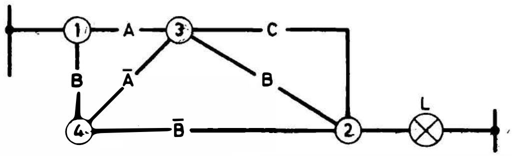
(6)



(7)



(8)



1ᵉʳ application.

Analyser le circuit de la figure 1.

— Recherche des nœuds (fig. 2).

— 1ʳᵉ matrice (fig. 3). Il y a quatre nœuds; la matrice comportera quatre lignes et quatre colonnes.

— 2ᵉ matrice : suppression du nœud 4 (fig. 4).

— Matrice réduite : suppression du nœud 3 (fig. 5).

Le circuit entre les nœuds 1 et 2 ou 2 et 1 est défini par l'expression : $\mathbf{L = \bar{A} . B}$ (fig. 6, 7).

2ᵉ application.

Analyser le circuit de la figure 8.

Méthode des chemins directs.

1. Chemin 1.3.2 : A . C
2. Chemin 1.3.2 : A . B
3. Chemin 1.3.4.2 : $A . \bar{A} . \bar{B} = 0$
4. Chemin 1.4.3.2 : $B . \bar{A} . C = \bar{A} . B . C$
5. Chemin 1.4.3.2 : $B . \bar{A} . B = \bar{A} . B$
6. Chemin 1.4.2 : $B . \bar{B} = 0$

$L = A . C + A . B + \bar{A} . B . C + \bar{A} . B$

en développant : $\boxed{\mathbf{L = A . C + B}}$

Méthode des coupures.

1. Coupure $A + B = A + B$
2. Coupure $A + \bar{A} + \bar{B} = 1$
3. Coupure $C + B + \bar{B} = 1$
4. Coupure $C + B + \bar{A} + B = \bar{A} + B + C$

$L = (A + B)\ (\bar{A} + B + C)$

en développant : $\boxed{\mathbf{L = A . C + B}}$

(9)

	1	2	3	4
1	1	0	A	B
2		1	$C+B$	$\bar{B}$
3			1	$\bar{A}$
4	B	$\bar{B}$	$\bar{A}$	1

(10)

	1	2	3
1	1	$0+B\bar{B}=0$	$A+\bar{A}B=A+B$
2		1	$(C+B)+\bar{A}.\bar{B}$
3	$A+B$	$\bar{A}+B+C$	1

(11)

	1	2
1	1	$0+(A+B).(\bar{A}+B+C)$
2		1

Méthode de Réduction des Nœuds.

La Matrice comportera 4 colonnes et 4 lignes (fig. 9).

Suppression du nœud 4 (fig. 10).

Remarque. $(C + B) + \bar{A} . \bar{B} = \bar{A} + B + C$.

En effet, d'après MORGAN :

$(C + B) + \bar{A} . \bar{B} = (\bar{C} . \bar{B}) . (A + B) = \bar{C} . \bar{B} . A$

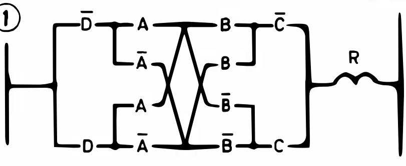
et en complémentant à nouveau : $\overline{\bar{C} . \bar{B} . A} = \bar{A} + B + C$.

Suppression du nœud 3 (fig. 9).

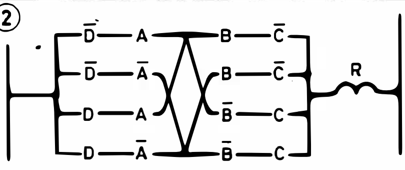
$L = (A + B)\ (\bar{A} + B + C)$ $\boxed{\mathbf{L = A . C + B}}$

APPLICATIONS (3) — A₂. 64

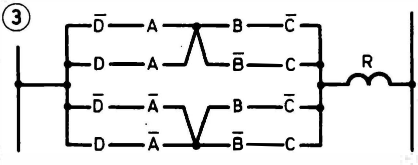
1



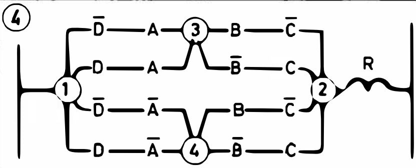
2



3



4



5

	1	2	3	4
1	1	0	$\cancel{\bar D A+DA}$ A	$\cancel{\bar D\bar A+D\bar A}$ $\bar A$
2	0	1	$B\bar C+\bar B C$	$B\bar C+\bar B C$
3	$\cancel{\bar D A+DA}$ A	$B\bar C+\bar B C$	1	0
4	$\cancel{\bar D\bar A+D\bar A}$ $\bar A$	$B\bar C+\bar B C$	0	1

6

	1	2	3
1	$\cancel{1+\bar A}$ 1	$\cancel{0+\bar A(B\bar C+\bar B C)}$ $\bar A(B\bar C+\bar B C)$	$\cancel{A+0}$ A
2	$\cancel{0+\bar A(B\bar C+\bar B C)}$ $\bar A(B\bar C+\bar B C)$	$\cancel{1+(B\bar C+\bar B C)^2}$ 1	$\cancel{(B\bar C+\bar B C)+0}$ $B\bar C+\bar B C$
3	$\cancel{A+0}$ A	$\cancel{B\bar C+\bar B C+0}$ $B\bar C+\bar B C$	1 + 0

7

	1	2
1	1	$\cancel{\bar A(B\bar C+\bar B C)+A(B\bar C+\bar B C)}$ $B\bar C+\bar B C$
2	$\cancel{\bar A(B\bar C+\bar B C)+A(B\bar C+\bar B C)}$ $B\bar C+\bar B C$	1

3e application.

Après une analyse logique du schéma 1 donner l'équation Booléenne du relais R(1).

Ce schéma, volontairement compliqué, peut, sous forme développée, se présenter beaucoup plus simplement.

Les contacts $\bar D$, D, $\bar C$, C sont doublés (fig. 2). Les croisements sont supprimés (fig. 3).

L'analyse est maintenant aisée.

Méthode des chemins directs.

$$R = \bar D.A.B.\bar C + \bar D.A.\bar B.C + D.A.B.\bar C + D.A.\bar B.C + \bar D.\bar A.\bar B.C + \bar D.\bar A.B.\bar C + D.\bar A.B.\bar C + D.\bar A.\bar B.C$$

$$R = A.B.\bar C.(D+\bar D) + A.\bar B.C.(D+\bar D) + \bar A.\bar B.C.(D+\bar D) + \bar A.B.\bar C.(D+\bar D)$$

$$R = A.B.\bar C + A.\bar B.C + \bar A.\bar B.C + \bar A.B.\bar C$$

$$R = B.\bar C.(A+\bar A) + \bar B.C.(A+\bar A)$$

$(A+\bar A) = 1$ donc $\boxed{R = B.\bar C + \bar B.C}$

Méthode des coupures (fig. 4).

Circuit 1.3.2.

$$[(\bar D + A).(A + D).A].[(B + C).(\bar C + \bar B)] = A.[(B + C).(\bar C + \bar B)]$$

Circuit 1.4.2.

$$[(\bar D + \bar A).(\bar A + D).\bar A].[(B + C).(\bar C + \bar B)] = \bar A.[(B + C).(\bar C + \bar B)]$$

R = circuit 1 . 3 . 2 + circuit 1 . 4 . 2

$$R = [(B + C).(\bar C + \bar B)].[A + \bar A]$$

$\boxed{R = (B + C).(\bar B + \bar C)}$ ou $R = B.\bar C + \bar B.C$

Méthode de réduction de nœuds (fig. 4).

Il y a quatre nœuds donc la matrice comporte 4 colonnes et 4 lignes (fig. 5).

— Matrice réduite par suppression du nœud 4 (fig. 6).

— Matrice définitive par suppression du nœud 3 (fig. 7).

Finalement le circuit entre nœuds 1 et 2 est défini par l'expression :

$$\boxed{R = B.\bar C + \bar B.C}$$

Conclusions.

La méthode de réduction des nœuds, de forme très mathématique, nécessite un effort d'attention soutenu.

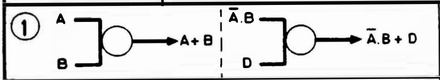
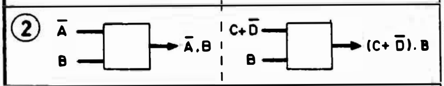
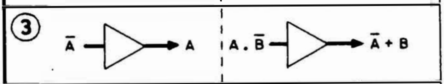
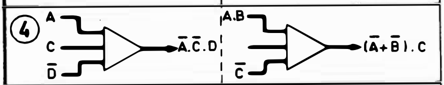
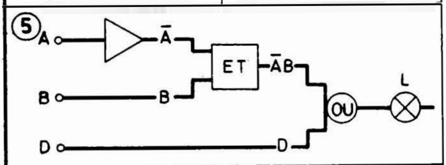
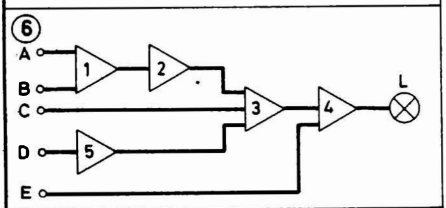
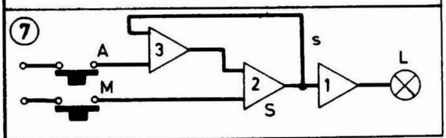
On utilisera de préférence :

— la méthode des chemins directs pour les circuits parallèles ;

— la méthode des coupures pour les circuits en pont.

(1) Cet exercice a été donné au Brevet de Technicien supérieur en électrotechnique en 1967.

A₂. 65 CIRCUITS À SEMI-CONDUCTEURS

5.2. CIRCUITS UTILISANT LA TECHNOLOGIE À SEMI-CONDUCTEURS

La méthode la plus simple consiste :

— à déterminer le type de circuit (combinatoire ou séquentiel) ;

— à définir la fonction de chaque cellule utilisée ;

— à évoluer progressivement des organes d'entrée à l'organe de sortie en effectuant le bilan logique à chaque sortie d'une cellule.

Règles.

Une fonction OU effectue la somme logique des entrées (fig. 1).

Une fonction ET effectue le produit logique des entrées (fig. 2).

Une fonction PAS effectue le complément logique de l'entrée (fig. 3).

Une fonction NI effectue le complément de la somme logique des entrées (fig. 4).

Exemple d'analyse partielle d'un circuit à cellules NI , ET, OU (fig. 5).

Bilan logique de la sortie de chaque cellule.

Sortie de la cellule NI : $\overline{A}$

Entrée de la cellule ET : $\overline{A}$, B

Sortie de la cellule ET : $\overline{A} . B$

Sortie de la cellule OU : $\overline{A} . B + D$

Par conséquent $\boxed{L = \overline{A} B + D}$

Exemple d'analyse partielle d'un circuit à cellules NI (fig. 6).

Bilan logique de sortie de chaque cellule.

Sortie de 1 : $\overline{A + B} = \overline{A} . \overline{B}$

Sortie de 2 : $\overline{\overline{A} . \overline{B}} = A + B$

Sortie de 5 : $\overline{D}$

Sortie de 3 : $\overline{(A + B) + C + \overline{D}} = (\overline{A} . \overline{B}) . \overline{C} . D$

Sortie de 4 : $\overline{(\overline{A} . \overline{B}) . \overline{C} . D + E} = [(A + B) + C + \overline{D}] . \overline{E}$

Par conséquent

$$\boxed{L = [(A + B) + C + \overline{D}] . \overline{E}}$$

Conclusions.

L'analyse du circuit ne sera effective qu'après avoir défini, pour un circuit logique, le tableau des valeurs, et, pour un circuit séquentiel, le tableau matriciel ou le diagramme des phases.

Par ce qu'il image presque physiquement les états successifs d'un circuit le **diagramme des phases** est fortement conseillé.

Application.

Analyse d'un circuit à fonctions NI (fig. 7).

Ce circuit est de type séquentiel. Une variable secondaire issue de la cellule 2 est réinjectée à l'entrée.

Appelons **s** cette variable secondaire et S la cellule 2 qui lui donne naissance. La sortie de la cellule 1 sera $\overline{S}$.

Bilan à l'entrée de 3 : $s + A$

Bilan à la sortie de 3 : $\overline{s + A}$

Bilan à l'entrée de 2 : $\overline{s + A} + M$

Bilan à la sortie de 2 : $\overline{\overline{s + A} + M}$

Bilan à l'entrée de 1 : $\overline{\overline{s + A} + M}$

Bilan à la sortie de 1 : $\overline{\overline{\overline{s + A} + M}}$

Effectuons :

$\overline{S} = \overline{\overline{\overline{s + A} + M}} = \overline{s + A} + M = \overline{s} . \overline{A} + M$

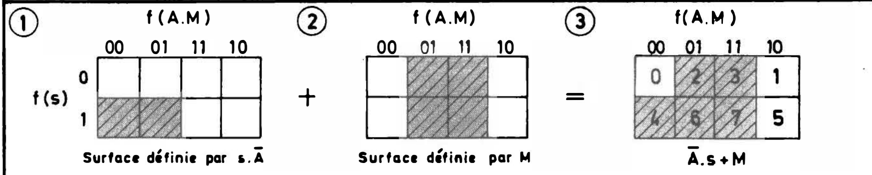
$L = s$

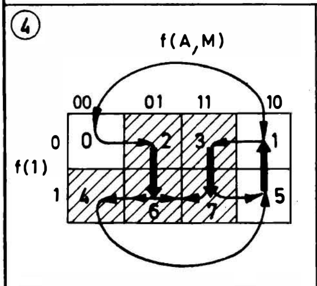
Et pour obtenir une expression rationnelle appelons $\overline{S}$, S, $\overline{s}$ deviendra donc s

$\mathbf{S = s . \overline{A} + M}$

$\mathbf{L = s}$

APPLICATIONS — A_2. 66





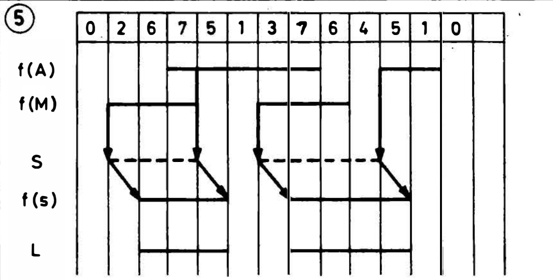


Diagramme de KARNAUGH.

L'équation de S est très simple ; il est possible de définir immédiatement le diagramme des phases. Pourtant, pour suivre une progression méthodique dans l'analyse, établissons le diagramme de KARNAUGH.

Ce diagramme comportera huit cases car il y a deux variables d'entrée et une variable secondaire.

Recherche de la valeur de l'excitation S = 1 (fig. 1, 2, 3).

Chaque case est repérée par la somme des poids binaires des variables mises en jeu (fig. 3).

Poids binaire des différentes variables.
$f(A) = 2^0 = 1$; $f(M) = 2^1 = 2$; $f(s) = 2^2 = 4$

Le tableau de KARNAUGH montre que

S = 1 pour les cases repérées 2, 3, 4, 6, 7.

S = 0 pour les cases repérées 0, 1, 5.

Graphe des séquences (fig. 4).

Recherche des phases où f(s) transite (flèches en traits forts).

Si S reste égal à lui-même alors que f(s) se modifie, il y a transition.

Exemple :

— cases repérées 3 et 7 : S reste égal à 1 f(s) se modifie ; il y a transition ;

— cases repérées 0 et 4 : S = 0 puis S = 1 ; il n'y a pas transition.

Il est possible de flécher le sens d'évolution du régime transitoire car l'action sur le contact est en retard d'une phase sur son excitation.

Exemple :

— case repérée 2 : S = 1 f(s) = f(0)

— case repérée 6 : S = 1 f(s) = f(1)

Le fonctionnement évolue de 2 vers 6 ; la case 2 est une phase transitoire où f(s) est en retard d'une phase sur son excitation.

Recherche des phases où f(s) ne transite pas (flèches en traits fins).

Les séquences devront continuer le sens de transition de f(s) en respectant les adjacences entre cases. Il faut noter que deux phases transitoires ne peuvent évoluer l'une vers l'autre.

Exemple :

— L'évolution de la case 0 vers la case 2 est possible. La réciproque est impossible car la transition 2 vers 6 ne serait plus respectée.

— Il est impossible d'évoluer de la case 0 vers la case 3 (cases non adjacentes).

A l'aide du graphe des séquences **le diagramme des phases** peut être établi. L'état initial choisi sera l'état de repos du système avec :

f(A) = f(0), f(M) = f(0), f(s) = f(0) (fig. 5).

Conclusion.

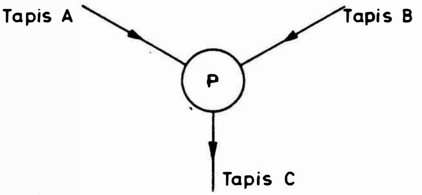
Cette analyse montre comment il est possible, à partir d'un schéma défini, de remonter au diagramme des phases et, par suite, aux fonctions réalisées.

6.

APPLICATIONS

A₂. 67 ÉTUDE D'UN POSTE DE TRAVAIL

①



②

f(A)	f(B)	f(C)	K	Combin.
0	0	0	0	1ère
0	0	1	0	2ème
0	1	1	1	3ème
0	1	0	0	4ème
1	1	0	1	5ème
1	1	1	1	6ème
1	0	1	1	7ème
1	0	0	0	8ème

Toute une série de problèmes d'application seront traités en illustration pratique des pages qui précèdent.

Dans ce chapitre traitant des applications, la recherche de circuits séquentiels utilisera souvent la méthode du diagramme des phases et la méthode matricielle.

Dans la plupart des cas la synthèse graphique fera appel aux technologies classiques, puis aux relais statiques. Quelquefois la logique pneumatique sera appliquée. Pour éviter de surcharger inutilement des schémas utilisant la technologie à semi-conducteurs les éléments d'entrée et les éléments de puissance ne seront pas représentés.

6.1. CIRCUITS LOGIQUES

ETUDE D'UN POSTE DE TRAVAIL

La figure 1 représente un poste de montage alimenté en matériel à partir de trois tapis roulants.

Le bureau des méthodes a établi que la cadence de fabrication restait normale si deux tapis au moins étaient approvisionnés.

Une alarme électrique doit signaler les cas où cette condition n'est pas réalisée.

Hypothèses.

Des contacts électriques définiront la charge portante de chaque tapis roulant; l'action de chaque tapis sera repérée.

- f(A) : action du tapis A ;
- f(B) : action du tapis B ;
- f(C) : action du tapis C.

Si la charge du tapis roulant est normale, l'action vaut **0**; dans le cas contraire, l'action vaut **1**.

L'alarme sera réalisée à l'aide d'une sonnerie repérée K.

Solution.

C'est un problème de logique pure; aucun élément de mise en mémoire n'intervient dans le fonctionnement.

$$K = f(A, B, C)$$

Etablissons le tableau des valeurs (fig. 2).

K vaut **1** si au moins deux actions sur les contacts valent **1** (la valeur **1** correspondant au tapis non approvisionné).

Le développement de la fonction se fera en fonction des **1** (somme des produits).

K = 1 pour les 3^e, 5^e, 6^e et 7^e combinaisons

$$K = \bar{A}.B.C + A.B.\bar{C} + A.B.C + A.\bar{B}.C$$

Pour simplifier cette fonction, un artifice logique va être utilisé. Si on ajoute deux fois le terme A . B . C la fonction reste inchangée qualitativement puisque ce terme existe déjà.

Il vient :

$$K = A.B.C + \bar{A}.B.C + A.B.C + A.\bar{B}.C + A.B.C + A.B.\bar{C}$$

$$K = B.C.(A + \bar{A}) + A.C.(B + \bar{B}) + A.B.(C + \bar{C})$$

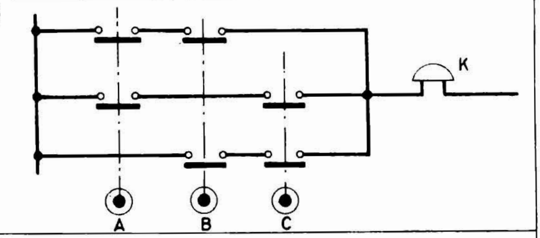
finalement

$$\boxed{\mathbf{K = B.C + A.C + A.B}}$$

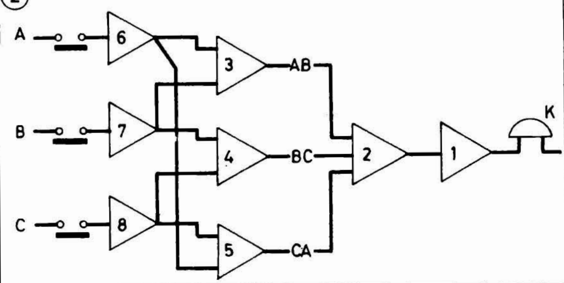
CIRCUIT DIT « VA-ET-VIENT »

A_2. 68

(1)



(2)



(3)

f(A)	f(B)	L
0	0	0
0	1	1
1	1	0
1	0	1

Pratiquement une simplification plus poussée n'offrirait aucun intérêt sur le plan de la réalisation.

Schéma classique : fig. 1.

Les contacts A, B, C sont normalement ouverts car la charge des tapis roulants est suffisante.

Si un tapis roulant possède une charge insuffisante le contact correspondant se ferme.

Schéma utilisant la technologie à semi-conducteurs (synthèse algébrique).

— Des cellules OU, ET sont utilisées :

$K = A \,.\, B + B \,.\, C + A \,.\, C$

avec une cellule OU, il vient :

$K = O\,[(A \,.\, B), (B \,.\, C), (A \,.\, C)]$

avec trois cellules ET, il vient :

$K = O\,[E\,[A, B], E\,[B, C], E\,[A, C]]$

Les variables pures A, B, C sont isolées.

— Des cellules NI sont utilisées :

$K = A \,.\, B + B \,.\, C + A \,.\, C$

Une première cellule NI donne :

$K = N[(\overline{A} + \overline{B}) \,.\, (\overline{B} + \overline{C}) \,.\, (\overline{A} + \overline{C})]$

Une seconde cellule NI permet :

$K = N[N[(A \,.\, B), (B \,.\, C), (A \,.\, C)]]$

Avec trois autres cellules NI il vient :

$K = N\left[N[N[\overline{A}, \overline{B}], N[\overline{B}, \overline{C}], N[\overline{A}, \overline{C}]]\right]$

et, pour retrouver les variables origines :

$K = \underset{1}{N}\left[\underset{2}{N}\left[\underset{3}{N}[\underset{6}{N}[A], \underset{7}{N}[B]], \underset{4}{N}[\underset{7}{N}[B], \underset{8}{N}[C]], \underset{5}{N}[\underset{6}{N}[A], \underset{8}{N}[C]]\right]\right]$

Schéma : fig. 2.

RECHERCHE LOGIQUE DU CIRCUIT DIT « VA ET VIENT »

Soit une lampe L commandée de deux points par des boutons-poussoirs. La modification de l'action sur l'un ou l'autre des boutons détermine le changement de l'état de la lampe.

Appelons f(A) et f(B) les actions sur les boutons-poussoirs.

Tableau des valeurs : fig. 3.

Il apparaît nettement dans ce tableau que la disposition réflexe des variables correspond à l'hypothèse :

- f(A . B) = f(0,0) : la lampe est éteinte, si une action intervient sur un contact.
- f(A . B) = f(0,1) : la lampe est allumée, etc.

Développement suivant les 1.

C'est une somme de produits.

$L = \overline{A} \,.\, B + A \,.\, \overline{B}$ *(1)*

$L = A \ominus B$ fonction dite dilemme.

Développement suivant les 0.

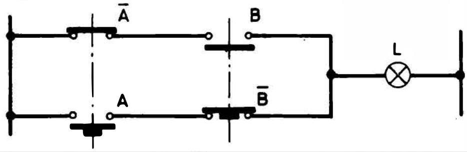
C'est un produit de sommes

$L = (A + B) \,.\, (\overline{A} + \overline{B})$ *(2)*

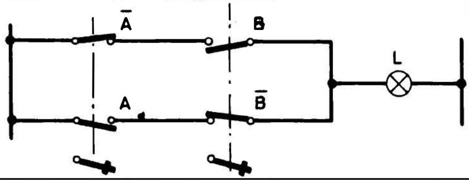
Les équations *(1)* et *(2)* sont identiques.

A₂. 69 CIRCUIT DIT « CAGE D'ESCALIER »

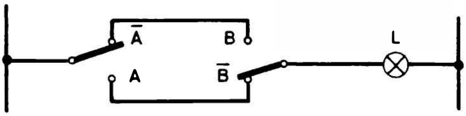
(1)



(2)



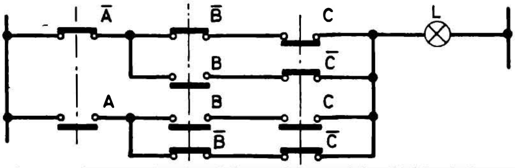
(3)



(4)

f (A)	f (B)	f (C)	L
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	1	0
0	1	0	1
1	1	0	0
1	1	1	1
1	0	1	0
1	0	0	1

(5)



(6)

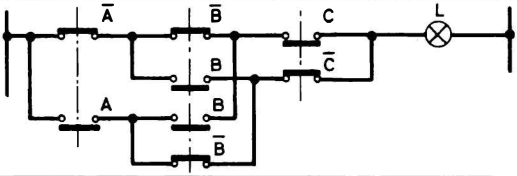


Schéma à boutons-poussoirs : fig. 1.

$\overline{A}$ et A, $\overline{B}$ et B sont solidaires.

Il est possible, considérant que l'action détermine un état de repos, de remplacer les boutons-poussoirs par des interrupteurs (fig. 2).

En utilisant les techniques de fabrication, les interrupteurs $\overline{A}$ et A, ainsi que $\overline{B}$ et B, peuvent être remplacés par des commutateurs à deux directions (fig. 3).

Remarque. L'algèbre logique s'adapte difficilement à la résolution de problèmes mettant en jeu des commutateurs spéciaux.

RECHERCHE LOGIQUE DU CIRCUIT DIT « CAGE D'ESCALIER »

Soit une lampe L commandée de trois points différents par trois commutateurs. La modification de l'action sur l'un des commutateurs détermine le changement de l'état de la lampe.

Appelons f(A), f(B), f(C) les différentes actions exercées.

Tableau des valeurs : fig. 4.

Développement suivant les 1 : c'est une somme de produits.

$$L = \overline{A}\,.\,\overline{B}\,.\,C + \overline{A}\,.\,B\,.\,\overline{C} + A\,.\,B\,.\,C + A\,.\,\overline{B}\,.\,\overline{C}$$

$$L = \overline{A}\,.\,(\overline{B}\,.\,C + B\,.\,\overline{C}) + A\,.\,(B\,.\,C + \overline{B}\,.\,\overline{C})$$

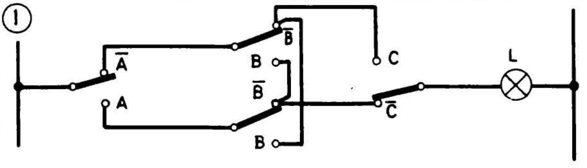
Etablissement du schéma du circuit à l'aide de boutons-poussoirs (fig. 5).

Le schéma 5 peut être simplifié (fig. 6).

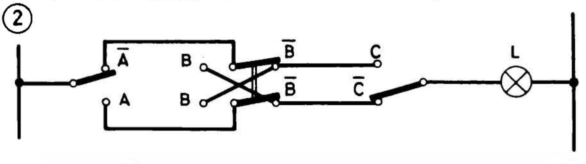
RECHERCHE DE PERSONNES

A$_2$. 70

(1)



(2)

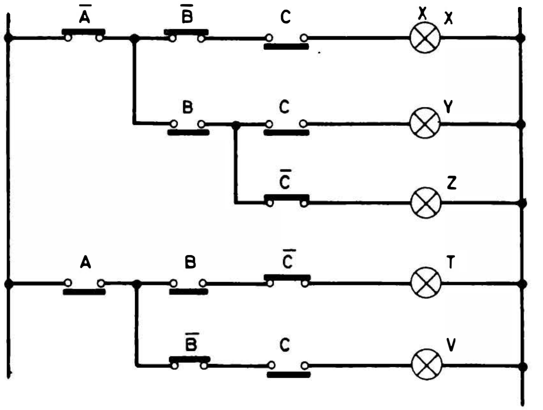


(3)

Tableau des valeurs

f(A)	f(B)	f(C)	X	Y	Z	T	V
0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	0	0
0	1	1	0	1	0	0	0
0	1	0	0	0	1	0	0
1	1	0	0	0	0	1	0
1	1	1	0	0	0	0	0
1	0	1	0	0	0	0	1
1	0	0	0	0	0	0	0

(4)



Trois commutateurs permettent une première transformation (fig. 1).

Schéma définitif : (fig. 2).

Ce résultat ne fait pas appel à la logique ; il utilise les ressources de la technologie.

ETUDE DU PROBLÈME DE LA RECHERCHE DE PERSONNES

On désire construire un tableau de signalisation pour la recherche de personnes.

Capacité du tableau : cinq lampes repérées X — Y — Z — T — V.

Solution. Chaque lampe pourra être commandée à partir d'un pupitre à boutons-poussoirs associés.

Pour réaliser les fonctions demandées trois boutons-poussoirs f(A, B, C) seront nécessaires.

Plusieurs solutions différentes peuvent être adoptées et on imaginera certainement d'autres circuits.

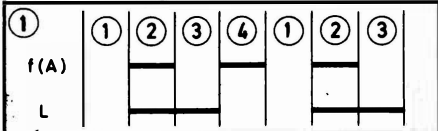
Le tableau des valeurs permet de définir les diverses fonctions cherchées :

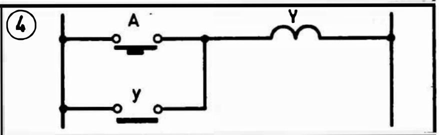
$$X = \bar{A} . \bar{B} . C$$
$$Y = \bar{A} . B . C$$
$$Z = \bar{A} . B . \bar{C}$$
$$T = A . B . \bar{C}$$
$$V = A . \bar{B} . C$$

Schéma classique : fig. 4.

Conclusions. Le domaine réservé aux circuits purement logiques a été volontairement réduit. Les applications envisagées paraissent suffisantes pour permettre de traiter tous les problèmes du genre.

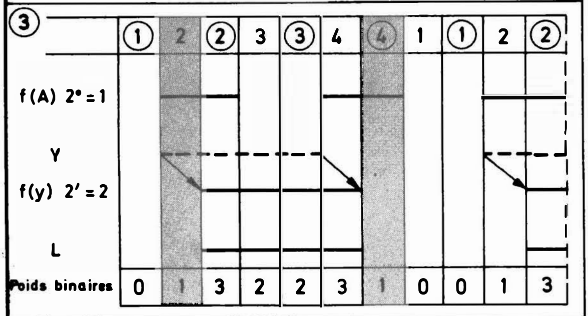
A₂. 71 BASCULE BISTABLE





2

Succession des phases	1	2	2	3	3	4	4	1	1	2	2
f(A) $2^0 = 1$	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1
L	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1
Poids binaires	0	1	1	0	0	1	1	0	0	1	1



Ce type de circuit est séquentiel car la disparition du signal d'entrée laisse pour l'état 3 la lampe allumée. Cela implique par conséquent au moins un organe de mise en mémoire.

Résolution avec un diagramme des phases.

— **1er diagramme partiel.**

On met en place les organes d'entrée et de sortie (fig. 2).

Analyse : Un cycle complet est formé des séquences
1 → 2 → 2 → 3
→ 3 → 4 → 4 → 1

Il faut discriminer les colonnes 2 2 de 3 3 et 4 4 de 1 1, en effet elles ont même sortie L alors que les actions f(A) sont complémentaires.

Un relais auxiliaire repéré Y est nécessaire.

— **2e diagramme partiel.**

Disposons Y et f(y). Convenons d'exciter Y grâce à f(A) de l'état 2, de couper Y grâce à f(A) de l'état 4 (fig. 3).

- **Analyse de la sortie L.**

L a été décalée d'une phase vers la droite afin de l'expliciter de façon précise. Cela n'a aucune importance du point de vue fonctionnel ; en effet L apparaîtra avec quelques millisecondes de retard (inertie du relais).

- **Analyse de l'excitation Y.**

Il faut discriminer les colonnes 2 de 4. En effet, les actions f(A, y) sont identiques (même poids binaire) alors que les valeurs de Y sont complémentaires :

En 2 f(Ay) = f(10) Y = 1.
En 4 f(Ay) = f(10) Y = 0.

Un second relais X s'impose.

Une autre justification est possible par la recherche des équations du circuit de Y.

Y vaut **1** pour les colonnes 2 - 2 - 3 - 3 ; par conséquent, en développant suivant les **1**, il vient :

$$Y = A \cdot \bar{y} + A \cdot y + \bar{A} \cdot y + \bar{A} \cdot y$$

et, après simplifications :

$$Y = A + y$$

62. CIRCUITS SÉQUENTIELS

BASCULE BISTABLE

On désire construire une bascule bistable. A chaque apparition du signal d'entrée l'état stable de la sortie est modifié.

Hypothèses.

Une action f(A) simulera le signal d'entrée. Une lampe L définira la sortie.

Etat initial.

Il n'y a pas d'impulsions et la lampe est éteinte. Ce qui s'écrit f(A) = 0, L = 0.

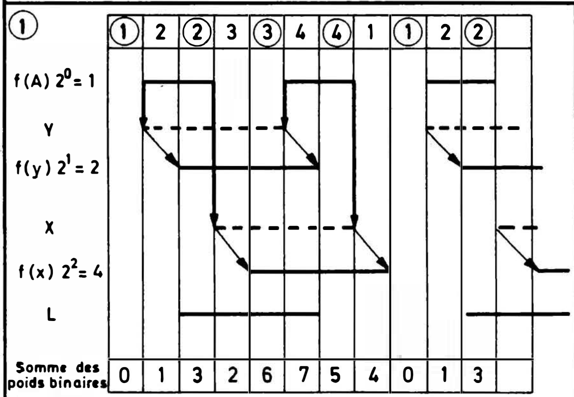
Décrivons dans l'ordre les différentes séquences désirées :

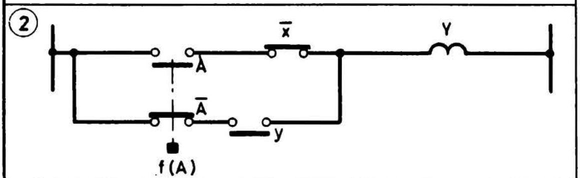
f(A) = f(0), L = 0 : état initial 1
f(A) = f(1), L = 1 : état 2
f(A) = f(0), L = 1 : état 3
f(A) = f(1), L = 0 : état 4
f(A) = f(0), L = 0 : on retrouve l'état initial 1.

Le diagramme fonctionnel 1 montre bien que la lampe L s'éclaire pour un nombre pair des impulsions d'entrées. La bascule est d'ailleurs communément appelée diviseur par deux.

BASCULE BISTABLE
Diagramme des phases

A₂. 72





d'où le circuit représenté par la figure 4. A_2 71.

Il apparaît immédiatement que lorsque Y aura été excité, il deviendra impossible de le couper à cause de l'auto-alimentation **y**.

Diagramme définitif.

Disposons X et f(x). Convenons d'exciter X grâce à f(A, y) de l'état 3 et de couper X grâce à f(A, y) de l'état 1. Le diagramme devient celui de la figure 1.

Pour obtenir une expression simple de L celle-ci a été décalée d'une phase transitoire vers la droite.

Description du fonctionnement.

De ① avec f(A) = f(0), Y = 0, X = 0 et L = 0, envoyons un signal A.

On accède en 2, avec f(A) = f(1), Y = 1, X = 0 et L = 0.

Cet état transitoire 2 évolue vers un état stable ② où f(A) = f(1), f(y) = f(1), X = 0, f(x) = f(0) et L = 1 (L s'allume).

Supprimons le signal A ; on accède à l'état 3 ou f(A) = f(0), Y = 1, f(y) = f(1), X = 1, f(x) = f(0) et L = 1, puis on évolue vers ③ avec f(A) = f(0), Y = 1, f(y) = f(1), X = 1, f(x) = f(1), L = 1, etc.

Recherche des équations des circuits.

Equation de l'excitation Y :

Y = f(A, y, x).

Y vaut **1** pour les colonnes 2, ②, 3, ③ ; donc :

$$Y = A.\bar{y}.\bar{x} + A.y.\bar{x} + \bar{A}.y.\bar{x} + \bar{A}.y.x.$$

Cette expression peut être minimisée mais quelques précautions s'imposent.

En effet :

$$Y = A.\bar{x}.(y + \bar{y}) + \bar{A}.y.(x + \bar{x}) = A.\bar{x} + \bar{A}.y.$$

Résultat erroné, des aléas de séquences étant introduits.

- Schéma du circuit : fig. 2.

Ce schéma montre que l'auto-alimentation n'est pas réalisée ; en effet : A = 1, Y = 1, y = 1, mais A = 0.

C'est un cas identique à celui étudié au cours de l'analyse d'un circuit séquentiel (voir A_2. 48).

Reprenons l'expression déjà obtenue de Y.

$$Y = A.\bar{y}.\bar{x} + A.y.\bar{x} + \bar{A}.y.\bar{x} + \bar{A}.y.x$$

Tous les termes sont liés entre eux et il n'est pas possible de les dissocier pour effectuer les simplifications.

Pour respecter cette liaison intertermes, et envisager tout de même une minimisation, on peut écrire :

$$Y = A.\bar{y}.\bar{x} + A.y.\bar{x} + A.y.\bar{x}$$

élément de liaison

$$\bar{A}.y.\bar{x} + \bar{A}.y.\bar{x} + \bar{A}.y.x$$

élément de liaison

Il vient donc :

$$Y = A.\bar{x}.(y + \bar{y}) + y.\bar{x}.(A + \bar{A}) + \bar{A}.y.(x + \bar{x})$$

$$Y = A.\bar{x} + y.\bar{x} + \bar{A}.y$$

— **Equation de l'excitation X :**

X = f(A, y, x).

X vaut **1** pour les colonnes 3, ③, 4, ④

$$X = \bar{A}.y.\bar{x} + \bar{A}.y.x + A.y.x + A.\bar{y}.x$$

qui peut s'écrire, en respectant les liaisons :

$$X = \bar{A}.y.\bar{x} + \bar{A}.y.x + \bar{A}.y.x + A.y.x + A.y.x + A.\bar{y}.x$$

$$X = \bar{A}.y.(x + \bar{x}) + x.y.(A + \bar{A}) + A.x.(y + \bar{y})$$

$$X = \bar{A}.y + x.y + A.x.$$

— **Équation de la sortie L :**

L = f(A, y, x).

L = y.

A₂. 73 — BASCULE BISTABLE
Matrice des états

①

$f(A)=2^0$, $f(y)=2^1$, $f(x)=2^2$ — $f(xy)$	f(A) 0	f(A) 1
00	0	1
01	2	3
11	6	7
10	4	5

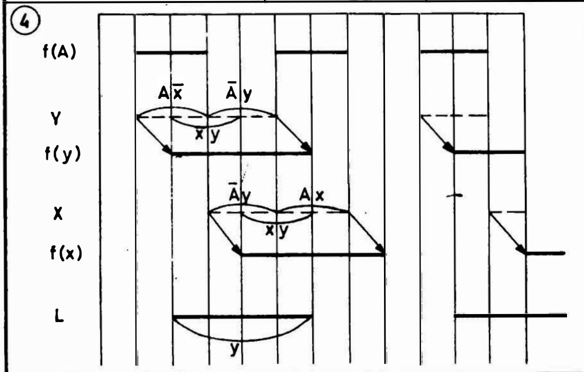
②

f(A)	0	1
00	0	1
01	1	1
11	1	0
10	0	0

③

f(A)	0	1
00	0	0
01	1	0
11	1	1
10	0	1

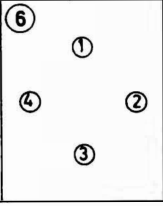
④



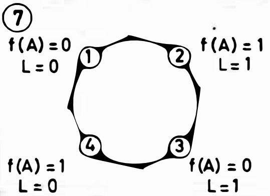
⑤

f(A) 0	f(A) 1	L
①	2	0
3	②	1
③	4	1
1	④	0

⑥



⑦



On pouvait définir les excitations de X et Y à partir d'un diagramme de **KARNAUGH.**

Le diagramme comportera huit cases car nous sommes en présence de trois variables f(A, y, x) (fig. 1).

— Excitation de Y.

Y vaut **1** pour les cases de poids binaire 1, 3, 2, 6 (fig. 2).

$$Y = A . \overline{x} + \overline{x} . y + \overline{A} . y$$

— Excitation de X.

X vaut **1** pour les cases de poids binaire 2, 6, 7, 5 (fig. 3).

$$X = \overline{A} . y + x . y + A . x$$

Remarque. Dans le cas de circuits séquentiels le recouvrement des surfaces est une nécessité impérieuse qui évite les aléas de séquences ou de logique.

— On pourrait définir X, Y, L directement à partir du diagramme des phases (fig. 4).

• **Equation de Y.** Trois segments explicitent l'excitation Y :

— Le segment repéré $A\overline{x}$ est défini exactement pour : f(A) = f(1) et f(x) = f(0) ;

— Le segment repéré $\overline{A}$ y est défini exactement pour : f(A) = f(0) et f(y) = f(1) ;

— Le segment repéré $\overline{x}$ y est le terme de recouvrement destiné à faire transiter le système de $A \overline{x}$ vers $\overline{A}$ y.

L'excitation Y vaut **1** pour chacune de ces conditions, donc :

$Y = A . \overline{x} + \overline{x} . y + \overline{A} . y$

• **Equation de X.** Un raisonnement analogue permet d'écrire :

$X = \overline{A} . y + x . y + A . x.$

• **Equation de L :**

L = y.

Résolution grâce à la matrice des états.

La matrice comportera deux colonnes pour les deux actions f(A) possibles ; une troisième colonne définira la sortie L (fig. 5).

Etat initial : f(A) = f (0)
L 0

Raisonnement. (Suivre le diagramme fonctionnel déjà établi) de l'état initial ①, avec f(A) = f(0), L = 0, en faisant f(A) = f(1), on évolue vers ②, avec f(A) = f(1), L = 1, à travers 2.

Si on fait f(A) = f(0), on évolue vers ③ à travers 3, etc.

Polygone de fusion (fig. 6).

Quatre ensembles à 1 état sont définis. Pour lier ces ensembles entre eux quatre combinaisons de variables secondaires sont nécessaires, soit deux relais repérés X . Y.

Autre justification.

L'examen de la matrice des états montre que nous sommes en présence de quatre séquences de type directionnel (graphe des séquences : fig. 7).

Nous sommes en ① ; il est évident que l'action sur A peut nous conduire : soit en ②, soit en ④ dont les sorties sont différentes. Nécessairement si on veut évoluer de ① vers ②, et non de ① vers ④, il faut un aiguillage (une variable secondaire).

BASCULE BISTABLE
Contraction de la matrice

A2. 74

①

f(xy) \ f(A)	0	1
00	1	
01		2
11	3	
01		4

②

f(xy) \ f(A)	0	1
00	1	2
01	3	2
11	3	4
01	1	4

③ Etats stables

f(xy) \ f(A)	0	1
0 0	0	
0 1		0
1 1	1	
1 0		1

Etats transitoires

f(xy) \ f(A)	0	1
0 0		0
0 1	1	
1 1		1
1 0	0	

Synthèse

f(xy) \ f(A)	0	1
00	0	0
01	1	0
11	1	1
10	0	1

④ Etats stables

f(xy)	0	1
0 0	0	
0 1		1
1 1	1	
1 0		0

Etats transitoires

	0	1
0 0		1
0 1	1	
1 1		0
1 0	0	

Synthèse

	0	1
00	0	1
01	1	1
11	1	0
10	0	0

⑤ Etats stables

f(xy)	0	1
00	0	
01		1
11	1	
10		0

Etats transistoires

	0	1
00		∅
01	1	
11		∅
10	0	

Tableau de synthèse

	0	1
00	0	0
01	1	1
11	1	1
10	0	0

Le même raisonnement appliqué en ②, puis en ③, puis en ④ conduit à la nécessité de quatre combinaisons de variables secondaires.

Il faudra donc deux relais ou deux organes d'excitation secondaires repérés X et Y.

Tableau contracté.

Le tableau contracté est défini par trois variables au total. Il comportera huit cases.

Les différents états stables seront disposés dans ce tableau (fig. 1) en respectant l'ordre de la matrice et les adjacences entre lignes.

Exemple : L'état ① évolue vers l'état ②. Il y a adjacence entre lignes ; seul f(y) transite.

Il reste quatre cases vierges qui seront affectées à des états transitoires. Bien entendu l'ordre de déroulement fonctionnel devra être respecté (fig. 2).

Remarque. Dans ce cas la matrice des états ne présente pas de possibilités de contraction.

Recherche des expressions booléennes des circuits.

- Développement suivant les **1.**

— **Equation de l'excitation X** (fig. 3).

La solution est :

$X = \bar{A} . y + x . y + A . x$

— **Equation de l'excitation Y** (fig. 4).

La solution est :

$Y = \bar{A} . y + \bar{x} . y + A . \bar{x}$.

Ces équations sont identiques à celles obtenues précédemment par les autres méthodes.

— **Equation de la sortie L** (fig. 5).

La solution est $L = y$.

Remarque. Pour obtenir une surface simple maximale, deux cases repérées ∅ ont été annotées : l'une de la valeur **0**, l'autre de la valeur **1**.

- Développement suivant les **0.**

— **Equation de l'excitation X** (fig. 3).

$$X = (\bar{A} + x) . (A + y)$$

— **Equation de l'excitation Y** (fig. 4).

$$Y = (\bar{A} + \bar{x}) . (A + y)$$

Remarque. Le développement par les 0 n'impose pas le recouvrement des surfaces. Le terme de **liaison** est contenu en effet dans l'intersection.

Par exemple l'équation

$$X = (\bar{A} + x) . (A + y)$$

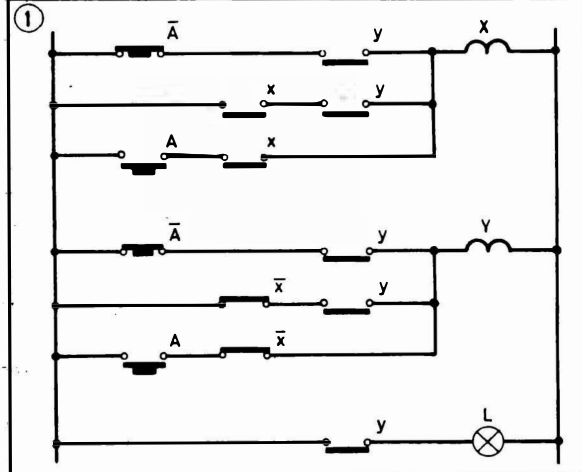
contient le terme de liaison **x . y.**

Si on développe

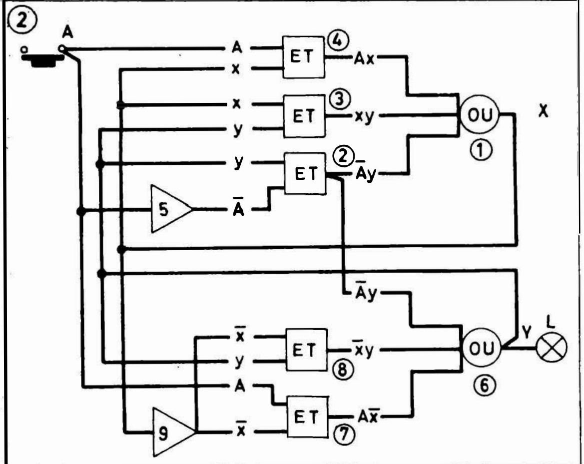
$$X = \bar{A} . A + \bar{A} . y + A . x + \mathbf{x . y}$$

A2. 75 — BASCULE BISTABLE
Schémas de synthèse

①



②



Equations des schémas à réaliser.

$X = \overline{A} . y + x . y + A . x$
$Y = \overline{A} . y + \overline{x} . y + A . \overline{x}$
$L = y$

Schéma classique : (fig. 1).

Circuits utilisant la technologie à semi-conducteurs.

• **Les fonctions utilisées sont des cellules OU, ET, NI** (fig. 2).

1° $X = \overline{A} . y + x . y + A . x$
$X = O[(\overline{A} . y), (x . y), (A . x)]$
$X = O[E[\overline{A}, y], E[x, y], E[A, x]]$

Pour retrouver la variable origine A.

$$X = O\,E[N[A], y], \; E[x, y], \; E[A, x]]$$
1 2 5 — 3 4

2° $Y = \overline{A} . y + \overline{x} . y + A . \overline{x}$
$Y = O[(\overline{A} . y), (\overline{x} . y), (A . \overline{x})]$
$Y = O[E[\overline{A}, y], E[\overline{x}, y], E[A, \overline{x}]]$

$$Y = O[E[N[A], y], \; E[N[x], y], \; E[A, N[x]]]$$
6 2 5 — 7 9 — 8 9

Remarques.

L'excitation X, repérée 1, délivre le signal x.

L'excitation Y, repérée 6, délivre le signal y.

A l'inverse des schémas classiques il est possible d'utiliser un même terme pour des circuits différents.

Le même signal $\overline{A} . y$ est injecté dans les OU repérés 1 et 6.

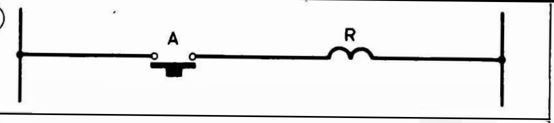
Alors que le schéma classique utilise quatre contacts mécaniques définissant les variables primaires f(A), le schéma à relais statiques ne comporte qu'une variable d'entrée.

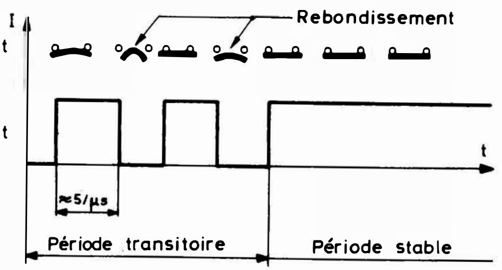
• **Les fonctions utilisées sont des cellules NI.**

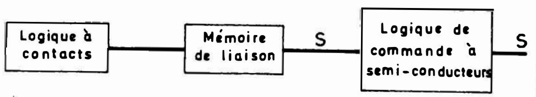
$$X = N[N[N[A, N[y]], \; N[N[x], N[y]], \; N[N[A], N[x]]]$$
1 2 3 6 — 4 7 6 — 5 8

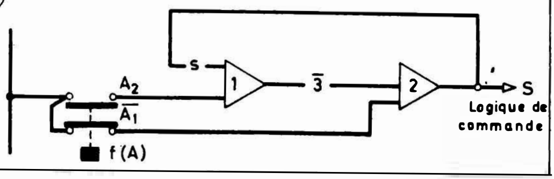
$$Y = N[N[N[A, N[y]], \; N[x, N[y]], \; N[N[A], x]]$$
9 10 3 6 — 11 7 — 12 8

L'ALÉA DE TECHNOLOGIE — A_2. 76

1


2


3


4


L'ALÉA DE TECHNOLOGIE

L'aléa de technologie est introduit lorsque l'on veut lier deux technologies différentes. Par exemple : liaison d'une logique à contacts électromécaniques et d'une logique à semi-conducteurs. Rappelons que l'inertie d'un relais électromécanique est de 1 milliseconde et que l'inertie d'une cellule à semi-conducteur est de 1 microseconde.

Analyse d'un circuit commandé par bouton-poussoir (fig. 1).

Lorsque A est actionné, le circuit, avant de prendre une position stable, va être soumis à toute une série d'impulsions transitoires de courte durée. Cette période transitoire est due aux rebondissements du contact A.

Graphique des impulsions en fonction du temps (fig. 2).

Le relais R est insensible aux impulsions transitoires à cause de son inertie. Il ne sera excité qu'à partir de la période stable. Au contraire, la cellule à semi-conducteur dont l'inertie est très faible peut suivre les évolutions de la période transitoire et compter trois ordres d'excitation, par exemple, au lieu d'un.

En général ce phénomène peut ne pas avoir de réaction sur le signal de sortie et l'utilisation de cellules d'entrée calibrant le signal initial est suffisante.

Pourtant, lorsque l'on veut réaliser du comptage, l'annulation de la période transitoire est nécessaire.

Liaison logique à contacts, logique à semi-conducteurs.

Schéma fonctionnel : fig. 3.

L'élément simple harmonisant la technologie à contacts et la technologie à semi-conducteurs est une mémoire d'équation :

$$S = \overline{A_1} \cdot (s + A_2).$$

$\overline{A_1}$, A_2 représentent les contacts O, F (ouvert-fermé) d'un bouton-poussoir f(A). Ils déterminent les impulsions d'entrée.

La mémoire de liaison est une cellule à semi-conducteurs mettant en mémoire le premier ordre.

La logique de commande représente le circuit diviseur par deux, par exemple, ou tout autre circuit de comptage.

Schéma de la mémoire de liaison (cellules NI) : fig. 4.

Analyse du fonctionnement.

Etat initial de repos : f(A) = f(0), $A_2 = 0$, $\overline{A_1} = 1$ et S = 0. Action sur le bouton-poussoir : la mémoire enregistre la 1re impulsion et élimine les rebondissements de A_2.

f(A) = f(1), $\overline{A_1} = 0$, $A_2 = 1$ et S = 1.

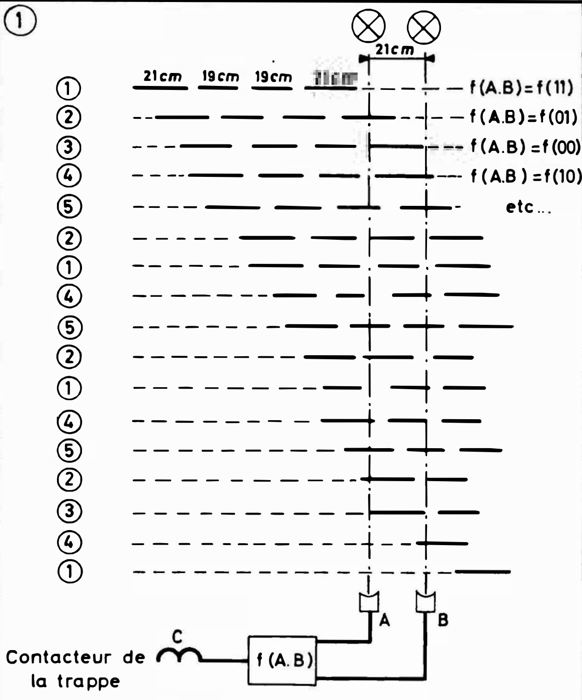
L'action sur le bouton-poussoir cesse

f(A) = f(0), $A_2 = 0$, $\overline{A_1} = 1$ et S = 0.

● **Remarque.** Les rebondissements n'interviennent que lorsque le dipôle se ferme ; ils n'intéressent pas le dipôle qui s'ouvre.

A2. 77 POSTE DE TRI DE PIÈCES
Matrice des états

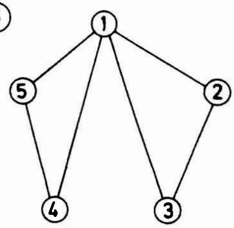
1



2

	f (A.B)				
	00	01	11	10	C
	X	2	1	4	0
	3	2	1	X	0
	3		X	4	1
	5	X	1	4	0
	5	2	X		0

3



POSTE DE TRI DE PIÈCES

Un tapis roulant transporte vers un poste de triage des pièces de 19 *cm* et de 21 *cm* de longueur. Ces pièces peuvent se présenter dans n'importe quel ordre devant deux cellules photo-électriques repérées A et B qui les orientent au moyen d'une trappe vers deux casiers différents. L'écartement minimum toléré entre chaque pièce est de 2 *cm* et l'écartement entre les deux cellules est de 21 *cm*.

Analyse fonctionnelle : fig. 1. **Résolution à l'aide de la matrice des états.**

On veut déclencher la trappe lorsque se présente la pièce de 21 *cm* devant les cellules.

Les cellules A et B définissent 4 colonnes pour les variables d'entrée.

Le contacteur de trappe réclame une colonne supplémentaire.

Hypothèses. Etat initial 1 : il n'y a pasde pièces, A et B sont éclairées, f (AB) = f(11) et C = 0.

Matrice des états (fig. 2). Pour l'établissement de la matrice suivre l'analyse fonctionnelle.

- Examen des séquences principales.

Etat 1: Une pièce de 21 cm se dirige vers les cellules A et B. A est masquée, le circuit évolue vers 2 B, masquée à son tour, définit l'état 3; le contacteur de trappe C doit s'enclencher. La cellule A est dégagée, le circuit évolue vers 4, C doit s'ouvrir. Une pièce de 19 cm se présente et masque A alors que B est toujours cachée; l'état 5 est défini. La cellule B est dégagée, le circuit évolue vers 2. La cellule A éclairée à son tour détermine le retour à l'état initial.

- Examen des séquences secondaires.

Etat 1: Une pièce de 19 cm située entre les cellules A et B se dirige vers B et la masque, le circuit évolue vers 4... etc.

L'analyse est terminée et est complète. Deux cases vierges subsistent. Ce sont des combinaisons de circuits qui ne seront jamais réalisées. Comme pour les cases figurant les impossibilités technologiques, il sera possible de leur affecter tout état transitoire fictif à notre convenance.

Polygone de fusion : fig. 3.

Les ensembles de séquences réversibles peuvent être

1 2 3 et 4 5

ou

1 4 5 et 2 3

POSTE DE TRI DE PIÈCES
Équations des circuits

A₂. 78

1

f(x) \ f(A,B)	00	01	11	10
0	5	2	1	4
1	3	2	1	4

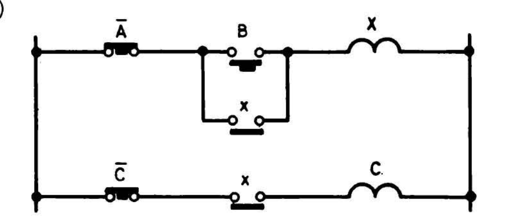
2

f(x) \ f(A,B)	00	01	11	10
0	0	1	0	0
1	1	1	0	0

3

f(x) \ f(A,B)	00	01	11	10
0	0	0	0	0
1	1	0	$\emptyset_0$	$\emptyset_1$

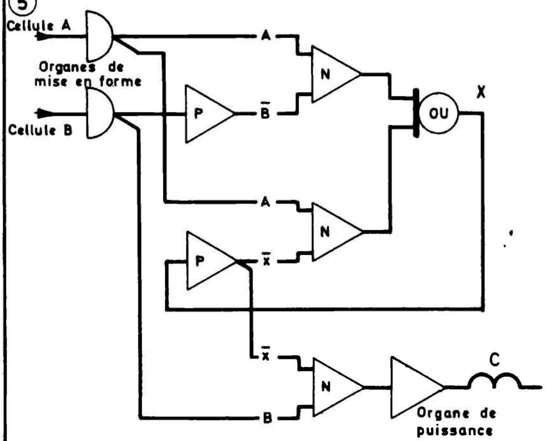
4



6

f(x) \ f(A,B)	00	01	11	10
0	3	2	1	4
1	5	2	1	4

5



Il apparaît nettement que le triangle 1 4 5 est un ensemble de séquences réversibles ; en effet on peut évoluer d'un état à l'autre par le seul jeu des variables primaires. De la même manière la ligne 2 3 est un ensemble de séquences réversibles.

Pour lier ces deux ensembles entre eux, deux variables secondaires suffisent : soit un organe d'excitation repéré X.

Solution adoptée.

Ensemble 1 4 5 : f(x) = f(0).

Ensemble 2 3 : f(x) = f(1).

Tableau contracté : fig. 1.

Equation des circuits.

- Circuit de l'organe d'excitation X : fig. 2.

$$X = \overline{A} . B + \overline{A} . x$$
$$X = \overline{A}(B + x).$$

- Circuit du contacteur commandant la trappe : fig. 3.

$$C = \overline{B} . x.$$

Schéma pour vérification au simulateur à relais.

Les cellules A et B sont figurées par des boutons-poussoirs (fig. 4).

Schéma à fonctions statiques : fig. 5.

$$X = \overline{A} . B + \overline{A} . x$$
$$= O[\overline{A} . B, \overline{A} . x]$$
$$X = O[N[A, \overline{B}], N[A, P[x]]]$$

$$\boxed{X = O[N[A, P[B]], N[A, P[x]]]}$$

$$\boxed{C = \overline{B} . x = N[B, \overline{x}]}$$

2e solution.

Les ensembles 1 2 3 et 4 5 sont retenus.

Ensemble 1 2 3 : f(x) = f(0).

Ensemble 4 5 : f(x) = f(1)

Tableau contracté : fig. 6.

Equation de l'organe d'excitation X

$$X = \overline{B} . (A + x)$$

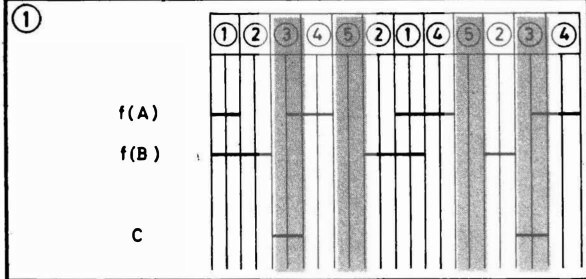
Equation du contacteur de trappe

$$C = \overline{A} . \overline{B} . \overline{x}$$

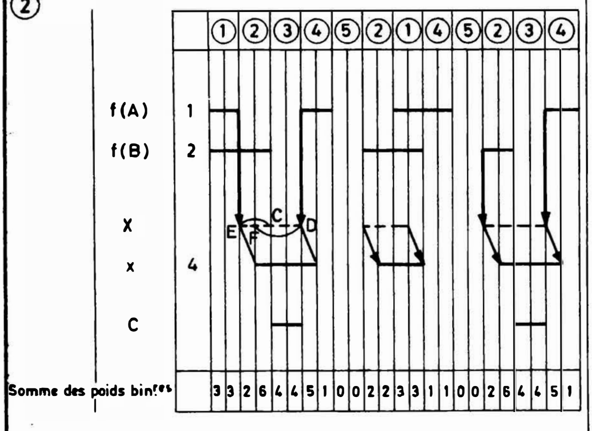
Remarque : La variable f(x) = f(0) a été affectée aux ensembles contenant l'état 1 car, par hypothèse, le circuit est au repos à l'état initial.

A₂. 79 — POSTE DE TRI DE PIÈCES
Diagramme des phases

1



2



3

f(x) \ f(A,B)	00	01	11	10
0	0	2	3	1
1	4	6	7	5

La figure 2 représente le diagramme définitif.

Equations des circuits.

X = 1 pour les phases de poids binaires 2, 6, 4, soit f(010), f(011), f(001)

$$X = \bar{A} . B . \bar{x} + \bar{A} . B . x + \bar{A} . \bar{B} . x$$

Pour respecter la liaison inter termes, doublons le terme A . B . x.

$$X = \bar{A} . B . \bar{x} + \bar{A} . B . x + \bar{A} . B . x + \bar{A} . \bar{B} . x$$

$$X = \bar{A} . B . (x + \bar{x}) + \bar{A} . x . (B + \bar{B})$$

$$X = \bar{A} . B + \bar{A} . x$$

$$\boxed{X = \bar{A} . (B + x)}$$

Le contacteur de trappe C est défini de façon explicite avec

$$\boxed{C = \bar{B} . x}$$

Il est possible d'établir un diagramme de Karnaugh (fig. 3). X = 1 pour les cases de poids binaire 2, 6, 4. La surface en rouge explicite la valeur binaire **1** de l'organe d'excitation X.

Il est possible de définir X et C directement sur le diagramme des phases.

$$X = EC + FD$$
$$EC = \bar{A} . B$$
$$FD = \bar{A} . x$$

avec x (contact de mémoire).

$$X = \bar{A} . B + \bar{A} . x = \bar{A} . (B + x)$$
$$C = \bar{B} . x.$$

Résolution utilisant le diagramme des phases.

Diagramme des phases.

L'établissement partiel du diagramme des phases (fig. 1) utilise l'analyse fonctionnelle précédente.

Supposons que l'on veuille déclencher la trappe lorsque se présente devant les cellules la pièce de 21 *cm*. La nécessité de discriminer les colonnes 3 et 5 (en rouge) s'impose. Essayons si une variable secondaire suffit.

On peut remarquer que les phases précédant les colonnes 3 et 5 sont différentes :

- la phase 2 ; f(AB) = f(01), évolue vers 3 ;
- la phase 4 ; f(AB) = f(10), évolue vers 5.

L'organe secondaire pourra donc être excité à partir de la phase 2 et être coupé à partir de la phase 4.

POSTE DE TRI DE PIÈCES
Solution optimale

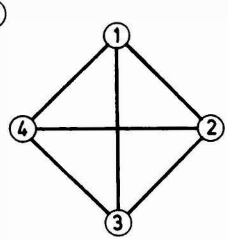
A₂. 80

(1)

f (A,B)

00	01	11	10	C
X	2	1	4	1
3	2	1	X	0
3	2	X	4	0
3	X	1	4	0

(2)



(3)

f (A,B)

00	01	11	10
3	2	1	4

(4)

f (A,B)

00	01	11	10
0	0		0

C = A.B

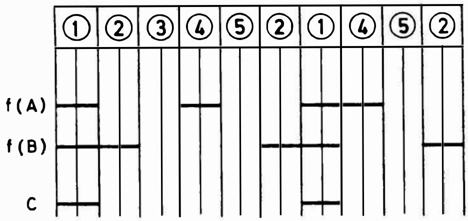
(5)

f (A,B)

0	1	C
0	0	0
0	1	0
1	1	1
1	0	0

C = A.B

(6)



L'analyse fonctionnelle établie en A₂.77 peut conduire à une solution différente. Supposons que l'on veuille déclencher la trappe lorsque la pièce de 19 *cm* se présente devant les cellules.

L'analyse fonctionnelle montre que dans ce cas les états (3) et (5) deviennent identiques. En effet ils ont mêmes variables d'entrées, f(A . B) = f(00), et même sortie : C = 0.

Il est logique de considérer que lorsque le cycle commence (état (1)) la trappe pourra être ouverte, mais comme il n'y a **aucune pièce** cela n'a pas d'importance.

Matrice des états : fig.1.

Polygone de liaison : fig. 2.

Il y a quatre états stables ; le polygone aura quatre sommets.

Il apparaît nettement que le polygone est un ensemble de séquences réversibles. De l'état (1), par exemple, on peut évoluer par le seul jeu des variables primaires vers les états (2), (3), (4). Par conséquent toute variable secondaire devient inutile et le problème se ramène à un problème de pure combinaison.

Le tableau contracté (fig. 3) ne comporte qu'une ligne.

Equation du circuit contacteur de trappe : fig. 4.

La solution pouvait être obtenue à partir d'un tableau des valeurs (fig. 5). Développement suivant les **1**.

Diagramme des phases : (fig. 6).

L'examen du diagramme montre que l'excitation du contacteur C est explicitée de façon suffisante à l'aide des seules variables primaires :
C = 1 pour f(AB) = f(11)
donc,

C = A . B.

Conclusion. Cette application montre que tout processus d'automatisme peut permettre des solutions diverses. Par ce qu'il connaît parfaitement les fonctions à réaliser, le technicien doit, après une analyse systématique, pouvoir définir le circuit optimal.

A₂ . 81 — COMMANDE À DEUX BOUTONS-POUSSOIRS avec priorité au premier ordre

①

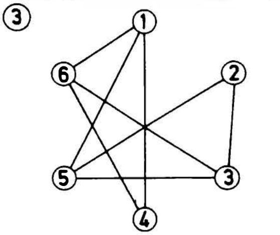
	T_1	T_2	T_3	T_4	T_2	T_5	T_2	T_4	T_6	T_4	T_1
f(M)	0	1	0	0	1	1	1	0	1	0	0
f(A)	0	0	0	1	0	1	0	1	1	1	0
S	0	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0

②

f(M,A)

00	01	11	10	S
①	4	X	2	0
3	X	5	②	1
③	4	X	2	1
1	④	6	X	0
X	4	⑤	2	1
X	4	⑥	2	0

③



④

f(x) \ f(M,A)	00	01	11	10
0	①	④	⑥	
1	③		⑤	②

⑤

f(x) \ f(M,A)	00	01	11	10
0				2
1		4		

⑥

f(x) \ f(M,A)	00	01	11	10
0	①	④	⑥	2
1	③	4	⑤	②

Matrice des états. (fig. 2).

Deux variables d'entrée plus une sortie définissent : $2^2 + 1 = 5$ colonnes.

Utiliser l'analyse, fonctionnelle pour l'établissement de la matrice. Les séquences principales sont étudiées en premier lieu. Soit les séquences ① → 2 → ② → 3 → ③ → 4 → ④ → 1. Ensuite sont définies les séquences secondaires. soit les séquences

① → 4 → ④ → 1

② → 5 → ⑤ → 2, etc.

Raisonnement partiel.

— de ①, en faisant f(MA) = f(01), on accède à l'état ④ à travers 4.

— de ⑤, en faisant f(MA) = f(0,1), on accède à l'état ④ à travers 4.

— de ⑤ en faisant f(MA) = f(10), on accède à l'état ② à travers 2.

COMMANDE AVEC PRIORITÉ AU 1er ORDRE

Deux boutons-poussoirs déterminent soit l'apparition, soit la disparition d'un signal. La priorité sera donnée au 1er ordre dans le cas d'une commande combinée des boutons-poussoirs.

Hypothèses.

Appelons f(M) l'action déterminant l'apparition de la sortie et f(A) l'action déterminant la disparition de la sortie.

Etat initial :

f(M) = f(0) f(A) = f(0) S = 0.

Analyse fonctionnelle : fig. 1.

La phase T1 est l'état initial avec f(M, A) = f(00), S = 0

L'action sur f(M) conduit à la phase T2 où f(M, A) = f(1, 0), S = 1

Si l'action sur f(M) cesse, le circuit évolue vers la phase T3 où f(M, A) = f(0, 0), S = 1... etc.

Pendant la phase T5 : f(M) = f(1), f(A) = f(1), S = 1 ; en effet priorité est donnée à f(M) 1er ordre.

Pendant la phase T6 : f(M) = f(1), f(A) = f(1), S = 0; en effet priorité est donnée à f(A) 1er ordre.

Cet exercice utilisera la méthode de résolution par les matrices.

Polygone de fusion : fig. 3.

Il apparaît deux ensembles de séquences réversibles. Deux variables secondaires sont nécessaires, soit un relais repéré X.

Adoptons :

- f(x) = f(0) pour l'ensemble ① ④ ⑥.
- f(x) = f(1) pour l'ensemble ② ③ ⑤.

Ce choix est guidé par le fait que l'état initial ou état de repos du circuit est inclus dans l'ensemble ① ④ ⑥.

Tableau contracté.

Trois variables définissent ce tableau, soit f(M, A, x). Nombre de cases = $2^3 = 8$.

Etats stables. Ils auront pour coordonnées primaires celles de la matrice (fig. 4).

Etats transitoires. Ils spécifieront les cases respectant l'analyse matricielle (fig. 5).

La case spécifiée 4 permet d'évoluer de ③ vers ④ et de ⑤ vers ④.

La case spécifiée 2 permet d'évoluer de ① vers ② et de ⑥ vers ②.

L'analyse matricielle est bien respectée (fig. 6).

COMMANDE À DEUX BOUTONS-POUSSOIRS avec priorité au premier ordre

A₂. 82

Recherche des équations du circuit.
— **Expression logique de l'excitation X :** fig. 1. $X = M . \bar{A} + M . x + \bar{A} . x.$
— **Expression logique du circuit de sortie :** fig. 2. $S = x$

Diagramme des phases : fig. 3.

Remarque. Le diagramme des phases a été établi sans tenir compte de l'ordre de l'analyse fonctionnelle, seules ont été respectées les fonctions à réaliser.

Raisonnement. La phase 1 est l'état initial ; son poids binaire 0 montre que le système est au repos.

Pendant la phase 2, faisons f(M) = f(1) : l'organe secondaire d'excitation est alimenté, X = 1 et la sortie prend la valeur binaire 1.

Pendant la phase 3, si f(M) = f(1), l'excitation X détermine f(x) = f(1) ; l'auto-alimentation est réalisée.

Au cours de la phase 4 on maintient f(M) f(1) et on fait f(A) = f(1) ; X doit rester excité. La priorité au premier ordre est bien respectée.

Il suffirait de terminer l'analyse des différentes phases.

Recherche des équations du circuit.

Résolution utilisant le calcul booléen.

Rappelons le poids binaire des variables utilisées :
$f(M) = 2^0 = 1$; $f(A) = 2^1 = 2$; $f(x) = 2^2 = 4$.

Equation de X.

X vaut **1** pour les phases de poids binaire, 1, 5, 7, 4. Il vient :

- pour 1, $f(M . A . x) = f(100) = M . \bar{A} . \bar{x}$
- pour 5, $f(M . A . x) = f(101) = M . \bar{A} . x$
- pour 7, $f(M . A . x) = f(111) = M . A . x$
- pour 4, $f(M . A . x) = f(001) = \bar{M} . \bar{A} . x.$

En ajoutant les différentes expressions de X il vient :

$$X = M . \bar{A} . \bar{x} + M . \bar{A} . x + M . \bar{A} . x + M . A . x + \bar{M} . \bar{A} . x.$$

Dans cette fonction le terme de liaison est $M . \bar{A} . x$ car il suit immédiatement la phase transitoire.

① **Etats stables**

f(x)	00	01	11	10
0	0	0	0	
1	1		1	1

Etats transitoires f(M A)

f(x)	00	01	11	10
0				1
1		0		

Synthèse

f(x)	00	01	11	10
0	0	0	0	1
1	1	0	1	1

② **Etats stables**

f(x)	00	01	11	10
0	0	0	0	
1	1		1	1

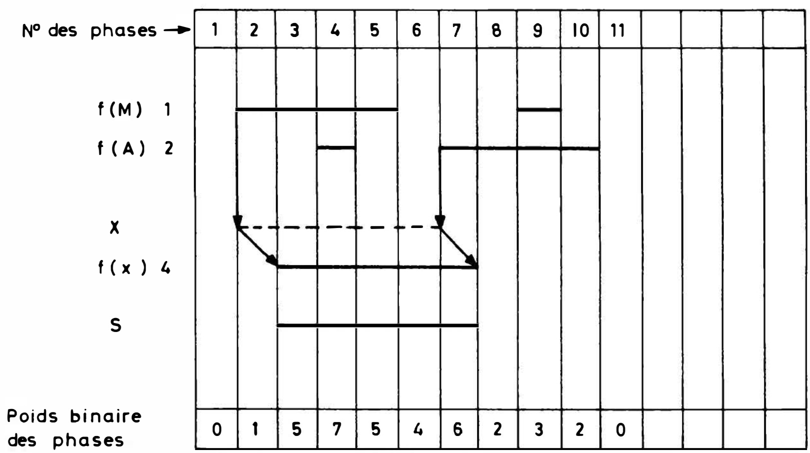
Etats transitoires f(M.A)

f(x)	00	01	11	10
0				Ø
1		Ø		

Synthèse

f(x)	00	01	11	10
0	0	0	0	0
1	1	1	1	1

③



A_2. 83 COMMANDE À DEUX BOUTONS-POUSSOIRS avec priorité au premier ordre

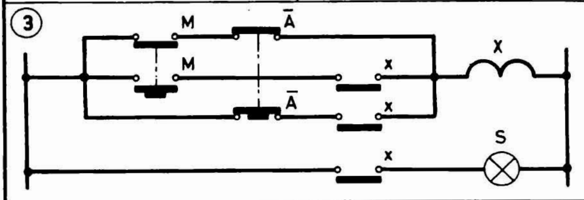
① f(M.A)

f(x)	00	01	11	10
0	0	2	3	1
1	4	6	7	5

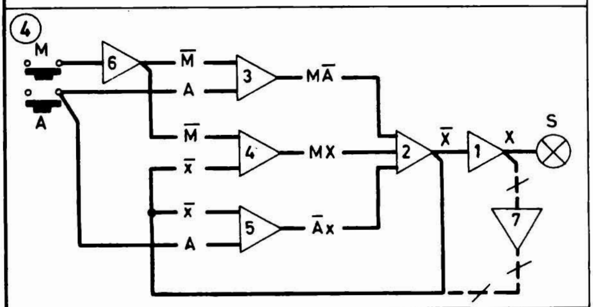
② f(M.A)

f(x)	00	01	11	10
0	0	0	0	1
1	1	0	1	1

③



④



L'excitation X vaut **1** pour les cases de poids binaire 1, 5, 7, 4 (fig. 2).

La solution est

$$X = M \cdot \overline{A} + x \cdot \overline{A} + x \cdot M.$$

(Expression déjà trouvée.)

Circuit classique à contacts : fig. 3.

Technologie à semi-conducteurs.

Synthèse algébrique. Des cellules NI seront utilisées (fig. 4).

$$X = M \cdot \overline{A} + M \cdot x + \overline{A} \cdot x$$

$$X = N[(\overline{M} + A) \cdot (\overline{M} + \overline{x}) \cdot (A + \overline{x})]$$

$$X = N[N[(M \cdot \overline{A}), (M \cdot x), (\overline{A} \cdot x)]]$$

$$X = N[N[N[\overline{M}, A], N[\overline{M}, \overline{x}], N[A, \overline{x}]]]$$

Recherche des simplifications.

$$X = (M \cdot \overline{A} \cdot \overline{x} + M \cdot \overline{A} \cdot x) + (M \cdot \overline{A} \cdot x + M \cdot A \cdot x) + (M \cdot \overline{A} \cdot x + \overline{M} \cdot \overline{A} \cdot x).$$

Le terme de liaison $M \cdot \overline{A} \cdot x$ a été répété pour lier les termes qui lui sont adjacents.

$$X = M \cdot \overline{A} + M \cdot x + \overline{A} \cdot x.$$

Cette expression a déjà été définie en A_2.82.

Expression de la sortie S.

L'examen du diagramme montre que l'on peut très bien retarder d'une phase l'apparition de S. Cela ne nuira pas au fonctionnement mais l'expression de S sera très simple car S et f(x) seront alors en phase.

$$S = x.$$

Résolution utilisant le diagramme de KARNAUGH.

Expression de l'organe d'excitation X : fig. 1.

$$\boxed{\begin{array}{l} X = N[N[N[N(M), A], \\ \quad 1\ 2\ 3\ 6 \\ \quad N[N(M), N(x)], \quad N[A, N(x)]]] \\ \quad 4\ 6 \qquad 7 \qquad\quad 5 \qquad 7 \end{array}}$$

La fonction NI repérée 7 peut être supprimée, en effet le signal $\overline{x}$ est délivré par l'excitation $\overline{X}$ repérée 2 .

La lampe S est alimentée par le signal x issu de l'excitation X repérée 1 .

Des cellules NAND seront utilisées.

$$X = n[(\overline{M} + A, \overline{M} + \overline{x}, A + \overline{x}]$$

$$X = n[n[M, \overline{A}], n[M, x], n[\overline{A}, x]]$$

Pour retrouver les variables M, A, x une autre fonction NAND est nécessaire.

$$\boxed{X = n[n[M, n[A]], n[M, x], n[n[A], x]]}$$

DIVISEUR PAR TROIS

A₂. 84

(1)

f(A) 0	f(A) 1	S
①	2	0
3	②	0
③	4	0
5	④	0
⑤	6	1
1	⑥	1

(2)

f (x, y, z)

x	y	z
0	0	0
0	0	1
0	1	1
0	1	0
1	1	0
1	1	1
1	0	1
1	0	0

f (x, y, z)

x	y	z	
0	0	0	
0	0	1	
0	1	1	
1	1	1	
1	1	0	
1	0	0	
1	0	1	Combinaisons inutiles
0	1	0	Combinaisons inutiles

(3)

f(xyz)	f(A) 0	f(A) 1
000	①	2
001	3	②
011	③	4
111	5	④
110	⑤	6
100	1	⑥

(4)

f(xyz)	Z f(A) 0	Z f(A) 1	Y f(A) 0	Y f(A) 1	X f(A) 0	X f(A) 1	S f(A) 0	S f(A) 1
000	0	1	0	0	0	0	0	0
001	1	1	1	0	0	0	0	0
011	1	1	1	1	0	1	0	0
111	0	1	1	1	1	1	$\emptyset_0$	0
110	0	0	1	0	1	1	1	1
100	0	0	0	0	0	1	$\emptyset_1$	1

DIVISEUR PAR TROIS

Un signal de sortie apparaît au bout de trois impulsions d'entrée.

Matrice des états : fig. 1.

Hypothèses : f(A) variable primaire, S sortie.
Etat initial : f(A) = f(0) et S = 0.

Polygone de fusion.

Le polygone a six sommets isolés; il faut donc six combinaisons de variables secondaires, soit trois excitations secondaires repérées X — Y — Z.

Tableau contracté.

Aucune contraction n'est possible et il apparaît au contraire deux combinaisons supplémentaires.
En effet trois organes secondaires définissent huit combinaisons. Pour construire un diagramme de KARNAAGH, sans cases surabondantes, analysons les combinaisons établies dans le code réfléchi (fig. 2).
Un autre arrangement partiel peut être établi et le tableau de droite montre que le code réfléchi est respecté jusqu'à la 6e combinaison. C'est bien le but recherché.

Tableau contracté : (fig. 3).

L'établissement des différents diagrammes de Karnaugh est maintenant aisé.

Equations des circuits. (fig. 4).

$$Z = \overline{x} \cdot z + A \cdot \overline{x} \cdot \overline{y} + A \cdot y \cdot z = \boxed{(A \cdot y + \overline{x}) \cdot (A \cdot \overline{y} + z)}$$

$$Y = y \cdot z + \overline{A} \cdot \overline{x} \cdot z + \overline{A} \cdot x \cdot y = \boxed{(\overline{A} \cdot x + z) \cdot (\overline{A} \cdot \overline{x} + y)}$$

$$X = x \cdot y + A \cdot y \cdot z + A \cdot x \cdot \overline{z} = \boxed{(A \cdot z + x) \cdot (A \cdot \overline{z} + y)}$$

$$S = x \cdot \overline{z}.$$

Synthèse algébrique : des fonctions NI sont utilisées.

Vérifier la solution, puis exécuter le schéma à fonctions NI.

$Z = N[N[N[x, \overline{z}], N[N[A], x, y], N[N[A], \overline{y}, \overline{z}]]]$
1 2 3 — 4 6 — 5 6

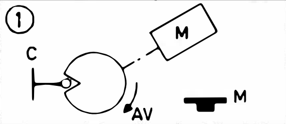
$Y = N[N[N[\overline{y}, \overline{z}], N[A, x, \overline{z}], N[A, \overline{x}, \overline{y}]]]$
7 8 9 — 10 — 11

$X = N[N[N[\overline{x}, \overline{y}], N[N[A], \overline{y}, \overline{z}], N[N[A], \overline{x}, z]]]$
12 13 14 — 5 6 — 15 6

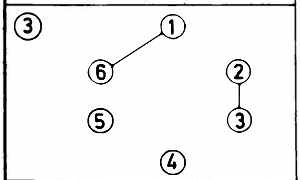
$S = N[\overline{x}, z].$
16

A₂. 85 — COMMANDE PAR BOUTON-POUSSOIR ET CAME

①



③



②

f(M C) 00	01	11	10	AV	AR
①	α	X	2	0	0
3	X		②	1	0
③	4	X		1	0
5	④		X	1	0
⑤	6	X		0	1
1	⑥		X	0	1

④

ETATS STABLES

f(xy) \ f(M.C)	00	01	11	10
00	①	⑥		
01	③			②
11		④		
10	⑤			

ETATS TRANSITOIRES

f(xy) \ f(M.C)	00	01	11	10
00				2
01		4		
11	5			
10		6		

SYNTHÈSE

f(xy) \ f(M.C)	00	01	11	10
00	①	⑥		2
01	③	4		②
11	3	④		
10	⑤	6		

⑤

f(xy) \ f(M.C)	00	01	11	10
00	0	0		1
01	1	1		1
11	0	1		
10	0	0		

⑥

f(xy) \ f(M.C)	00	01	11	10
00	0	0		0
01	0	1		0
11	1	1		
10	1	0		

(4) Même fonctionnement qu'en **(2),** mais on envisage le cas où le bouton M reste enclenché. La came doit tout de même s'arrêter après un tour. Pour qu'un nouveau cycle soit possible M doit être relâché au préalable.

Hypothèses.

État initial :
f(C) = 0 f(M) = 0 AV = 0.

Solution du cycle 1 : il n'y a pas de relais.
AV = M + C

Solution du cycle 2 : il y a un relais.
$X = M + \overline{C} . x$
AV = x + C.

Etude du cycle défini en (3).

Deux variables plus 2 sorties AV et AR déterminent $2^2 + 2 = 6$ colonnes.

Matrice des états : fig. 2.

Les cases vierges correspondent à des impossibilités fonctionnelles. Exemple : case repérée α : le moteur étant à l'arrêt, f(C) ne peut être actionné.

Polygone de fusion : fig. 3.

Le polygone de fusion définit 4 ensembles. 2 relais X. Y sont nécessaires. Il sera choisi (respect des adjacentes).

f(xy) = 00 ensemble ① ⑥
f(xy) = 01 ensemble ② ③
f(xy) = 11 ensemble ④
f(xy) = 10 ensemble ⑤

Matrice contractée : fig. 4.

Les cases vierges qui subsistent dans la matrice contractée de synthèse pourront être affectées de la valeur binaire donnant l'équation la plus simple du circuit.

Equations des circuits.

■ Relais Y : fig. 5. Développement par les **0** :
$Y = (y + M) . (\overline{x} + C)$.

■ Relais X : fig. 6. Développement par les **1** :
$X = C . y + \overline{C} . x + x . y$.

1re mise en facteur : $X = (C + x) . y + \overline{C} . x$

2e mise en facteur en considérant que $C . \overline{C} = 0$:

$$X = (C + x) . (y + \overline{C})$$

■ Contacteur avant : AV = y.

■ Contacteur arrière : $AR = \overline{y} . (x + C)$.

COMMANDE PAR BOUTON-POUSSOIR ET CAME

Un ensemble moteur–réducteur (fig. 1) entraîne une came en rotation. Celle-ci comporte une encoche où se loge le galet de commande d'un contact C en position d'arrêt.

Fonctionnement.

(1) On appuie sur le bouton M le temps nécessaire pour que le contact C soit actionné par la rotation de la came, entraînée par le moteur réducteur. La came fait un tour sens avant, puis s'arrête lorsque C retombe dans l'encoche.

(2) On appuie sur M un temps très court (impulsion) ; le moteur M démarre, mais C n'a pas le temps d'être actionné alors que l'action sur M a déjà cessé. La came fait un tour dans le sens avant, puis s'arrête.

(3) On appuie sur M comme précédemment ; la came fait un tour dans un sens. Lorsque C retombe dans son logement, il y a inversion du sens de rotation de la came qui revient à sa position origine et s'arrête.

COMMANDE PAR BOUTON-POUSSOIR ET CAME États transitoires imposés

A₂. 86

Etude du cycle défini en (4).

Matrice des états : fig. 1.

1re analyse, fonctionnement normal : séquences ①②③④.

2e analyse, cas où M. est maintenu : séquence ②⑤⑥.

3e analyse, cas où M est lâché puis de nouveau appuyé.

L'analyse est terminée. Les deux cases vierges qui subsistent définissent des impossibilités découlant de l'arrêt du moteur.

Polygone de fusion : fig. 2.

Il y a trois ensembles : ①; ②③; ④⑤⑥

Deux relais sont nécessaires; quatre combinaisons de variables sont définies. Pour conserver les adjacences entre combinaisons il est nécessaire de dissocier les ensembles; plusieurs solutions sont possibles.

La solution la plus simple semble être définie par :

f(xy) = 00 : ensemble ①
f(xy) = 01 : ensemble ② ③
f(xy) = 11 : ensemble ④ ⑤
f(xy) = 10 : ensemble ⑥

Matrice contractée : fig. 3.

La vérification montre que les évolutions de la matrice primitive sont respectées sauf pour la séquence ④→ 1 →①; en effet il n'y a pas adjacence entre ④ et ①. Cette remarque impose donc un transitoire supplémentaire permettant l'évolution correcte du circuit. La case en rouge va donc être utilisée et sera repérée du transitoire 1 venant de ④, qui s'écrira 1_4 (transitoire indicié).

La séquence devient ④→ 1_4 → 1 →①.

Matrice contractée définitive : fig. 4.

Etats transitoires imposés.

Certaines précautions s'imposent pour la recherche des équations. Analysons la séquence ④→ 1_4 → 1 → ①

Fonctionnement des relais X et Y.

En évoluant de l'état 1_4; f(xy) = 11 à l'état 1 ; f(xy) = 10 :

• f(x) garde la valeur **1.** Le contact **x** ne transite pas.

En 1_4, bobine X et contact sont dans le même état : f(x) = 1; X = 1.

• f(y) modifie sa valeur. Le contact **y** transite.

En 1_4, bobine Y et contact sont dans des états complémentaires : f(y) = 1; Y = 0.

On peut remarquer que les bobines prennent la valeur binaire de l'action qu'elles déterminent la phase suivante :

en 1_4; X = 1 car elle détermine en 1; f(x) = f(1)

Y = 0 car elle détermine en 1; f(y) = f(0).

Règle générale.

Pour les états transitoires imposés ou non, l'excitation du relais prend la valeur binaire de l'action sur le contact qu'elle détermine la phase suivante.

Equations des circuits.

Relais Y : fig. 5. Développement par les **0.** $Y = (C+\overline{x}) \cdot (M+y)$

Relais X : fig. 6. Développement par les **0.** $X = (C+x) \cdot (M+y)$

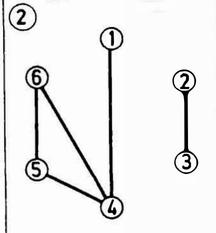
Contacteur avant : fig. 7. Développement par les **1.**

AV = y.

① f(M C)

00	01	11	10	N
①		X	2	0
3	X	5	②	1
③	4	X	2	1
1	④	5	X	1
X	4	⑤	6	1
1	X		⑥	0

②



③ f(M,C)

f(xy)				
00	①			2
01	③	4	5	②
11		④	⑤	6
10	1			⑥

④ f(M,C)

f(xy)				
00	①			2
01	③	4	5	②
11	1_4	④	⑤	6
10	1			⑥

1_4 : Transitoire imposé pour le déroulement correct du cycle.

⑤ f(M.C)

f(xy)	00	01	11	10
0 0	0			1
0 1	1	1	1	1
1 1	0	1	1	0
1 0	0			0

⑥ f(M.C)

f(xy)	00	01	11	10
0 0	0			0
0 1	0	1	1	0
1 1	1	1	1	1
1 0	0			1

⑦ f(M.C)

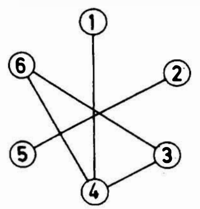
f(xy)				
00	0			Ø
01	1	1	1	1
11	Ø	1	1	Ø
10	0			0

A₂. 87 ÉQUIPEMENT DE SIGNALISATION

1

		f(D.A)				
00	01	11	10	K	L_c	L_f
1	4	X	2	0	0	0
5	X	3	2	1	1	0
X	4	3	6	0	0	1
1	4	3	X	0	0	0
5	4	X	2	1	1	0
1	X	3	6	0	0	1

2



3

		f(D.A) 00	01	11	10
f(xy)	00	1	4_1		2
	01	5	4_5	3	2
	11	1_6	4_3	3	6
	10	1	4	3	

4

		f(D.A) 00	01	11	10
f(xy)	00	1			
	01	5			
	11	1_6			6
	10	1	4		

ÉQUIPEMENT DE SIGNALISATION

Un système de signalisation de défaut doit réaliser les fonctions suivantes :

— l'apparition d'un défaut, même fugitif, déclenche une signalisation sonore et optique (klaxon et feu clignotant) ;

— à l'aide d'un bouton-poussoir il est possible d'arrêter le klaxon et de faire passer la lampe de signalisation de l'état feu clignotant à l'état feu fixe (cette opération s'appelle ***Acquittement***) ;

— la disparition du défaut entraîne l'extinction de la lampe à feu fixe.

Remarque. Un tel équipement pourrait être prévu dans une salle de contrôle (surveillance d'un poste de départ de câbles souterrains).

Hypothèses.

Soit D le relais de déclenchement et A le bouton d'acquittement.
K repérera le klaxon ;
L_c repérera la lampe en feu clignotant ;
L_f repérera la lampe en feu fixe.

L'apparition d'un défaut entraîne : f(D) = 1 et K = 1 : L_c = 1.

L'action sur le bouton d'acquittement f(A) = 1 si f(D) = 1 détermine K = 0, L_f = 0, L_c = 1.

La disparition du défaut f(D) = 0 entraîne :
K = 0, L_f = 0, L_c = 0.

Etat initial :
f(D) = 0, f(A) = 0,
K = 0, L_c = 0,
L_f = 0.

Matrice des états : fig. 1.

La matrice comporte quatre colonnes pour les variables d'entrée, trois colonnes pour les organes de sortie.

Raisonnement partiel.

— Analyse des séquences principales.

L'équipement est au repos (état 1) ; un câble se trouve en défaut : le circuit évolue vers l'état 2. On aura : f(D, A) = f(10), K = 1, L_c = 1, L_f = 0. On appuie sur le bouton d'acquittement : le circuit évolue vers 3. Il vient : f(D, A) = f(11), K = 0, L_c = 0, L_f = 1.

Le défaut disparaît : le circuit évolue vers 4 avec : f(D, A) = f(01), K = 0, L_c = 0, L_f = 0 et, après relâchement du bouton, l'état 1 est retrouvé.

— Analyse des séquences secondaires.

L'équipement est au repos (état 1) ; le bouton d'acquittement est appuyé : le circuit évolue vers 4.

Reprendre l'analyse en étudiant successivement l'état 2, l'état 3 etc.

Polygone de fusion : fig. 2.

Trois ensembles de séquences réversibles sont définis, soit deux relais permettant quatre combinaisons de variables secondaires. Il y a surabondance de combinaisons.

Pour essayer d'établir un circuit sans aléas de logique il est possible de dissocier les ensembles.

Matrice contractée : fig. 3.

Ensembles retenus : 1 ; 2 5 ; 3 6 ; 4

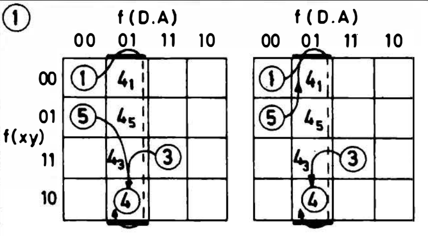
La solution proposée montre que deux conditions d'adjacences ne sont pas réalisées.

Deux états transitoires sont imposés pour le déroulement harmonieux des séquences : état 1_6 et 4_5.

ÉQUIPEMENT DE SIGNALISATION
Évolution des transitoires imposés

A₂. 88

1



2

f (D.A)

f(xy)	00	01	11	10
00	1	4_1		2
01	5	4_5	3	2
11	1_6	4_3	3	6
10	1	4	3	

3

f (D.A)

f(xy)	00	01	11	10
00	0	0	1	1
01	1	1	1	1
11	0	0	1	1
10	0	0	1	1

4

f (D.A)

f(xy)	00	01	11	10
00	0	1		0
01	0	1	1	0
11	1	1	1	1
10	0	1	1	

5

f (D.A)

f(xy)	00	01	11	10
00	0	0		∅
01	1	$∅_1$	$∅_1$	1
11	0	0	0	0
10	0	0		

6

f (D.A)

f(xy)	00	01	11	10
00	0	0		0
01	0	0	∅	0
11	0	0	1	1
10	0	0	∅	

7

f (D.A)

f(xy)	00	01	11	10
00	1	4	3	2
01	5	4	3	2
11				
10	1	4	3	6

Evolution des états transitoires imposés.

Il peut arriver que l'évolution des transitoires imposés ne soit pas définie de façon précise.

1er cas : l'évolution de la séquence est définie par la matrice contractée (fig. 4. A₂.87).

Les traits forts montrent les adjacences.

La matrice impose l'évolution de la séquence. 6 → 1_6 → 1 → 1.

En effet l'évolution 6 → 1_6 → 5 conduirait à un fonctionnement incorrect.

2e cas : l'évolution de la séquence n'est pas définie par la matrice contractée. Un choix doit être fait (fig. 1).

Matrice contractée (fig. 2). Elle explicite, par des flèches, l'évolution des séquences comportant des états transitoires imposés.

Equations des circuits.

— Relais Y : fig. 3.

- L'état 1_6 évolue vers l'état 1 et détermine f(y) = 0 donc Y = 0.
- L'état 4_5 évolue vers l'état 4_3 et détermine f(y) = 1 donc Y = 1.

La solution est

$$\boxed{Y = D + \bar{x} . y}$$

— Relais X : fig. 4.

- L'état 1_6 évolue vers l'état 1 et détermine f(x) = 1 donc X = 1.
- L'état 4_5 évolue vers l'état 4_3 et détermine f(x) = 1 donc X = 1.

La solution est

$$\boxed{X = A + x . y}$$

— Klaxon : fig. 5.

$$\boxed{K = \bar{x} . y}$$

— Lampe clignotante.

$$\boxed{L_C = \bar{x} . y}$$

— Lampe feu fixe : fig. 6.

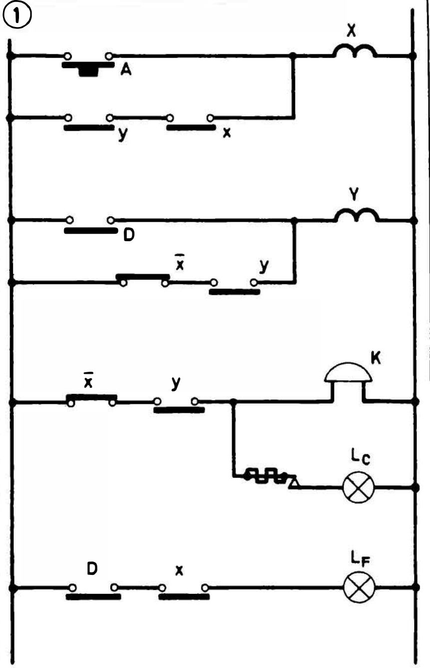
$$\boxed{L_F = D . x}$$

Remarques. D'autres choix d'ensembles de séquences réversibles sont possibles. Ils définissent une matrice contractée différente. Exemple : fig. 7.

Recherher à titre d'exercice les équations des circuits.

Solution. $Y = \bar{A} . (y + D . \bar{x})$ $\quad X = D . (x + A . \bar{y})$
$K = L_C = y$ $\quad L_F = x$

A₂. 89 ÉQUIPEMENT DE SIGNALISATION
Schéma — Équations de synthèse

①


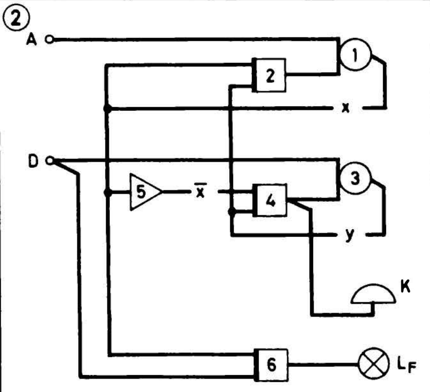
②


Schéma classique : (fig. 1.)

Logique à fonctions OU, ET, PAS. (fig. 2.)

$X = A + x \cdot y$
$X = O[A, (x \cdot y)]$
$X = O[A, E[x, y]]$
  1 2

$Y = D + \overline{x} \cdot y$
$Y = O[D, (\overline{x} \cdot y)]$
$Y = O[D, E[\overline{x}, y]]$
$Y = O[D, E[P[x], y]]$
  3 4 5

$K = \overline{x} \cdot y$
$K = E[\overline{x}, y]$
$K = E[P[x], y]$
  4 5

$L_C = K$
$L_F = D \cdot x$
$L_F = E[D, x]$
  6

Logique à fonctions NI.

$X = A + x \cdot y$
$X = N[\overline{A} \cdot (\overline{x} + \overline{y})]$
$X = N[N[A, (x \cdot y)]]$
$X = N[N[A, N[\overline{x}, \overline{y}]]]$
  1 2 3

$Y = D + \overline{x} \cdot y$
$Y = N[\overline{D} \cdot (x + \overline{y})]$
$Y = N[N[D, (\overline{x} \cdot y)]]$
$Y = N[N[D, N[x, \overline{y}]]]$
  4 5 6

$K = \overline{x} \cdot y$
$K = N[x, \overline{y}]$
  6

$L_C = N[x, \overline{y}]$
  6

$L_F = D \cdot x$
$L_F = N[\overline{D}, \overline{x}]$
$L_F = N[N[D], \overline{x}]$
  7 8

Remarque. L'examen des différentes expressions montre que le terme $N[x, \overline{y}]$, repéré 6 dans l'équation de Y, se retrouve dans l'équation de K et de Lc. Une simplification est donc possible.

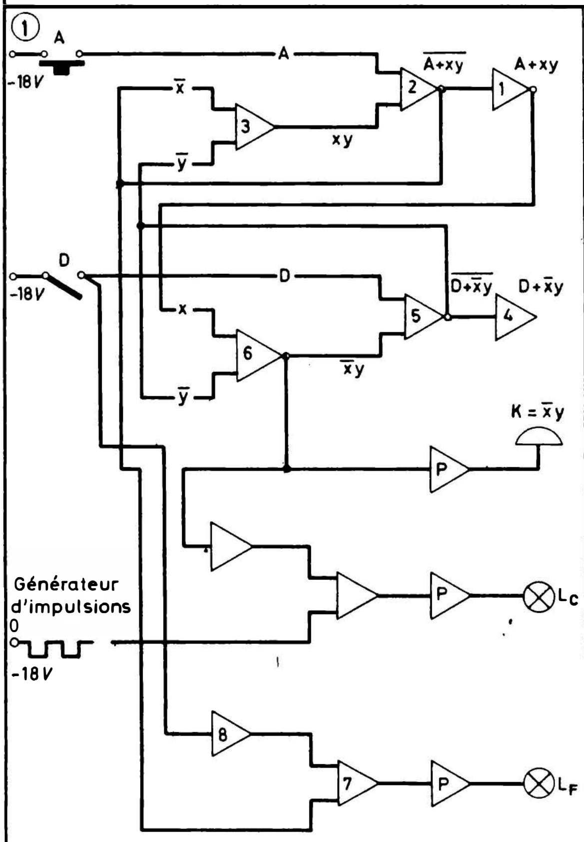
— La fonction 1 donne **x**, la fonction 2 donne $\overline{\mathbf{x}}$.

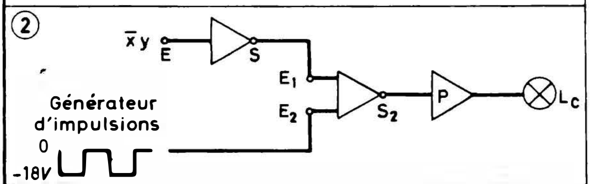
— La fonction 4 donne **y**. la fonction 5 donne $\overline{\mathbf{y}}$.

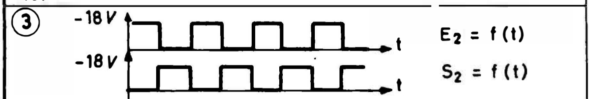
Il est donc inutile de rechercher les variables pures **x** et **y**.

ÉQUIPEMENT DE SIGNALISATION
Analyse de circuit

A₂. 90







Ceci apparaîtra d'ailleurs plus explicitement sur le schéma 1.

La fonction NI repérée 4, inutile, pourrait être supprimée.

Le schéma fait apparaître l'utilisation de trois amplificateurs de puissance permettant de commander les organes de signalisation.

Deux fonctions NI non repérées correspondent au circuit de L_c et permettent le fonctionnement demandé.

Analyse du circuit L_c : fig. 2.

Les entrées et les sorties de chaque fonction étant repérées, on peut écrire :

Fonctionnement de L_c **:** lorsque $\overline{x} \cdot y = 1$

$E = 1,\ S = 0,\ E_1 = 0$

mais $E_2 = 1$ ou 0 à la fréquence des signaux rectangulaires donc :

$$\left.\begin{array}{l} E_1 = 0 \\ E_2 = 0 \end{array}\right\} S_2 = 1$$

$$\left.\begin{array}{l} E_1 = 0 \\ E_2 = 1 \end{array}\right\} S_2 = 0$$

S_2 et E_2 définissent des signaux complémentaires (fig. 3) et, puisque

$$L_c = S_2,$$

la lampe clignote à la fréquence du générateur d'impulsions.

Arrêt de L_c **:** l'action sur le bouton poussoir A détermine $\overline{A + x \cdot y} = 1$ et $\overline{x} \cdot y = 0$ (sortie de la cellule 6).

$E = 0,\ S = 1,\ E_1 = 1$

donc :

$$\left.\begin{array}{l} E_1 = 1 \\ E_2 = 0 \end{array}\right\} S_2 = 0$$

$$\left.\begin{array}{l} E_1 = 1 \\ E_2 = 1 \end{array}\right\} S_2 = 0$$

Quelle que soit la valeur de E_2, S_2 vaut toujours 0.

Générateur d'impulsions rectangulaires. C'est un multivibrateur astable déterminant en permanence des signaux rectangulaires à une fréquence constante mais ajustable.

A₂. 91 CONTRÔLE DE CHAUFFERIES

1

f (D_1, D_2, B)

000	001	011	010	110	111	101	100	K	V_1	V_2
1	11	X	5	X	X	X	2	0	0	0
1	X	X	X	8	X	3	2	1	1	0
X	11	X	X	X	9	3	4	0	1	0
1	X	X	X	8	X	3	4	0	1	0
1	X	6	5	8	X	X	X	1	0	1
X	11	6	7	X	9	X	X	0	0	1
1	X	6	7	8	X	X	X	0	0	1
X	X	X	7	8	9	X	4	1	1	1
X	X	6	X	10	9	3	X	0	1	1
X	X	X	7	10	9	X	4	0	1	1
1	11	6	X	X	X	3	X	0	0	0

Une première solution sera traitée dans le cas général grâce aux matrices avec trois variables d'entrées f(D_1, D_2, B).

Une deuxième solution fera intervenir l'électrotechnicien.

1re solution : fig. 1.

Variables d'entrée 3 : f(D_1), f(D_2), f(B).

Organes de sortie 3 : K, V_1, V_2.

La matrice comporte : $2^3 + 3 = 11$ colonnes.

Etat initial : f(D_1, D_2, B) = f(000), K = 0, V_1 = 0, V_2 = 0.

Raisonnement partiel.

■ Mise en place de la première série de séquences principales.

Le raisonnement est le suivant : C_1 est en marche, si un défaut survient le circuit évolue de l'état 1 à l'état 2. Avec f(D_1, D_2, B) = f(100), K = 1, V_1 = 1, V_2 = 0.

Un opérateur acquitte le défaut en actionnant B, le circuit évolue vers l'état 3. Avec f(D_1, D_2, B) = f(101), K = 0, V_1 = 1, V_2 = 0. Le fait de lâcher B permet d'accéder à l'état 4.

Avec f(D_1, D_2, B) = f(100), K = 0, V_1 = 1, V_2 = 0.

Le défaut est réparé, le circuit revient à l'état initial 1 et V_1 s'éteint. Finalement on obtient la suite de séquences :

1 2 2 3 3 4 4 1

■ Mise en place de la deuxième série de séquences principales :

1 5 5 6 6 7 7 1

■ Mise en place des séquences secondaires.

Analyse. L'analyse des séquences montre une certaine symétrie entre les suites 1 2 3 4 8 et les suites 1 5 6 7.

Cette remarque pourra être retenue lors de la recherche des ensembles de séquences réversibles.

CONTRÔLE DE CHAUFFERIES

Une chaufferie comprend deux chaudières C_1 et C_2.

Une seule chaudière assure le chauffage de l'immeuble et, lorsque l'une d'elle est en service, l'autre est en secours, et réciproquement.

Chaque chaudière est munie d'un détecteur de défaut déterminant l'apparition d'un signal sonore et optique.

Un bouton d'acquittement permet d'arrêter le klaxon mais laisse éclairé le voyant lumineux si le défaut persiste.

Hypothèses.

Chaque chaudière est mise en route avec un contacteur :

- C_1 pour la chaudière 1 ;
- C_2 pour la chaudière 2.

Les détecteurs de défauts D_1 et D_2 sont des automates à verrouillage mécanique.

Les voyants V_1, V_2 permettent de repérer la chaudière en panne.

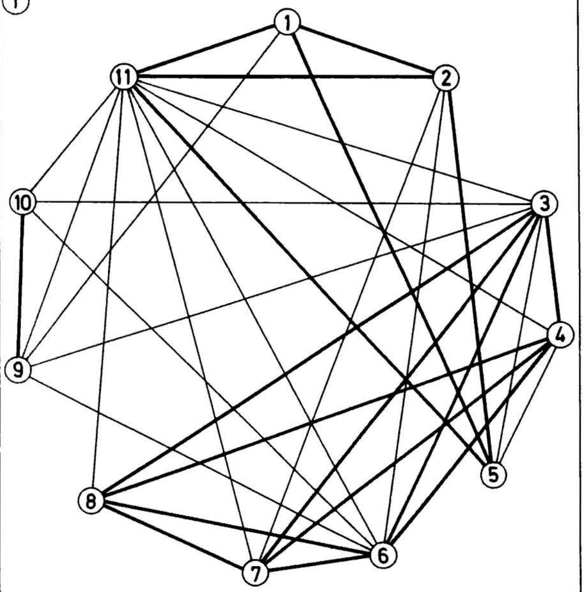
Le klaxon avertisseur sera repéré K et le bouton d'acquittement B.

Le problème restera limité à la signalisation et au contrôle.

CONTRÔLE DE CHAUFFERIES
Polygone de fusion

A₂. 92

1



Polygone de fusion . fig. 1.

Il y a onze états, le polygone comporte onze sommets. L'établissement du polygone permet de définir trois ensembles de séquences réversibles notés en traits forts. La liaison des systèmes entre eux réclame deux organes secondaires d'excitation X et Y.

On pourra disposer dans l'ordre f(x, y)

f(00) 1 2 5 11
f(01) 3 4 6 7 8
f(11) 9 10
f(10) —

L'ensemble 1 2 5 11 est affecté de la combinaison f(x, y) = f(00). Il contient en effet l'état initial où, par hypothèse, le circuit est au repos ; par conséquent les relais X et Y sont coupés.

2

f (D_1 D_2 B)

f (xy)		000	001	011	010	110	111	101	100
	00	1	11	6	5	8		3	2
	01	1	11	6	7	8	9	3	4
	11			6	7	10	9	3	4
	10								

Tableau contracté : fig. 2.

L'examen des suites des séquences montre qu'une évolution harmonieuse est respectée. Les adjacences existent et l'on revient sans difficulté à l'état 1.

La ligne f(x, y) = f(10) est surabondante.

Equation des circuits :

3

f (D_1 D_2 B)

f (xy)		000	001	011	010	110	111	101	100
	00	0	0	1	0	1		1	0
	01	0	0	1	1	1	1	1	1
	11			1	1	1	1	1	1
	10								

■ Equation de Y : fig. 3. Développement suivant les **1**.

$$Y = D_1 . y + D_2 . y + D_1 . D_2 + D_1 . B + D_2 . B$$

$$Y = y(D_1 + D_2) + D_1 . D_2 + B(D_1 + D_2)$$

$$\boxed{\mathbf{Y = (y + B)\,(D_1 + D_2) + D_1 . D_2}}$$

Les surfaces définies par les coordonnées f(D_1, D_2, B) = f(011) et f(111) sont adjacentes ; une seule variable f(D_1) transite. L'ensemble est explicité par D_2 . B.

4

f (D_1 D_2 B)

f (xy)		000	001	011	010	110	111	101	100
	00	0	0	0	0	0		0	0
	01	0	0	0	0	0	1	0	0
	11			0	0	1	1	0	0
	10								

■ **Equation de X :** fig. 4. Développement suivant les **1**.

$$X = D_1 . D_2 . B + D_1 . D_2 . x$$

$$\boxed{\mathbf{X = D_1 . D_2 . (B + x)}}$$

A₂. 93 — CONTRÔLE DE CHAUFFERIES SCHÉMA CLASSIQUE

①

f(D1 D2 B)

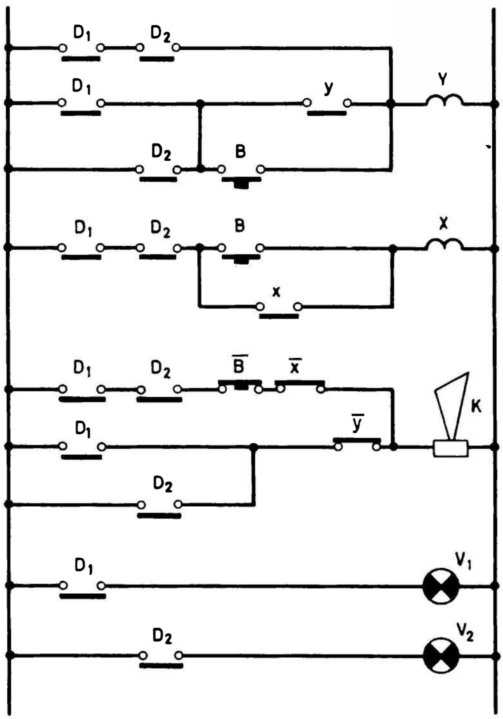
f(xy)	000	001	011	010	110	111	101	100
00	0	0	Ø	1	1		Ø	1
01	0	0	0	0	1	0	0	0
11			0	0	0	0	0	0
10								

②

f(D1 D2 B)

f(xy)	000	001	011	010	110	111	101	100
00	0	0	0	0	Ø		1	1
01			0	0	1	1	1	1
11			Ø	Ø	1	1	1	1
10								

③



- **Equation du klaxon :** fig. 1.

  $K = \overline{y} \cdot D_2 + \overline{y} \cdot D_1 + \overline{x} \cdot D_1 \cdot D_2 \cdot \overline{B}$

  $K = \overline{y} \cdot (D_1 + D_2) + \overline{x} \cdot D_1 \cdot D_2 \cdot \overline{B}$

- **Equation du voyant V_1** : fig. 2.

  $V_1 = D_1$

- **Equation du voyant V_2.**

  $V_2 = D_2$.

Vérifier ce résultat avec le tableau de KARNAUGH.

Schéma à relais électromécaniques fig. 3.

Les équations sont :

$Y = (B + y) \cdot (D_1 + D_2) + D_1 \cdot D_2$

$X = (B + x) \cdot D_1 \cdot D_2$

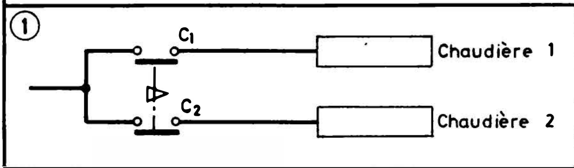
$K = \overline{y} \cdot (D_1 + D_2) + \overline{x} \cdot D_1 \cdot D_2 \cdot \overline{B}$

$V_1 = D_1$

$V_2 = D_2$

CONTRÔLE DE CHAUFFERIE
Deuxième solution logique

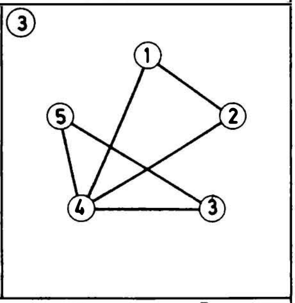
A₂. 94

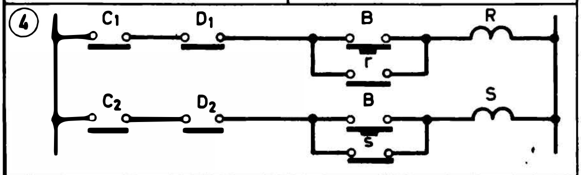


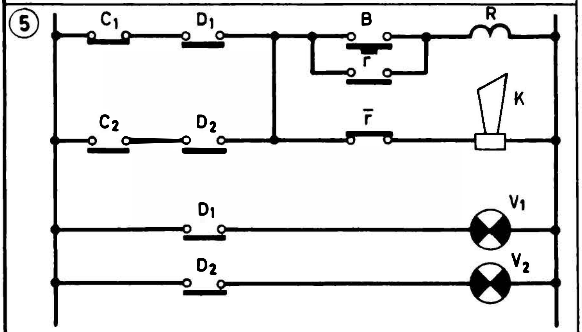
2

f(D₁ B)

00	01	11	10	K	V₁
1	4	X	2	0	0
1	X	3	2	1	1
X	4	3	5	0	1
1	4	3	X	0	0
1	X	3	5	0	1







2ᵉ solution.

Ce problème peut être traité de manière élégante avec une analyse préalable. En effet, le fonctionnement d'une chaudière excluant la marche de l'autre, on peut dresser le schéma fonctionnel 1.

Ceci nous amène à traiter la signalisation de chaque chaudière prise séparément.

Supposons la chaudière 1 en fonctionnement : C_1 est fermé. La matrice ne comportera que deux variables primaires, soit $f(D_1, B)$.

Matrice des états : fig. 2.

En définissant le polygone de fusion (fig. 3) on obtient deux ensembles de séquences ; il faut donc un organe secondaire d'excitation, soit R.

On adopte :

$f(r) = 0$ ① ②④
$f(r) = 1$ ③ ⑤

L'établissement de la matrice contractée ne présente aucune difficulté.

Les solutions sont :

$R = D_1 . (B + r)$ $\boxed{\text{ET}}$ C_1 fermé
$V_1 = D_1$
$K = \bar{r} . D_1$

Par permutation on obtient le second circuit :

$S = D_2 . (B + s)$ $\boxed{\text{ET}}$ C_2 fermé
$V_2 = D_2$
$K = \bar{s} . D_2$.

Le schéma 4 montre l'identité des relations de R et S et, puisque C_1 commande la chaudière 1 et C_2 la chaudière 2, les deux relais peuvent être confondus.

Les équations finales deviennent donc :

$R = (C_1 . D_1 + C_2 . D_2) . (B + r)$
$K = (C_1 . D_1 + C_2 . D_2) . \bar{r}$
$V_1 = D_1$
$V_2 = D_2$.

Schéma (fig. 5) :
la chaudière 1 est en marche) il n'y a pas de défaut.

La simplicité de ce dernier schéma montre que si l'algèbre de BOOLE est un outil précieux, son utilisation rationnelle et productive ne pourra que dépendre des qualités du technicien qui les utilise.

A₂. 95 CÔNTROLE DE FEEDERS

①

f (D.A.E)

000	001	011	010	110	111	101	100	K	L_R	L_J
①	6	X	14	X	X	X	2	0	0	0
7	X	X	X	3	X	9	②	1	0	0
X	X	X	8	③	11	X	4	0	1	0
5	X	X	X	3	X	13	④	0	1	0
⑤	6	X	8	X	X	X	2	0	0	1
1	⑥	12	X	X	X	9	X	0	0	0
⑦	10	X	8	X	X	X	2	1	0	0
5	X	12	⑧	3	X	X	X	0	0	1
X	10	X	X	X	11	⑨	2	1	0	0
7	⑩	12	X	X	X	9	X	1	0	0
X	X	12	X	3	⑪	13	X	0	1	0
1	6	⑫	14	X	11	X	X	0	0	0
X	6	X	X	X	11	⑬	4	0	1	0
1	X	12	⑭	3	X	X	X	0	0	0

②

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
1	0					0					0	0		0
2		0					0		0	0				
3			0	0		0		0		0	0		0	
4				0				0			0		0	
5					0			0			0			
6						0						0		0
7							0		0	0	0			
8								0	0		0		0	
9									0	0				0
10										0				
11											0	0	0	0
12												0	0	0
13													0	0
14														0

CONTRÔLE DE FEEDERS

Thème.

Une sous-station comporte différents disjoncteurs de départ commandés chacun par un déclencheur.

Le fonctionnement du déclencheur détermine d'une part l'ouverture du disjoncteur, d'autre part l'apparition d'un signal sonore (klaxon).

Le personnel de surveillance peut, avec un bouton dit d'acquittement, arrêter d'une part le klaxon, d'autre part mettre en mémoire le déclenchement (lampe de signalisation rouge).

La disparition du défaut amène l'arrêt de la lampe rouge et allume une lampe jaune. Il est possible alors de réenclencher le disjoncteur puis d'éteindre la lampe jaune avec un bouton dit d'effacement.

Hypothèses.

La solution se limitera aux problèmes de signalisation. Il reste entendu que le schéma imposera le respect de l'ordre des manœuvres définies par le sujet.

— Repères des organes d'entrées :

- déclencheur : f(D),
- acquittement : f(A),
- effacement : f(E).

— Repères des organes de sortie :

- klaxon : K,
- lampe Rouge : L_R,
- lampe Jaune : L_J.

Matrice des états : fig. 1.

Etat initial : f(D) = 0, f(A) = 0, f(E) = 0
K = 0, L_J = 0, L_R = 0.

Raisonnement partiel.

— Analyse des séquences principales.

- Le circuit est au repos : état initial ①.
- Un défaut apparaît, le circuit évolue vers ②.
- Action sur le bouton acquittement, alors que le défaut persiste, le circuit évolue vers ③.
- Relâchement du bouton, le circuit évolue vers ④.
- Le défaut disparaît, le circuit évolue vers ⑤.
- Action sur le bouton effacement après remise en service du disjoncteur, le circuit évolue vers ⑥.
- Relâchement du bouton effacement, on retrouve l'état ①.

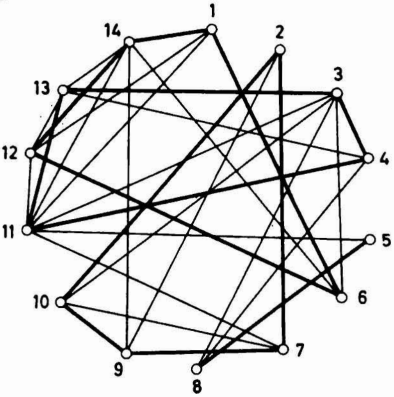
— Analyse des séquences secondaires.

- Nous sommes en ② ; action fortuite sur le bouton effacement, le circuit évolue vers l'état ⑨: les sorties ne doivent pas être modifiées.
- Nous sommes en ⑨; action sur le bouton acquittement, le circuit évolue vers ⑪ : les sorties en ⑪ et ③ doivent rester identiques.
- Reprendre l'analyse en étudiant successivement les états ③, ④, etc.

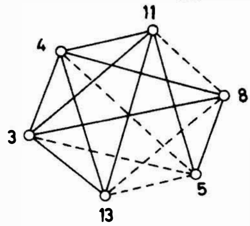
CONTRÔLE DE FEEDERS
Polygone de fusion

A₂. 96

(1)



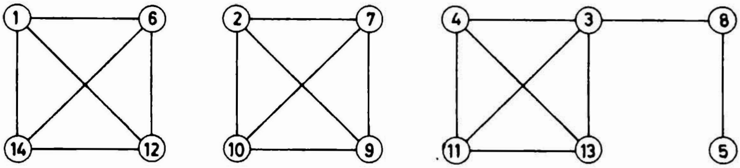
(3)



(4)

(1) (6) (12) (14)
(2) (7) (9) (10)
(4) (3) (13) (11)
(8) (5)

(2)



Recherche des séquences réversibles.

Lorsque la matrice devient complexe, l'analyse méthodique des séquences peut utiliser un diagramme (fig. 2 - $A_2$95).

Chaque case du tableau aura pour coordonnées deux états stables. Une séquence réversible sera définie par un cercle.

Une seule moitié du diagramme est utile, l'autre moitié étant son symétrique.

Polygone de fusion : fig. 1.

La matrice fait apparaître quatorze états stables, le polygone aura quatorze sommets.

Ensembles de séquences réversibles : fig. 2.

Les états (1) (6) (12) (14) forment un ensemble de séquences réversibles car on peut aller indifféremment d'un état à l'autre avec le seul jeu des variables primaires.

Par contre les états (4) (3) (11) (13) (8) (5) ne forment pas un ensemble de séquences réversibles car si, de (3), il est possible d'évoluer vers (8) et inversement, de (3) il n'est pas possible d'accéder directement à (5). Pour que cet ensemble de séquences soit réversible il fallait obtenir le polygone 3.

Apparaissent, en pointillé, les conditions de séquences réversibles supplémentaires ; elles devraient être au nombre de cinq.

Finalement on obtient les lignes de séquences représentées par la figure 4.

Tableau contracté.

Quatre combinaisons de variables secondaires sont nécessaires ; soit deux excitations de variables secondaires (deux relais) X et Y.

Le tableau contracté comportera donc huit colonnes pour les variables d'entrée et quatre lignes pour les variables secondaires.

A₂. 97 — CONTRÔLE DE FEEDERS
Équations des circuits

① f (D.A.E) — f (xy)

f(xy) \ f(D.A.E)	000	001	011	010	110	111	101	100
00	(1)	(6)	(12)	(14)	3_{14}	11_{12}	9	2
01	(7)	(10)	12_{10}	8_7	3_2	11_9	(9)	(2)
11	5	6_{13}	12_{11}	8	(3)	(11)	(13)	(4)
10	(5)	6_5	12_8	(8)	3_8			2

② (1) → 2 → (2) → 3 → (3) → 5 → (5) → 6 → (6) → (1)

③ f (D.A.E) — f (xy)

Etats stables

f(xy) \ f(D.A.E)	000	001	011	010	110	111	101	100
00	0	0	0	0				
01	0	0					0	0
11					1	1	1	1
10	1			1				

Etats transitoires

f(xy) \ f(D.A.E)	000	001	011	010	110	111	101	100
00					0	0	0	0
01			1	1	1	1		
11	1	1	1	1				
10		0	0		1			0

Synthèse

f(xy) \ f(D.A.E)	000	001	011	010	110	111	101	100
00	0	0	0	0	0	0	0	0
01	0	0	1	1	1	1	0	0
11	1	1	1	1	1	1	1	1
10	1	0	0	1	1	0	0	0

④ f (D.A.E) — f (xy)

f(xy) \ f(D.A.E)	000	001	011	010	110	111	101	100
00	0	0	0	0	1	1	1	1
01	1	1	1	1	1	1	1	1
11	0	0	0	0	1	1	1	1
10	0	0	0	0	1	1	0	0

⑤ f (D.A.E) — f (xy)

f(xy) \ f(D.A.E)	000	001	011	010	110	111	101	100
00	0	0	0	0	0	0	Ø	Ø
01	1	1	$Ø_1$	$Ø_1$	$Ø_1$	$Ø_1$	1	1
11	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	Ø

En essayant d'ordonner dans ce tableau les séquences réversibles de façon à respecter l'analyse matricielle on obtient le tableau contracté 1.

Vérification de l'ordre des séquences : fig. 2.

Il faut noter les deux cases vierges qui pourront prendre une valeur binaire quelconque.

Recherche des équations des circuits.

— **Excitation X** : fig. 3.

La solution est :

$$X = x.y + A.y + A.\overline{E}.x + \overline{D}.\overline{A}.\overline{E}.x$$

$$X = y(A + x) + \overline{E}.x\,(A + \overline{D}.\overline{A})$$

mais $A + \overline{D}.\overline{A} = A + \overline{D}$

$$X = y(A + x) + \overline{E}.x\,(A + \overline{D})$$

On notera l'évolution particulière de la séquence (10) → 12_{10} → 12_{11} → 12_8 → (12) alors qu'il était possible de faire (10) → 12_{10} → (12). Ce choix permet d'affecter à la case repérée 12_{10} la valeur binaire **1** définissant une équation relativement simple.

— **Excitation Y** : fig. 4.

$$Y = D.A + D.\overline{x} + \overline{D}.y + \overline{x}.y$$

$$Y = \overline{x}.(D + y) + D.(A + y)$$

— **Sortie klaxon** : fig. 5.

$K = \overline{x}.y$, en affectant la valeur **1** aux cases repérées Ø de coordonnées $\overline{x}.y$.

CONTRÔLE DE FEEDERS
Schéma de synthèse

A2. 98

①

f (D.A.E)

f(xy)	000	001	011	110	110	111	101	100
00	0	0	0	0	Ø	Ø	0	0
01	0	0	0	0	Ø	Ø	0	0
11	$\emptyset_1$	$\emptyset_1$	$\emptyset_1$	$\emptyset_1$	1	1	1	1
10	0	0	0	0	Ø	0	0	0

②

f (D. A.E.)

f(xy)	000	001	011	010	110	111	101	100
00	0	0	0	0	0	0	0	0
01	0	0	0	Ø	0	0	0	0
11	Ø	0	0	Ø	0	0	0	0
10	1	$\emptyset_1$	$\emptyset_1$	1	$\emptyset_1$	1	1	$\emptyset_1$

— **Sortie lampe de signalisation rouge** L_R : fig. 1.

$$L_R = x \cdot y$$

— **Sortie lampe de signalisation** L_J : fig. 2.

$$L_J = x \cdot \bar{y}$$

Schéma à relais électromécanique : fig. 3.

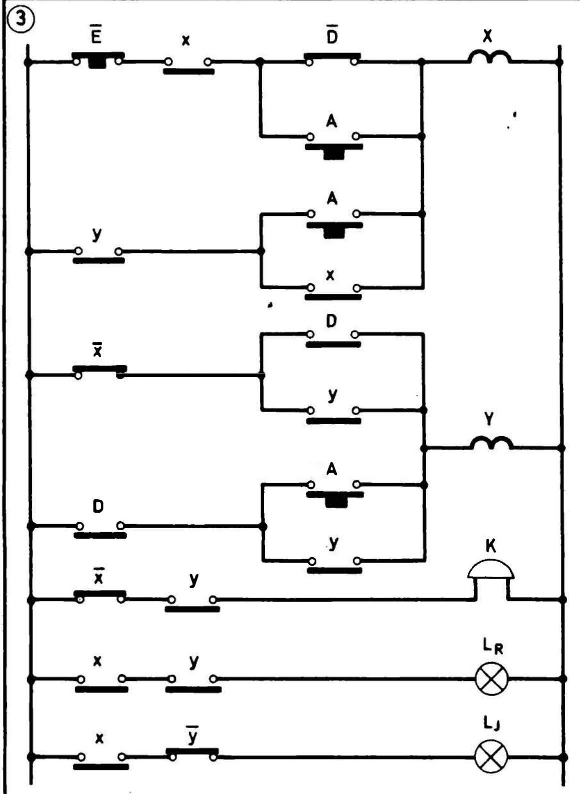
Synthèse algébrique à l'aide de fonctions OU et NI.

$$X = y \cdot (A + x) + \bar{E} \cdot x \cdot (A + \bar{D})$$
$$X = O[y \cdot (A + x),\ \bar{E} \cdot x(A + \bar{D})]$$
$$X = O[N[\bar{y},\ (\bar{A} \cdot \bar{x})],\ N[E, \bar{x},\ (\bar{A} \cdot D)]]$$
$$X = O[N[\bar{y},\ N[A, x]],\ N[E, \bar{x},\ N[A, \bar{D}]]]$$

et, pour retrouver les variables primaires pures :

$$X = \underset{1}{O}\Big[\underset{2}{N}[\bar{y},\ \underset{4}{N}[A, x]],\ \underset{3}{N}\big[E, \bar{x},\ \underset{5}{N}[A,\ \underset{6}{N}[D]]\big]\Big]$$

③



$$Y = \bar{x}(D + y) + D(A + y)$$
$$Y = O[\bar{x} \cdot (D + y),\ D \cdot (A + y)]$$
$$Y = O[N[x,\ (\bar{D} \cdot \bar{y})],\ N[\bar{D},\ (\bar{A} \cdot \bar{y})]]$$
$$Y = O[N[x,\ N[D, y]],\ N[\bar{D},\ N[A, y]]]$$
$$Y = \underset{7}{O}[\underset{8}{N}[x,\ \underset{10}{N}[D, y]],\ \underset{9}{N}[\underset{6}{N}(D),\ \underset{11}{N}[A, y]]]$$

$$K = \bar{x} \cdot y$$
$$K = \underset{12}{N}[x, \bar{y}]$$

$$L_R = x \cdot y$$
$$L_R = \underset{13}{N}[\bar{x}, \bar{y}]$$

$$L_J = x \cdot \bar{y}$$
$$L_J = \underset{14}{N}[\bar{x}, y]$$

Ce schéma fonctionne correctement soit par utilisation de relais électromécaniques, soit par utilisation de relais statiques.

L'essai au simulateur à relais statiques montre que la lampe jaune s'allume à la mise sous tension du simulateur. Il faut agir sur le bouton « effacement » pour provoquer l'extinction.

A₂. 99 UNITÉ DE PERÇAGE

UNITÉ DE PERÇAGE

L'unité de perçage (fig. 1) d'une machine transfert est déplacée longitudinalement à l'aide d'une vis et d'un moteur M_o à deux sens de rotation par l'intermédiaire d'un réducteur de vitesse à roue dentée. La course est limitée par des contacts fin de course G et D.

Les cycles de fonctionnement sont les suivants :

— arrêt,

— fonctionnement en manuel,

— fonctionnement en cycle automatique.

Description du fonctionnement.

• Fonctionnement en manuel.

Il est destiné à opérer les réglages. Deux boutons-poussoirs permettent d'obtenir la translation gauche ou la translation droite. La course reste limitée par les automates G et D. L'action sur les butées G et D est indiquée par deux lampes de signalisation. L'action de l'automate M est exclue au cours des réglages.

• Fonctionnement en cycle automatique.

Dès la mise en service la broche se met en rotation et le cycle décrit est le suivant :

— une pièce P à percer, serrée dans un montage, arrive en position et agit sur l'automate M ;

— le moteur M_o se met en marche et la tête de perçage se déplace vers la gauche libérant la fin de course D ;

— Parvenu en fin de course avant, l'automate G est actionné. Il en résulte l'arrêt de la translation avant et le début de la translation arrière ;

— le fin de course G est libéré et, en bout de course arrière, le fin de course D est actionné et le mouvement est arrêté ;

— la pièce P est libérée, le cycle est terminé ;

— la mise en place d'une nouvelle pièce déclenche un nouveau cycle.

Hypothèses.

Définissons toutes les variables primaires données par le sujet.

— f(M), l'action sur la variable déclenchant le cycle automatique.

— f(G), l'action sur le fin de course placé en gauche.

— f(D), l'action sur le fin de course placé en droite.

— $f(M_g)$, l'action sur le bouton-poussoir définissant la translation vers la gauche. $f(M_d)$, l'action sur le bouton-poussoir définissant la translation vers la droite.

Les organes de sortie seront :

— le contacteur de translation vers la gauche, repéré AV ;

— le contacteur de translation vers la droite, repéré AR ;

— le contacteur de broche, repéré B ;

— la lampe témoin verte, repérée L_V ;

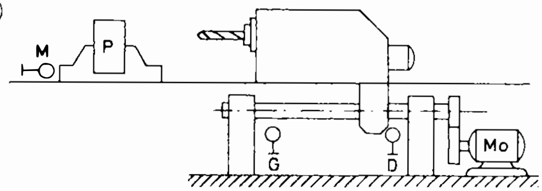
— La lampe témoin jaune, repérée L_J.

Il sera admis que les contacteurs AV et AR seront verrouillés électriquement et mécaniquement entre eux.

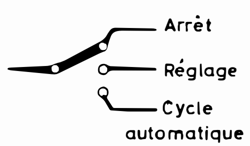
Analyse logique des circuits électriques.

Deux fonctionnements (cycle automatique ou réglage) apparaissent ; on utilisera un commutateur à trois directions (fig. 2).

1



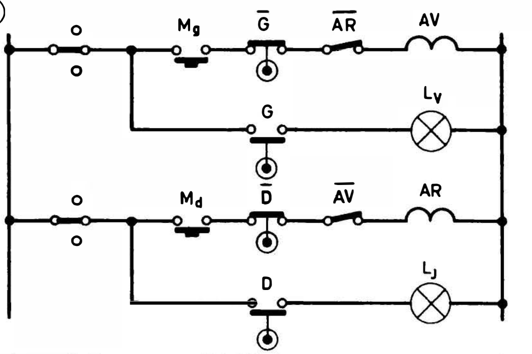
2



UNITÉ DE PERÇAGE
Cycle de réglage

A₂. 100

①



②

f (M, D, G)

000	001	011	010	110	111	101	100	AV	AR
	X		1	2	X	X	X	0	0
X	X	X		2		X	3	1	0
	X	X	X		X	4	3	1	0
X		X	X	X		4	5	0	1
	X	X	X	6	X		5	0	1
X	X	X	1	6		X		0	0

Position réglage et signalisation.

La lecture des fonctions réalisées montre que nous sommes en présence d'un problème de pure combinaison, aucune mémoire ne se révélant nécessaire.

Translation vers la gauche.

La translation vers la gauche (contacteur AV excité) est obtenue :

- si le contacteur AR n'est pas excité : f(AR) = 0,
- ET si le fin de course gauche n'est pas actionné f(G) = 0,
- ET si l'on appuie sur le bouton-poussoir gauche $f(M_g) = 1$.

On écrira : AV = 1 si f(AR) = 0 ET f(G) = 0 ET $f(M_g) = 1$.

$AV = f(AR . G . M_g) = f(0 . 0 . 1)$.

$AV = \overline{AR} . \overline{G} . M_g$.

Translation vers la droite.

De la même façon la translation vers la droite est obtenue pour AR = 1 si f(AV) = 0 ET f(D) = 0 ET $f(M_d) = 1$.

$AR = f(AV . D . M_d) = f(0 . 0. 1)$.

$AR = \overline{AV} . \overline{D} . M_d$.

Les équations logiques de la **signalisation** sont immédiates.

L_V = si f(G) = 1

$L_V = G$

L_J = 1 si f(D) = 1

$L_J = D$.

Le circuit électrique partiel est représenté par la figure 1.

Position cycle automatique.

- ***Circuit de la broche.***

Les fonctions réalisées imposent la mise en route de la broche dès la mise en service.

Le contacteur commandant la rotation de la broche sera donc excité grâce au commutateur de sélection.

- ***Circuit des contacteurs translation droite et gauche.***

La lecture du texte montre que nous sommes en présence d'un circuit de type séquentiel ; en effet le début et la fin du cycle sont déterminés par des actions identiques sur les variables primaires.

— début du cycle : f(M . D . G) = f(1 . 1 . 0) ;

— fin du cycle : f(M . D . G) = f(1 . 1 . 0).

Des variables secondaires discriminant le début et la fin du cycle sont nécessaires.

La solution du problème va faire appel à deux méthodes différentes :

— Première méthode : analyse matricielle à partir des trois variables primaires.

— Deuxième méthode : analyse grâce au diagramme des phases.

1re méthode.

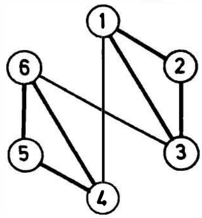
La matrice comportera huit colonnes pour les variables primaires deux colonnes pour les sorties (fig. 2).

A₂. 101 — UNITÉ DE PERÇAGE
Cycle automatique

①

①	f (M,D,G) = f (010)	La tête de perçage est à l'arrêt
②	f (M,D,G) = f (110)	Une pièce arrive en position : la tête de perçage se déplace vers la gauche.
③	f (M,D,G) = f (100)	Le déplacement continue vers la gauche.
④	f (M,D,G) = f (101)	Arrêt du déplacement vers la gauche ; début du déplacement vers la droite.
⑤	f (M,D,G) = f (100)	Déplacement vers la droite
⑥	f (M,D,G) = f (110)	Arrêt du déplacement vers la droite.
①	f (M,D,G) = f (010)	Arrêt du cycle.

②



③ f (M.D.G)

f(x)	000	001	011	010	110	111	101	100
0				①	②		4	③
1				1	⑥		④	⑤

④

f(x)								
0				0	0		1	0
1			·	0	1		1	1

⑤

f(x)								
0				0	1		Ø0	1
1				0	0		0	0

⑥

f(x)								
0				0	0		Ø0	0
1				0	0		1	1

Son établissement résulte du tableau 1.

L'état ① est l'état stable permettant l'évolution ultérieure du cycle automatique.

Remarque. La matrice présente un nombre élevé de cases vierges car l'analyse exclut tout fonctionnement des automates autre que celui décrit par le cycle.

Exemples :

— les fins de course Droite et Gauche ne peuvent être actionnés ensemble. Les colonnes f(M . D . G) = f(011) et f(111) représentent des impossibilités.

— la tête de perçage se déplace vers la gauche (sens avant), toute action sur le fin de course D est impossible à partir de l'état ③.

Les cases vierges comme les cases croisées pourront être affectées d'un transitoire fictif de manière à faciliter la recherche des séquences réversibles.

Polygone de fusion : fig. 2.

Il apparaît deux ensembles de séquences réversibles : les séquences

①②③ et ④⑤⑥

Pour discriminer ces ensembles de séquences entre eux un organe d'excitation secondaire est nécessaire : soit X cet organe.

Il sera adopté :

f(x) = 0 pour les états ①②③
f(x) = 1 pour les états ④⑤⑥

Matrice contractée : fig. 3.

ÉQUATIONS DES CIRCUITS

- **Équation de X :** fig. 4.

$$X = M . x + G$$

- **Équation du contacteur AV :** fig. 5.

Pour obtenir l'arrêt immédiat, la case notée Φ est repérée de la valeur binaire **0.**

$$AV = M . \overline{G} . \overline{x}$$

- **Équation du contacteur AR :** fig. 6.

$$AR = \overline{D} . x$$

UNITÉ DE PERÇAGE
Diagramme des phases

A₂. 102

Le circuit électrique partiel peut être celui représenté par la figure 1.

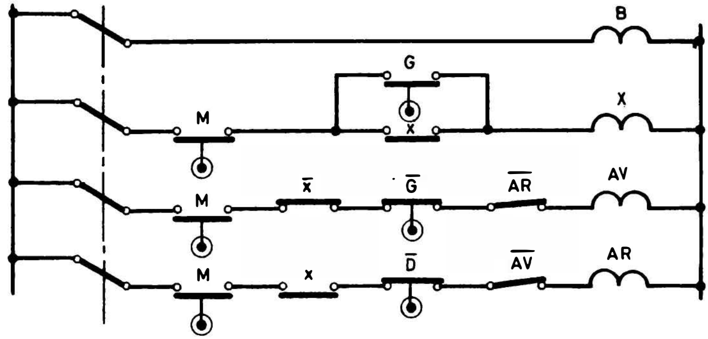
2e méthode.

Diagramme des phases : fig. 2.

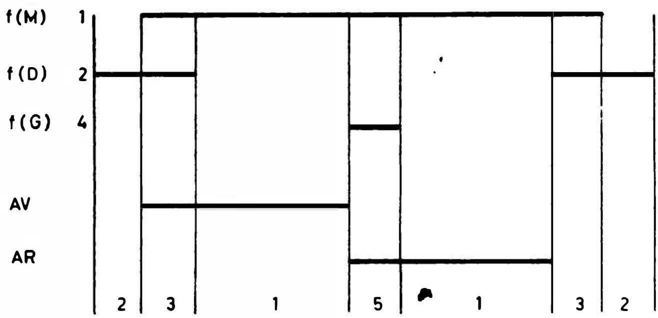
Son établissement est le résultat de l'analyse précédente.

La somme binaire des différentes colonnes montre qu'il est nécessaire de discriminer les colonnes de poids binaire 1 ainsi que celles de poids binaire 3. Vérifions si une variable secondaire f(x) permet cette discrimination (fig. 3).

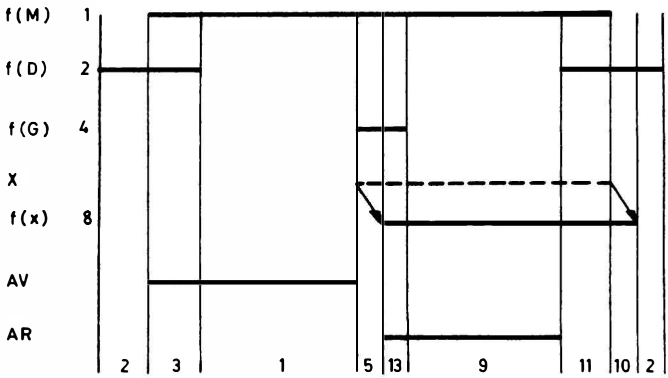
①



②



③



A_2. 103

UNITÉ DE PERÇAGE
Schéma général

La vérification montre que toutes les colonnes ont des poids binaires différents hormis deux colonnes définissant l'arrêt du cycle et ayant 2 comme poids binaire.

L'analyse est donc correcte et la recherche des équations possible.

Equations du circuit.

- **Equation de X.**

Les variables qui interviennent dans le fonctionnement de X sont :

— pour l'enclenchement : f(M . G) ;

— pour la mise en mémoire : f(M . x).

$X = f(M . G) + f(M . x) = f(1 . 1) + f(1.1)$

$X = M . G + M . x = M . (G + x)$.

On peut noter que X sera désexcité si f(M) = f(0). Les poids binaires des deux termes de l'expression montrent que la discrimination avec les autres colonnes reste suffisante.

- **Equation du contacteur AV.**

Ce circuit ne comporte pas de mémoire. Il est possible d'écrire directement :

$AV = M . D . \overline{G} . \overline{x} + M . \overline{D} . \overline{G} . \overline{x}$

$AV = M . \overline{G} . \overline{x}$

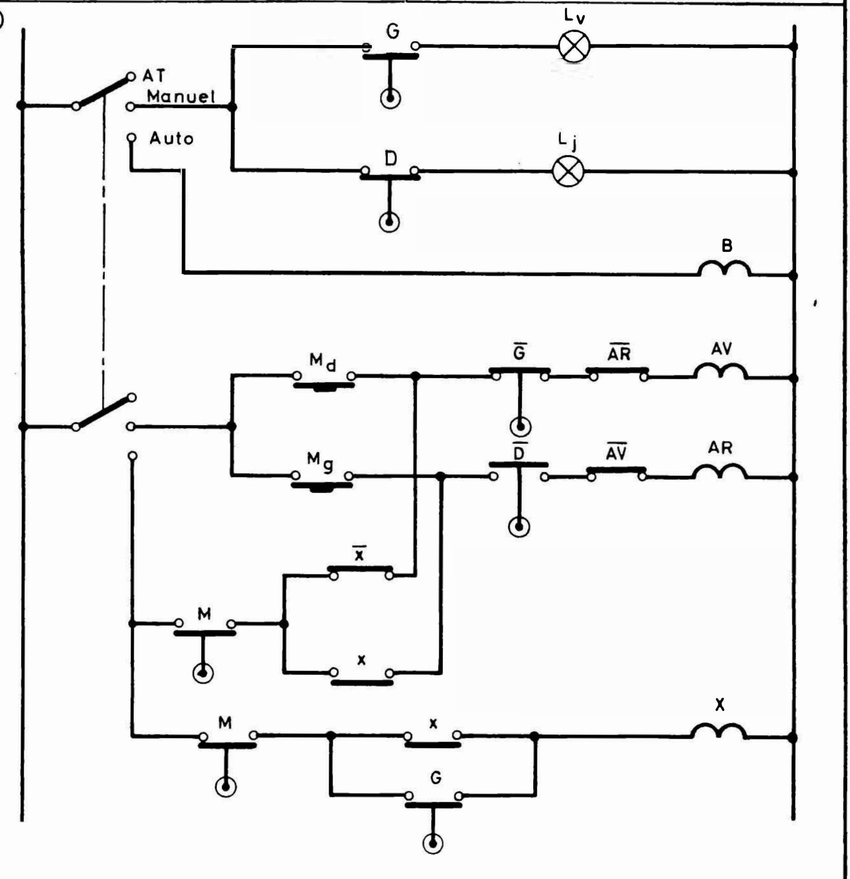
- **Equation du contacteur AR.**

$AR = M . \overline{D} . x$

— **Schéma de synthèse :** fig. 1.

En position Arrêt, la broche est en fin de course droite ; il n'y a pas de pièces en M.

①



COMMANDE D'UN CHARIOT À RETOUR AUTOMATIQUE

A₂. 104

COMMANDE D'UN CHARIOT À RETOUR AUTOMATIQUE

Un chariot peut se déplacer suivant un parcours limité par deux contacts fin de course. La mise en route et l'arrêt sont obtenus avec deux boutons poussoirs (fig. 1).

Fonctions réalisées. L'ordre de marche ayant été donné, le chariot se détache de sa position origine à gauche pour aller vers la droite : lorsque la position droite est atteinte le chariot revient à sa position origine et le mouvement continue automatiquement tant que n'est pas ordonné l'arrêt. Dans ce cas si le chariot a déjà amorcé une course partielle, il ne stoppera qu'au retour en position origine.

Hypothèses. Définissons les variables primaires.

f(M) Signal marche.
f(A) Signal arrêt.
f(G) Action sur le fin de course gauche.
f(D) Action sur le fin de course droite.

Les mouvements de translation du chariot seront obtenus avec un moteur commandé à partir de deux contacteurs.

Les organes de sortie seront donc :

— le contacteur de translation avant, repéré AV ;

— le contacteur de translation arrière, repéré AR.

Analyse logique.

Une première étude permet de diminuer le nombre des variables primaires.

En effet, puisque la mise en route et l'arrêt du fonctionnement sont obtenus avec des boutons à impulsions f(M . A), un organe de mise en mémoire des ordres reçus est nécessaire. Appelons R cet organe de mise en mémoire.

L'équation d'un tel circuit est connue (voir A_2.44). $R = \bar{A}(M + r)$

L'analyse se limite donc à un problème à trois variables d'entrée :

— deux variables primaires f(G D) ;

— une variable secondaire f(r).

Matrice des états : fig. 2.

Etablissement.

Mise en place de la série de séquences principales : 1 2 3 4 5

Mise en place de la série de séquences secondaires : 3 6 7 8 , etc.

Polygone de fusion: fig. 3.

Solution adoptée : un relais X est nécessaire

— f(x) = 0 pour l'ensemble de séquences réversibles 1 2 3 6

— f(x) = 1 pour l'ensemble de séquences réversibles 4 5 7 8

Matrice contractée : fig. 4.

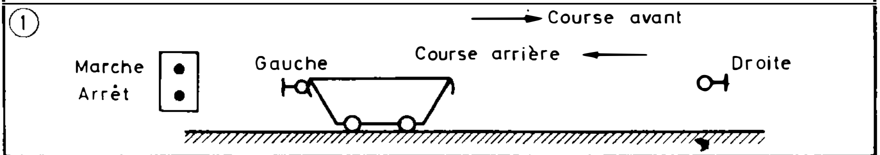
Équations du circuit.

Equation de X : fig. 5.

Développement par les **0.**

$$X = \bar{G}\,.\,(D + x)$$

1

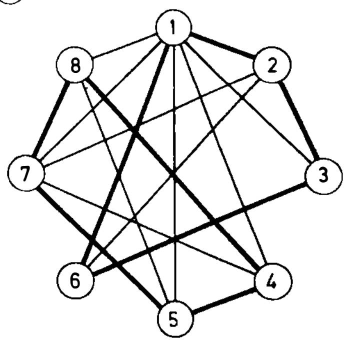


2

f(r.G.D)

000	001	011	010	110	111	101	100	AV	AR
			①	2				0	0
			1	②			3	1	0
6						4	③	1	0
	7					④	5	0	1
8				2			⑤	0	1
⑥	7						3	1	0
8	⑦					4		0	1
⑧			1				5	0	1

3



4

f(r.G.D)

f(x)	000	001	011	010	110	111	101	100
0	⑥	7		①	②		4	③
1	⑧	⑦		1	2		④	⑤

5

f(r.G.D)

f(x)	000	001	011	010	110	111	101	100
0	0	1		0	0		1	0
1	1	1		0	0		1	1

A₂. 105 — CHARIOT À RETOUR AUTOMATIQUE
Diagramme des phases

— **Equation du contacteur** AV : fig. 1.
Pour éviter tout retard à la coupure du contacteur, les cases repérées Φ prennent la valeur **0.**

$AV = \overline{x} . r . \overline{D} + \overline{x} . \overline{G} . \overline{D}$

$AV = \overline{x} . \overline{D} . (r + \overline{G})$

— **Equation du contacteur AR** : fig. 2.

$AR = x . \overline{G}$

Logique du circuit obtenue à partir des matrices.

$R = \overline{A} . (M + r)$ $X = \overline{G} . (x + D)$

$AV = \overline{x} . \overline{D} . (r + \overline{G})$ $AR = x . \overline{G}$

Diagramme des phases : fig. 3.
La somme des poids binaires des variables d'entrées montre que les sorties repérées AV et AR ne sont pas discriminées (noter en particulier les colonnes de poids 1).
Disposons une variable secondaire et décalons d'une phase les sorties AV et AR pour obtenir des expressions Booléennes simples.

L'examen du diagramme 4 montre que l'excitation secondaire X et les sorties AV et AR sont discriminées.
La disposition est donc correcte.

— **Equation de X.**
X est excité par f(r . G) = f(1 . 1).
X s'auto-alimente puis est coupé par f(D).

$X = r . G + x . \overline{D}$

— **Equation du contacteur AV.** La sortie AV peut être excitée par f(X) et coupée par f(D)
AV = 1 si f(x D) = f(1 . 0)

$AV = x . \overline{D}$

— **Equation du contacteur AR.** La sortie AR peut être excitée par f(x) et coupée par f(G)
AR = 1 si f(x G) = f(0 . 0)

$AR = \overline{x} . \overline{G}$

Logique du circuit obtenue à partir du diagramme des phases.

$R = \overline{A} . (M + r)$ $X = r . G + x . \overline{D}$

$AV = x . \overline{D}$ $AR = \overline{x} . \overline{G}$

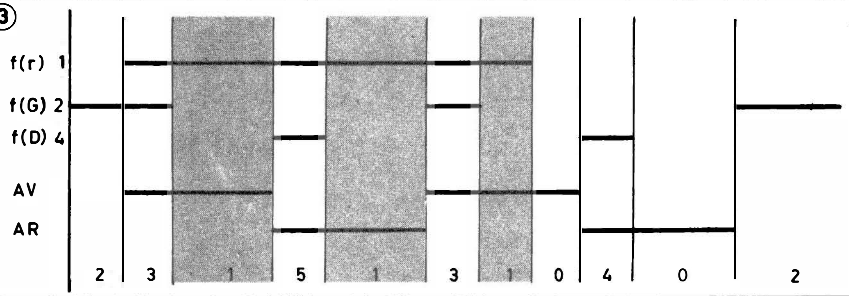
①

f(x) \ f(r.G.D)	000	001	011	010	110	111	101	100
0	1	$\emptyset_0$		0	1		$\emptyset_0$	1
1	0	0		0	$\emptyset_0$		0	0

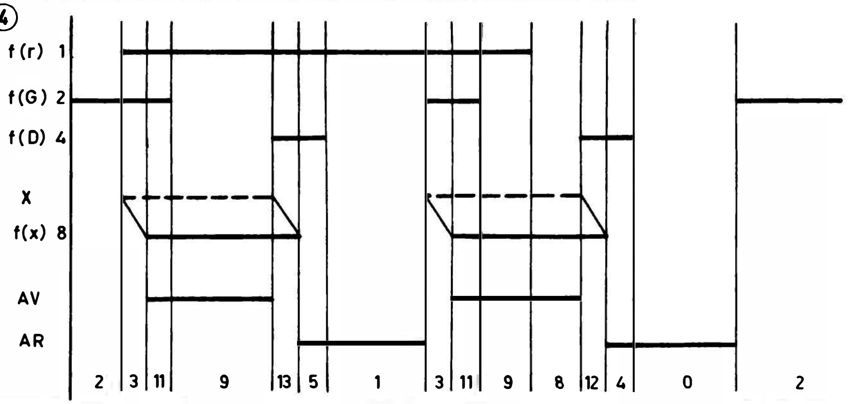
②

f(x) \ f(r.G.D)	000	001	011	010	110	111	101	100
0	0	$\emptyset_0$		0	0		$\emptyset_0$	0
1	1	1		$\emptyset_0$	$\emptyset_0$		1	1

③

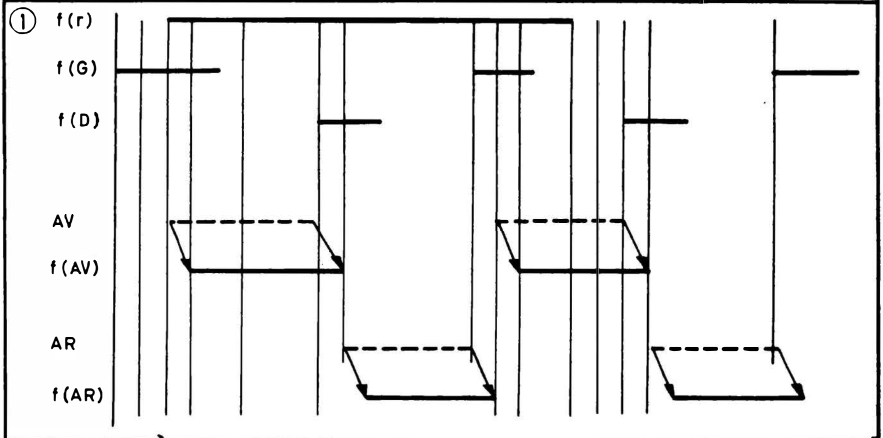


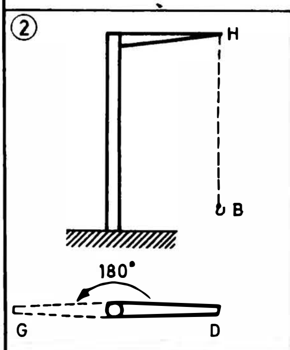
④



TREUIL AUTOMATIQUE

A₂. 106





Remarque. Le technicien pouvait supprimer l'organe secondaire X en considérant que les contacteurs de sortie AV et AR définissent les variables f(AV) et f(AR).

Le nouveau diagramme des phases devient celui représenté par la figure 1.

$AV = \overline{D} . G . r . \overline{AR} + \overline{D} . \overline{AR} . AV = \overline{AR} . \overline{D} (r . G + AV)$

$AR = \overline{G} . D . \overline{AV} + \overline{G} . AR . \overline{AV} = \overline{AV} . \overline{G} . (D + AR)$

Logique des circuits.

$R = \overline{A} (M + r)$

$AV = \overline{AR} . \overline{D} (r . G + AV)$

$AR = \overline{AV} . \overline{G} (D + AR).$

TREUIL AUTOMATIQUE

On désire établir le schéma du circuit électrique d'un treuil à fonctionnement automatique (fig. 2).

Celui-ci ayant une position origine définie, le cycle automatique se déroule après envoi d'un signal de départ. Les différentes phases chronologiques sont :

— Levage du crochet de treuil :
— Rotation de 180° vers la Gauche du bras de treuil ;
— Descente du crochet de treuil ;
— Remontée du crochet de treuil ;
— Rotation de 180° vers la droite du bras de treuil ;
— Descente du crochet de treuil ;
— Arrêt du cycle.

Un nouveau cycle peut recommencer après envoi d'un nouveau signal.

Hypothèses.

Le treuil comporte plusieurs contacts fin de course :

- fin de course Bas, repéré f(B) ;
- fin de course Haut, repéré f(H) ;
- fin de course position Droite, repéré f(D) ;
- fin de course position Gauche, repéré f(G).
- Un bouton poussoir f(M) permettra le départ du cycle automatique.

Le treuil possède deux moteurs de travail :

- le moteur de levage, alimenté par deux contacteurs dont les organes d'excitation sont repérés : X pour la montée, Z pour la descente.
- le moteur permettant la rotation du bras de treuil, alimenté par deux contacteurs dont les organes d'excitation sont repérés : Y pour la rotation vers la gauche, U pour la rotation vers la droite.

Il sera admis :

— que la capacité des contacts fin de course est suffisante pour alimenter directement les bobines des contacteurs ;
— que les différentes séquences se succéderont sans temporisation ;
— que les problèmes spécifiques à l'accrochage et au décrochage des charges sont résolus ;
— que l'éventualité d'un manque de tension n'est pas considérée.

A₂. 107 TREUIL AUTOMATIQUE
Analyse fonctionnelle

Diagramme des phases : fig. 1 (A_2.108).

Etat initial :

f(B) = 1, f(H) = 0, f(D) = 1, f(G) = 0, f(M) = 0.

Le treuil est à l'arrêt, tous les contacteurs sont au repos.

Traçons les différentes colonnes correspondant aux séquences du cycle prévu.

Disposons sur différentes lignes les variables primaires et explicitons par analyse des différentes séquences les valeurs binaires des actions extérieures sur ces dernières.

Exemple.

- L'ordre de départ du cycle est donné : f(M) = 1, f(B) = 1, f(H) = 0, f(D) = 1, f(G) = 0
- Début du levage; on lâche le bouton-poussoir M : f(M) = 0, f(B) = 1, f(H) = 0, f(D) = 1, f(G) = 0
- Le fin de course bas est lâché : f(M) = 0, f(B) = 0, f(H) = 0, f(D) = 1, f(G) = 0
- Le fin de course haut est attaqué, fin du levage et début de la rotation vers la gauche : f(M) = 0, f(B) = 0, f(H) = 1, f(D) = 1, f(G) = 0
- Le fin de course position droite est lâché : f(M) = 0, f(B) = 0, f(H) = 1, f(D) = 0, f(G) = 0
- Le fin de course position gauche est attaqué, fin de la rotation et début de la descente : f(M) = 0, f(B) = 0, f(H) = 1, f(D) = 0, f(G) = 1

On pourra continuer le raisonnement en utilisant le diagramme des phases.

Disposons maintenant dans chaque colonne l'organe d'excitation (bobine du contacteur) nécessaire au bon fonctionnement du treuil.

Il faut ici examiner méthodiquement chaque colonne pour vérifier si chaque bobine est discriminée avec précision avec le seul jeu des variables primaires.

Exemple. Il sera examiné successivement les colonnes :

①.② ; ①.③ ; ①.④ ; ①.⑤ ; ①.⑥ ; ①.⑦
②.③ ; ②.④ ; ②.⑤ ; ②.⑥ ; ②.⑦
③.④ ; ③.⑤, etc.

Le plus simple sera d'effectuer la somme binaire des actions externes s'exerçant sur les excitations.

Il apparaît que des zones de mêmes sommes binaires se présentent pour des phases différentes :

- la phase ② comporte une zone de somme binaire 4 ;
- la phase ⑦ comporte une zone de somme binaire 4.

Il faut discriminer ces deux phases car l'une définit la montée, alors que l'autre précise la descente.

De la même façon :

- la phase ③ comporte une zone de somme binaire 6 ;
- la phase ⑦ comporte une zone de somme binaire 6.

On retrouvera ainsi des zones de valeur binaire identique pour les phases ③ et ⑥, ④ et ⑤, ④ et ⑥.

Examinons si l'introduction d'une variable secondaire peut suffire à discriminer toutes les phases. Soit R l'excitation de cette variable secondaire et f(r) l'action sur sa variable.

L'examen du diagramme montre une certaine symétrie de part et d'autre de la ligne séparant les colonnes ④ et ⑤.

Faisons R = 1 dès le début du cycle jusqu'à la fin de la séquence ④ et effectuons, en considérant maintenant f(r) la somme binaire des actions caractérisant les différentes zones.

Il apparaît maintenant que toutes les zones sont bien discriminées, aucune somme binaire n'est identique. Un seul relais suffit donc au fonctionnement correct du système.

Recherche des équations du circuit.

— Equation de R.

$R = f(B, D, M) = f(1, 1, 1) = B \, . \, D \, . \, M$

$R = f(B, r) = f(0, 1) = \overline{B} \, . \, r$

$R = f(D, r) = f(1, 1) = D \, . \, r.$

Cette dernière expression est le terme de recouvrement.

Finalement il vient :

$R = B \, . \, D \, . \, M + \overline{B} \, . \, r + D \, . \, r$

$R = D \, . \, (B \, . \, M + r) + \overline{B} \, . \, r$

— Equation de X.

$X = f(H, D, r) = f(0, 1, 1) = \overline{H} \, . \, D \, . \, r$

$X = f(H, G, r) = f(0, 1, 0) = \overline{H} \, . \, G \, . \, \overline{r}$

$X = \overline{H} \, . \, D \, . \, r + \overline{H} \, . \, G \, . \, \overline{r}$

$X = \overline{H} \, . \, (D \, . \, r + G \, . \, \overline{r}).$

— Equation de Y.

$Y = f(G, H, r) = f(1, 0, 1) = H \, . \, \overline{G} \, . \, r.$

— Equation de Z.

$Z = f(B, G, r) = f(0, 1, 1) = \overline{B} \, . \, G \, . \, r.$

$Z = f(B, D, r) = f(0, 1, 0) = \overline{B} \, . \, D \, . \, \overline{r}.$

$Z = \overline{B} \, . \, G \, . \, r + \overline{B} \, . \, D \, . \, \overline{r} = \overline{B} \, . \, (G \, . \, r + D \, . \, \overline{r}).$

— Equation de U.

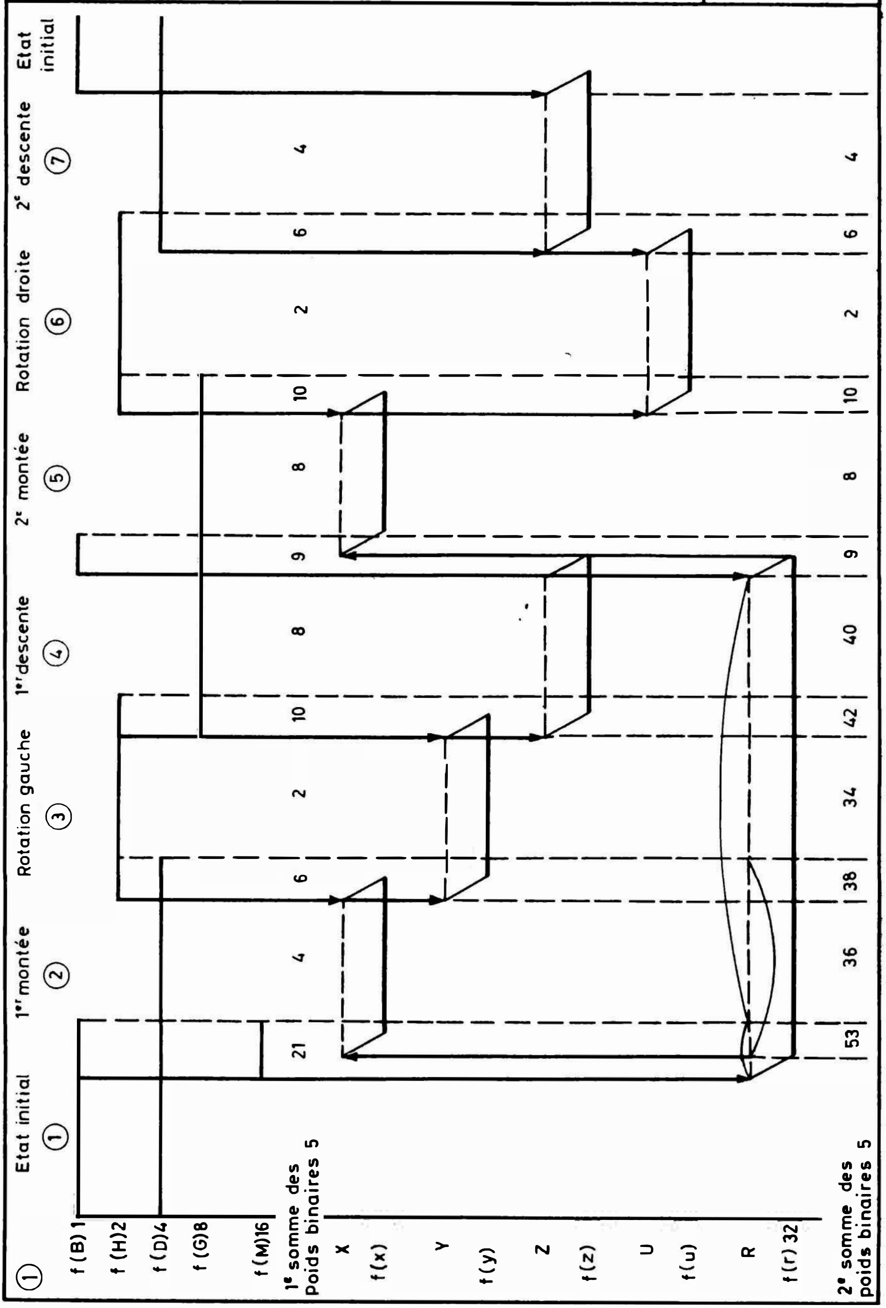
$U = f(H, D, r) = f(1, 0, 0) = H \, . \, \overline{D} \, . \, \overline{r}.$

7.

L'AUTOMATISME EN OLÉO-PNEUMATIQUE

TREUIL AUTOMATIQUE
Diagrammes des phases

A₂. 108



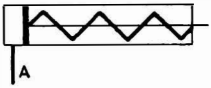
A₂. 109 VÉRINS ET DISTRIBUTEURS

(1) Alimentation : circuit de puissance

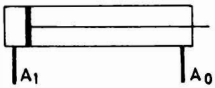
Pilotage : relayage en électricité : circuit de commande

Raccordement :

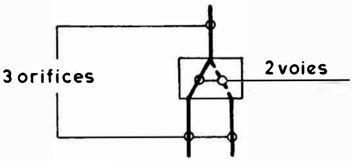
(2)



(3)

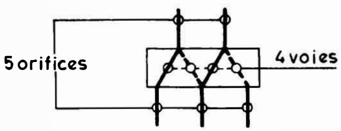


(4) a

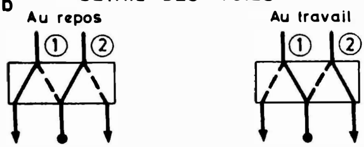


(4) b DETAIL DES VOIES

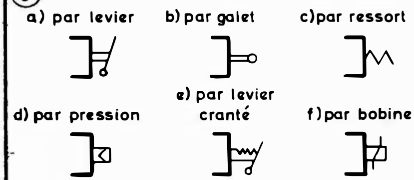
(5) a



(5) b DETAIL DES VOIES



(6)



Les ensembles automatiques, parce qu'ils mettent souvent en œuvre des mouvements rectilignes, utilisent comme éléments d'action les vérins.

Pratique industrielle.

La commande par fluide ne présente aucune difficulté pour l'électricien ; dans tous les cas, il sera possible d'envisager une analogie électrique.

Les conduites : (fig. 1).

Les vérins.

Un vérin comporte deux positions remarquables : tige sortie ou tige rentrée.

Vérin à simple effet : (fig. 2).
L'admission d'un fluide en A provoque la sortie de la tige. Lorsque A est à l'échappement, le ressort détermine la rentrée de la tige.

Vérin à double effet : (fig. 3).
A_1 est en pression, A_0 est à l'échappement : la tige sort.
A_0 est en pression, A_1 est à l'échappement : la tige rentre.
A_1 et A_0 sont en pression : la tige sort lentement (fonctionnement différentiel).

Les distributeurs.

Un coulisseau, en se déplaçant, met plusieurs orifices en communication. Le distributeur permet les combinaisons de circuits.

Distributeur deux voies, trois orifices (fig. 4a . 4b).
Le point figure l'alimentation, la flèche définit l'échappement.
Au repos l'orifice 1 est relié à l'échappement.
Au travail l'orifice 1 est relié à l'alimentation.

Distributeur quatre voies, cinq orifices (fig. 5a, 5b).
Au repos, l'orifice 1 est relié à l'échappement, l'orifice 2 est relié à l'alimentation.
Au travail, l'orifice 2 est relié à l'échappement, l'orifice 1 est relié à l'alimentation.

Remarque. L'analogie électrique permet de comparer les voies d'un distributeur aux contacts d'un relais, les orifices représenteraient les bornes. Les distributeurs doivent comporter un organe de commande (organe d'excitation).

Commande des distributeurs : fig. 6.

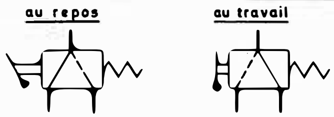
DISTRIBUTEURS À DOUBLE PILOTAGE

A₂. 110

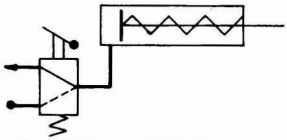
Distributeur deux voies, trois orifices, commandé par levier cranté (fig. 1).

Application. Commande d'un vérin simple effet à l'aide d'un distributeur à levier cranté. Vérin au repos (fig. 2). Vérin au travail (fig. 3).

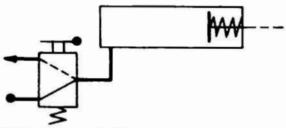
1



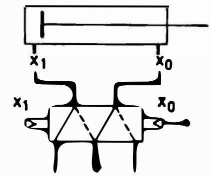
2



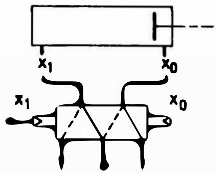
3



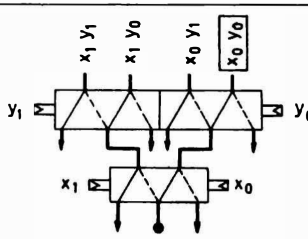
4



5



6



Distributeur à double pilotage.

Les voies d'un distributeur sont d'un prix beaucoup plus élevé que les contacts d'un relais électrique. Pour simplifier certains circuits d'automatisme en pneumatique, et pour assurer des suites de séquences sans défaillances, l'industrie a mis au point les distributeurs à double pilotage. Ces distributeurs possèdent deux positions de repos et deux organes de commande. L'analogie électrique permet de les comparer aux relais à mémoire intégrée (relais à accrochage mécanique ou à mémoire magnétique).

La disposition des voies est modifiée si un signal est envoyé dans la commande en attente du distributeur : **cette disposition est conservée malgré la disparition du signal.**

Dans le cas où les commandes sont excitées simultanément, aucun changement n'intervient. La pratique associe distributeur à double pilotage et vérins à double effet.

Application. Commande d'un vérin à double effet à l'aide d'un distributeur à double pilotage.

Vérin au repos : fig. 4. Lorsque $X_1 = 0$ et $X_0 = 1$ (impulsion) :

x_0 est en pression, x_1 est à l'échappement.

Vérin au travail : fig. 5. Lorsque $X_0 = 0$ et $X_1 = 1$ (impulsion) :

x_1 est en pression, x_0 est à l'échappement.

L'excitation X_1 détermine x_1, l'excitation X_0 détermine x_0. On écrira $x_1 = X_1$, $x_0 = X_0$.

Remarque. L'exemple qui précède montre que les voies du distributeur sont utilisées comme variables secondaires. Deux variables secondaires nécessitent un distributeur quatre voies, cinq orifices. En effet on doit assurer simultanément la mise en pression et à l'échappement.

■ Pour définir quatre combinaisons de variables secondaires (deux relais), un distributeur à quatre voies et un distributeur à huit voies sont nécessaires.

1re combinaison : fig. 6.

$X_0 = 1$; $Y_0 = 1$: $x_0 \cdot y_0 = 1$

$x_0 \cdot y_1 = 0$

$x_1 \cdot y_0 = 0$

$x_1 \cdot y_1 = 0.$

A₂. 111 THÉORIE UTILISANT LES DISTRIBUTEURS à double pilotage

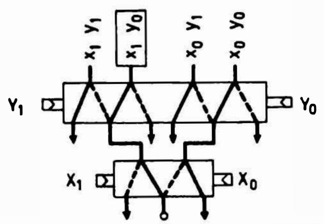
2ᵉ combinaison : (fig. 1).
$X_1 = 1$, $Y_0 = 1$; $x_1 . y_0 = 1$.
Toutes les autres combinaisons sont à l'échappement et valent 0.

3ᵉ combinaison : $X_1 = 1$, $Y_1 = 1$; seul $x_1 . y_1 = 1$.

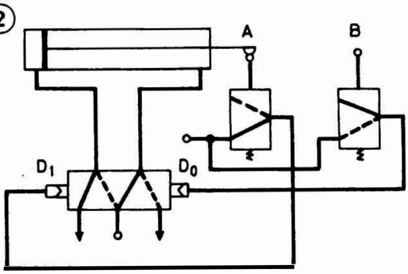
4ᵉ combinaison : $X_0 = 1$, $Y_1 = 1$; seul $x_0 . y_1 = 1$.

Conclusions. Plus le nombre de combinaisons augmente, plus le nombre de distributeurs, et surtout le nombre de voies, est élevé. Le prix de revient d'une installation complexe devient finalement prohibitif. Signalons toutefois qu'il est possible de combiner harmonieusement **relais électriques à mémoire intégrée et vérins à double effet.**

(1)



(2)



Théorie des circuits utilisant les distributeurs à double pilotage.

Jusqu'ici nous avons étudié des méthodes générales de résolution de circuits d'automatisme. Les solutions permettaient ensuite d'envisager l'utilisation d'une technologie particulière. Nous allons définir une méthode de résolution spécialisée à partir d'une technologie imposée.

Examinons le circuit de la figure 2 et supposons le fonctionnement en régime continu.

— Lorsque A est actionné, $D_1 = 1$ et provoque la sortie de la tige du vérin;

— Lorsque B est actionné, $D_0 = 1$ et provoque la rentrée de la tige du vérin;

— Les galets A et B ne peuvent être actionnés ensemble; en effet la tige du vérin ne peut à la fois être rentrée et sortie.

Tableau des valeurs : fig. 3.

Remarques. Le distributeur garde en mémoire l'ordre reçu (mémoire intégrée). Les combinaisons f(AB) = f(00) deviennent inutiles, en effet il n'est pas nécessaire de définir une auto-alimentation.

Seule l'action sur la variable d'entrée permet d'indiquer la position de la tige du vérin, et par conséquent de permettre une modification éventuelle de la séquence : toute action f(0) devient surabondante.

(3)

f(A)	f(B)	D_1	D_0	La tige de vérin:
1	0	1	0	sort
0	0	1	0	sort (Mémoire intégrée)
0	1	0	1	rentre
0	0	0	1	rentre (Mémoire intégrée)

Exemple f(AB) = f(10). Seul f(A) = f(1) explicite la sortie de la tige du vérin, f(B) = f(0) est inutile. Ce qui précède impose **un développement de la fonction suivant les 1 et l'utilisation de contacts à fermeture (voies fonctionnant au travail).**

(4)

f(A)	f(B)	D_1	D_0
1	-	1	0
-	1	0	1

(5)

	f(A)	f(B)	D
$D_1 = 1$ ⟶	1	-	D_1
$D_0 = 1$ ⟶	-	1	D_0

ou

f(A)	f(B)	D
1	-	1
-	1	0

ANALYSE D'UN CYCLE EN L
Utilisation de deux vérins

A_2. 112

Le tableau des valeurs peut se définir sur deux lignes (fig. 4-A_2 111).

Dans ce tableau les sorties D_1 et D_0 sont complémentaires et, puisque la fonction sera toujours développée suivant les 1, on peut simplifier l'écriture. Le distributeur sera repéré par une lettre, un indice 0 ou 1 définira la commande en fonctionnement.

Finalement on obtient les tableaux (fig. 5-A_2 111).

Equations des circuits : $D_1 = \bar{A}$; $D_0 = B$.

Application.

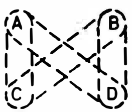
Définir le circuit d'un équipement réalisant un cycle en L. Deux vérins à double effet ainsi que leur distributeur sont nécessaires.

Un vérin R définit la course longitudinale.

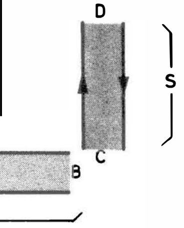
Un vérin S définit la course verticale.

Chaîne cinématique : fig. 1.

2



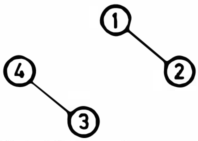
1



3

AC	BC	BD	AD	R	S
1	2			1	0
	2	3		1	1
	4	3		1	0
1	4			0	0

4



Hypothèses. Quatre variables d'entrée f(A, B, C, D) définissent : $2^4 = 16$ combinaisons. En respectant le code réfléchi, elles peuvent s'écrire dans l'ordre :

0000 ; 0001 ; 0011 ; 0010 ; 0110 ; 0111 ; 0101 ; 0100 ;

1100 ; 1101 ; 1111 ; 1110 ; 1010 ; 1011 ; 1001 ; 1000.

Ces combinaisons ne sont pas toutes nécessaires (revoir remarques page 132).

Exemple :

f(A . B . C . D) = f(0000) ne peut être retenu ; il n'y a aucune action.

f(A . B . C . D) = f(0001) ne peut être retenu ; deux actions doivent être définies.

f(A . B . C . D) = f(0011) ne peut être retenu ; le vérin S ne peut actionner simultanément C et D.

Seules demeurent 4 combinaisons et, puisque les 0 ne sont pas utilisés,

il vient : f(A . B . C . D) = — 11 — ; — 1 — 1 ; 1 — 1 — ; 1 — — 1

ou encore : f(A . B . C . D) = BC ; BD ; AC ; AD (fig. 2).

Une méthode générale peut être définie. Opposons aux actions sur les variables l'état des vérins.

Si le vérin est sorti son état vaut **1**.
Si le vérin est rentré son état vaut 0.

Deux vérins définissent $2^2 = 4$ combinaisons.

Il vient f(RS) = 00, 01, 11, 10
et en remplaçant l'état des vérins par les actions sur les variables qui en résultent
f(RS) = AC, AD, BD, BC.

Matrice des états simplifiée : fig. 3.

Le circuit sera étudié en régime continu de fonctionnement. Une variable d'entrée sera ensuite introduite dans le circuit pour déterminer le départ ou l'arrêt du cycle.

Raisonnement. L'action f(AC), état 1 détermine $R_1 = 1$ (sortie du vérin R), $S_0 = 1$ (vérin S rentré). L'état 1 évolue vers l'état 2 où l'action f(BC) détermine $R_1 = 1$ (vérin R sorti), $S_1 = 1$ (sortie du vérin S). L'état 2 évolue vers l'état 3 où l'action f(BD) provoque $R_1 = 1$, $S_0 = 1$. L'état 3 évolue vers l'état 4 où l'action f(BC) provoque $R_0 = 1$, $S_0 = 1$. L'état 4 évolue vers l'état 1, etc.

Polygone de fusion : fig. 4.

A₂. 113

CYCLE EN L
Recherche des équations

1

	AC	BC	BD	AD
x_0	1	2	3	
x_1	1	4	3	

2 a

x_0	0	0	1	
x_1	0	1	1	

2 b

x_0			1	
x_1			1	

2 c

x_0	0			
x_1	0			

3

x_0	1	1	1	
x_1	Ø	0	1	

4

x_0	0	1	Ø	
x_1	0	0		

Il y a deux ensembles de séquences réversibles. Il faut un relais X (distributeur à double pilotage).

Tableau contracté : fig. 1.

Equation du Relais X.

Le transitoire 3 définit le début du fonctionnement de X_1 : 1ʳᵉ impulsion (fig. 2a).

Le transitoire 1 définit le début du fonctionnement de X_0 : 1ʳᵉ impulsion.

L'équation du circuit doit retenir au minimum l'état transitoire et l'état stable vers lequel il évolue (mémoire intégrée). Les autres cases, tout autant qu'elles ne déterminent pas des interdictions, pourront être conservées si elles permettent des simplifications.

Solution. La surface en rouge (fig. 2b) définit le fonctionnement de X_1. Elle est explicitée par la seule variable D : donc $\boxed{X_1 = D}$

La surface en gris (fig. 2c) définit X_0. Elle est explicitée par la seule variable A : donc $\boxed{X_0 = A}$

Equations du distributeur R (fig. 3).

Si toutes les cases définissant le même état de la sortie ne sont pas nécessaires, la 1ʳᵉ impulsion devra être obligatoirement retenue.

$\boxed{R_1 = x_0 = A}$ $\boxed{R_0 = C \,.\, x_1}$

Equation du distributeur S (fig. 4).

$\boxed{S_1 = x_0 \,.\, B}$ $\boxed{S_0 = x_1 = D}$

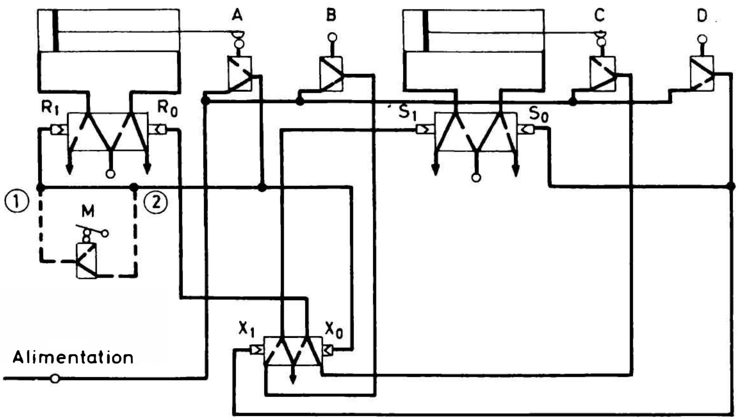
Schéma (fig. 5).

Ce schéma fonctionne en cycle continu, supposons que l'on veuille stopper le cycle lorsque les vérins R et S sont tige rentrée. Il faut introduire une variable supplémentaire M en série avec A.

L'équation de R_1 devient : $R_1 = A \,.\, M$.

Le conduit est coupé en 1 et 2 et un distributeur cranté M est introduit dans le circuit (sur la figure en traits discontinus).

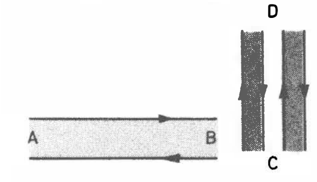
5



CYCLE À DOUBLE SERTISSAGE
Matrice simplifiée

A₂. 114

1

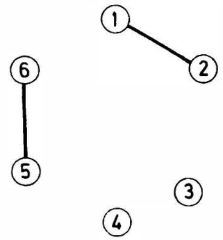


2

AC	BC	BD	AD	R	S
1	2			1	0
	2	3		1	1
	4	3		1	0
	4	5		1	1
	6	5		1	0
1	6			0	0

en couleur apparaissent les 1ères impulsions

3



4

	AC	BC	BD	AD
$x_0\ y_0$	1	2	3	
$x_0\ y_1$		4	3	
$x_1\ y_1$		4	5	
$x_1\ y_0$	1	6	5	

5

	AC	BC	BD	AD
$x_0\ y_0$	0	0		
$x_0\ y_1$		1		
$x_1\ y_1$		1	0	
$x_1\ y_0$	0	0	0	

6

	AC	BC	BD	AD
$x_0\ y_0$	0	0	0	
$x_0\ y_1$			0	
$x_1\ y_1$			1	
$x_1\ y_0$	0	1	1	

Application 2.

Cycle à double sertissage.

On désire réaliser une opération de façonnage réclamant un double sertissage.

1re opération. Approche de la pièce brute.

2e opération. Mise en forme.

3e opération. Finition.

Chaîne cinématique : fig. 1.

Hypothèses. Les mouvements seront définis à l'aide de deux vérins à **double** effet et deux distributeurs à double **pi**lotage.

Le vérin R commandera deux galets A et B.

Le vérin S commandera deux galets C et D.

Etat initial. Les vérins R et S seront tige rentrée, donc f(A . C).

Matrice simplifiée (fig. 2). L'analyse supposera un fonctionnement continu, deux vérins définissent 4 combinaisons de variables primaires.

Raisonnement :

état 1 f(AC) : le vériff R doit sortir, le vérin S reste rentré (approche) ;
état 2 f(BC) : le vérin R reste sorti, le vérin S doit sortir (1er sertissage) ;
état 3 f(BD) : le vérin R reste sorti, le vérin S doit rentrer ;
état 4 f(BC) : le vérin R reste sorti, le vérin S doit sortir (2e sertissage) ;
état 5 f(BD) : le vérin R reste sorti, le vérin S doit rentrer ;
état 6 f(BC) : le vérin R doit rentrer, le vérin S reste rentré.

Polygone de fusion : fig. 3.

Quatre ensembles de séquences réversibles nécessitent 4 combinaisons de variables secondaires : deux relais à mémoire intégrée sont nécessaires X et Y.

Matrice réduite ou contractée : fig. 4.

Equations de Y_1 et Y_0 (fig. 5).

L'excitation Y_1 commence au cours du transitoire 3, $\boxed{Y_1 = x_0 . D.}$

L'excitation Y_0 commence au cours du transitoire 5, $\boxed{Y_0 = x_1 . D}$

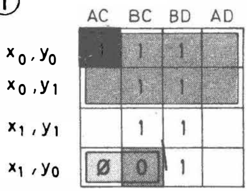
Equations de X_1 et X_0 (fig. 6).

L'excitation X_1 commence au cours du transitoire 4. $\boxed{X_1 = y_1 . C.}$

L'excitation X_0 commence au cours du transitoire 1. $\boxed{X_0 = y_0 . A.}$

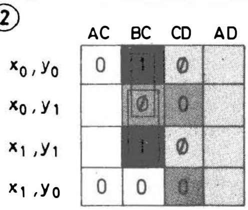
A₂. 115 — CYCLE À DOUBLE SERTISSAGE
Schémas

①



$R_1 = x_0$
$R_0 = x_1 \cdot y_0 \cdot C$

②



$S_1 = B.C.x_0 + B.C.y_1$
$S_0 = D$

Equation des sorties : fig. 1 et 2.

Schéma de synthèse. Une solution originale consiste à utiliser un circuit de commande électrique et un circuit de puissance pneumatique. Le matériel pourrait être défini de la façon suivante :

— circuit de commande : deux relais à mémoire intégrée $X_1X_0 — Y_1X_0$ et les pilotages électriques des distributeurs : $R_1 R_0 — S_1 S_0$;

— circuit de puissance : deux distributeurs à double pilotage électrique à quatre voies, cinq orifices : 2 vérins double effet : R et S.

Circuit de puissance pneumatique : fig. 3.

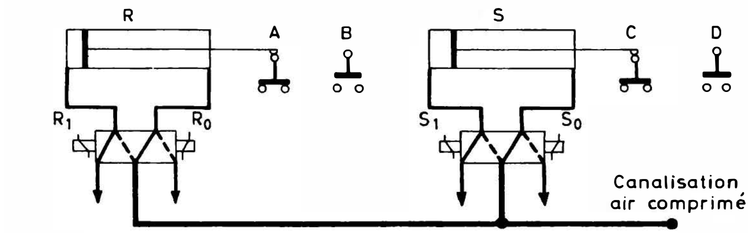
Circuit de commande électrique : fig. 4.

Représentation à l'arrêt. Vérins R et S tiges rentrées.

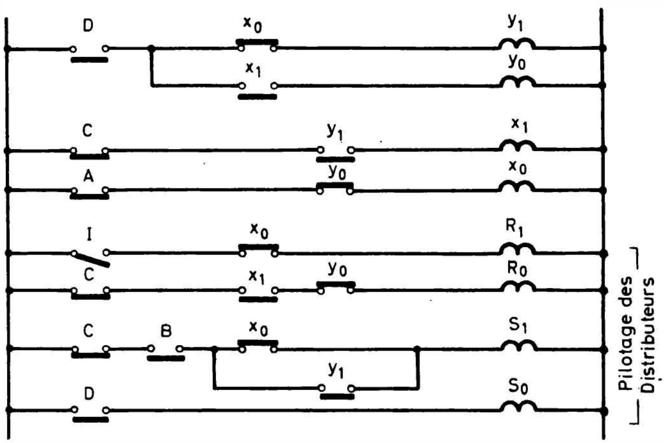
L'arrêt du cycle, vérins rentrés, est obtenue en disposant un interrupteur I sur le circuit de R_1.

Remarque. Ce schéma ne comporte pas de contacts à ouverture; revoir justification (A_2.III). Le contact x_0, par exemple, est considéré malgré sa représentation comme fonctionnant à fermeture sous l'action de la bobine X_0.

③



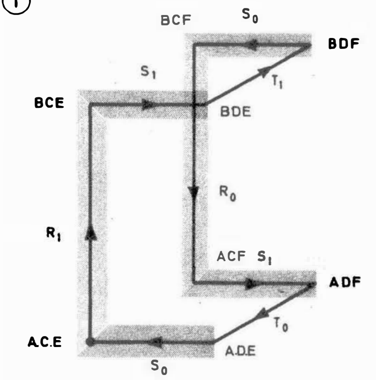
④



THÈME UTILISANT TROIS VÉRINS

A₂. 116

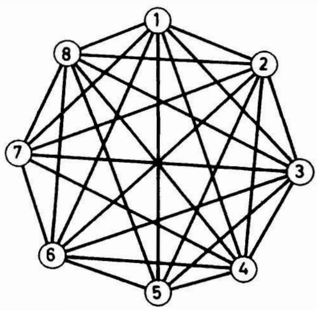
1



2

ACE	ACF	ADF	ADE	BDE	BDF	BCF	BCE	R	S	T
1							2	1	0	0
				3			2	1	1	0
				3	4			1	1	1
					4	5		1	0	1
	6					5		0	0	1
	6	7						0	1	1
		7	8					0	1	0
1			8					0	0	0

3



Application.

Cycle utilisant trois vérins.

Définir le circuit représenté par la chaîne cinématique (fig. 1).

Hypothèses.

Le vérin R commande les variables primaires A et B.

Le vérin S commande les variables primaires C et D.

Le vérin T commande les variables primaires E et F.

L'analyse supposera un fonctionnement continu.

Combinaisons des variables primaires. Trois vérins définissent huit combinaisons sur les variables primaires.

Repérons par la valeur **0** le vérin tige rentrée, **1** le vérin tige sortie.

Disposons ces états suivant le code réflexe, puis remplaçons-les, par les actions sur les variables qui en découlent.

f(RST) = 000, 001, 011, 010, 110, 111, 101, 100

f(ABCDEF) = ACE, ACF, ADF, ADE, BDE, BDF, BCF, BCE

Matrice simplifiée (fig. 2). Etat initial : les trois vérins sont tige rentrée, le vérin R va sortir sa tige, les actions sont exercées sur A, C, E.

Suivre pour l'établissement de la matrice la chaîne cinématique (fig. 1).

Polygone de fusion (fig. 3).

Les huit états du polygone forment un ensemble de séquences réversibles : il ne faut pas de variable secondaire.

Remarques. La matrice simplifiée fait apparaître en rouge ou en gris les premières impulsions modifiant l'état des sorties.

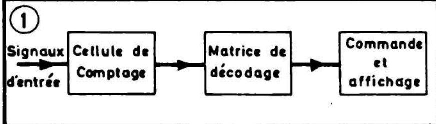
Equation des circuits.

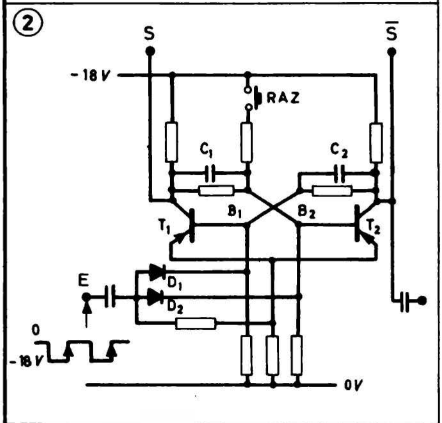
$$R_1 = C \cdot E$$
$$S_1 = B \cdot E + A \cdot F$$
$$T_1 = B \cdot D$$
$$R_0 = C \cdot F$$
$$S_0 = B \cdot F + A \cdot E$$
$$T_0 = A \cdot D$$

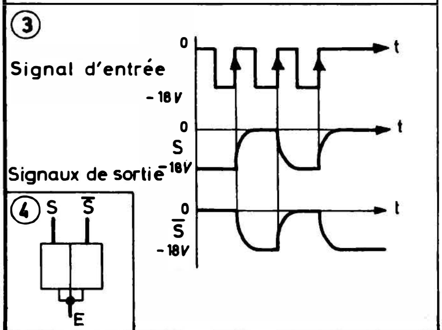
8.

COMPTAGE INDUSTRIEL

A₂. 117 DÉCADE DE COMPTAGE







Le comptage industriel est à la base du développement des appareils de mesure à affichage numérique et surtout de la commande des machines-outils.

Numération.

Le système de numération utilisant les chiffres **0** ou **1** (système binaire) convient parfaitement.

Code 2.4.2.1.

La pratique montre que le code binaire pur est délicat à manipuler. On préfère le code 2 . 4 . 2 . 1 ou décimal binaire (code pondéré). On code en binaire successivement de 0 à 9 pour les unités, de 0 à 9 pour les dizaines, de 0 à 9 pour les centaines, etc. Chaque série s'appelle décade de comptage.

Exemple : Pour représenter le nombre 912 trois décades sont nécessaires :

— la première décade définit les unités, chiffre 2 ;

— la deuxième décade définit les dizaines, chiffre 1,

— la troisième décade définit les centaines, chiffre 9.

Schéma fonctionnel d'une décade de comptage (fig. 1).

Une cellule de comptage est constituée par quatre bascules à transistors disposées en cascade les unes à la suite des autres.

Bascule bistable à transistors encore appelée « flip-flop ».

Fonctionnement (fig. 2 et 3).

A la mise sous tension, la bascule est dans un état indéterminé. Une impulsion sur le bouton de remise à zéro (RAZ) permet de définir T_2 passant, $\overline{S} = 0$; T_1 bloqué, $S = 1$.

Lorsqu'un signal apparaît en E :

1° le front de l'onde est < 0, les diodes D_1D_2 sont bloquantes.

2° le front de l'onde est > 0, les diodes D_1D_2 sont passantes : les bases de T_1 et T_2 sont excitées.

B_1 n'est pas influencée (déjà positive) ; B_2 devient positive : T_2 tend à se bloquer. Le potentiel en $\overline{S}$ devient négatif et polarise négativement B_1 : T_1 tend à devenir passant. Le potentiel en S devient positif et polarise positivement B_2. Le phénomène s'accélère pour déterminer finalement T_1 passant, $S = 0$: T_2 bloquant, $\overline{S} = 1$. La bascule a changé d'état, un second signal en E détermine à nouveau un changement d'état.

Remarques. Les diodes D_1D_2 représentent un aiguillage permettant d'isoler électriquement B_1 de B_2.
Les condensateurs C_1C_2 accélèrent le phénomène de basculement.

Symbole d'une bascule : fig. 4.

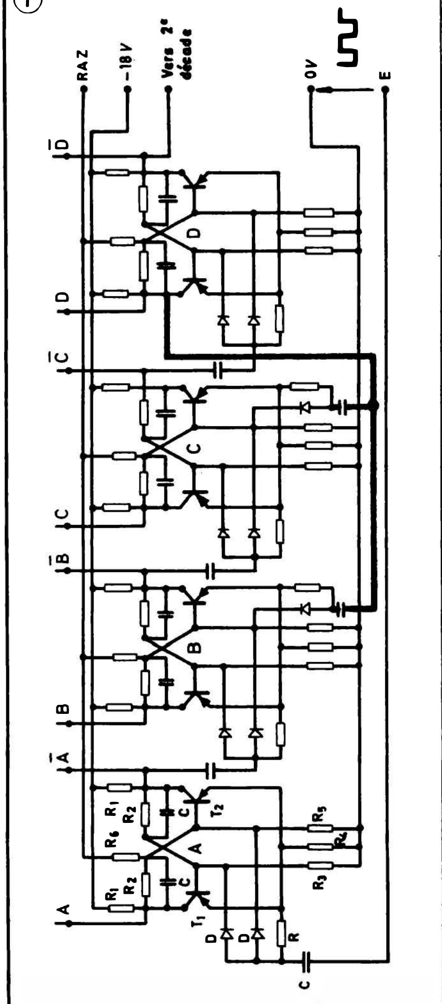
Cellule de comptage.

Son but est d'intégrer et de discriminer les chiffres de 0 à 9. On utilise quatre bascules repérées D, C, B, A successivement de poids 2^1, 2^2, 2^1, 2^0 d'où la dénomination code 2 . 4 . 2 . 1.

CELLULE DE COMPTAGE

A₂. 118

①



②

Combinaisons	Chiffres Σ A+B+C+D	2 D	4 C	2 B	1 A	Equations
0	0	0	0	0	0	$\overline{C}\ \overline{B}\ \overline{A}$
1	1	0	0	0	1	$\overline{C}\ \overline{B}\ A$
2	2	0	0	1	0	$\overline{C}\ B\ \overline{A}$
3	3	0	0	1	1	$\overline{C}\ B\ A$
4	4	0	1	0	0	$C\ \overline{B}\ \overline{A}$
5	5	0	1	0	1	$C\ \overline{B}\ A$
6	6	0	1	1	0	$\overline{D}\ C\ B\ \overline{A}$
7	7	0	1	1	1	$\overline{D}\ C\ B\ A$
8		1	0	0	0	
9		1	0	0	1	
10		1	0	1	0	Combinaisons
11		1	0	1	1	surabondantes
12		1	1	0	0	
13		1	1	0	1	
14	8	1	1	1	0	$D\ \overline{A}$
15	9	1	1	1	1	$D\ A$

Le tableau des valeurs (fig. 2) montre que toute impulsion nouvelle augmente d'une unité la somme des poids binaires.

Exemple :

1re impulsion : poids binaire 1.
2e impulsion : poids binaire 2.
3e impulsion : poids binaire 3.

Seize combinaisons peuvent être ainsi discriminées. Celles-ci se succèdent non plus dans un ordre réfléchi mais dans un ordre binaire pur. Le comptage impose en effet le changement d'état d'une ou plusieurs bascules en évoluant d'une ligne à l'autre.

Exemple :

La 1re impulsion modifie l'état de la seule variable A.

La 3e impulsion modifie l'état des variables A et B.

La 3e impulsion modifie l'état des variables A, B, C.

En réalité dix combinaisons sont nécessaires pour compter jusqu'à 9. Il y a surabondance de moyens pour représenter une information (redondance). Il faut éliminer six combinaisons. Différents procédés technologiques peuvent être utilisés : dans l'exemple retenu, une rétroaction permet de sauter de la 7e à la 14e combinaison. Le tableau 2, montre en rouge les combinaisons supprimées.

Schéma explicatif (fig. 1).

Après mise en forme, les impulsions sont dirigées vers la première bascule A (poids 2^0). La sortie de la bascule A attaque la deuxième bascule B (poids 2^1), etc.

Il faut noter en rouge les raccordements permettant la rétroaction.

Equations des sorties (fig. 2).

Construire un diagramme de Karnaugh pour vérifier les résultats.

L'élimination de six combinaisons permet de diminuer le nombre de variables nécessaires à discriminer chaque chiffre.

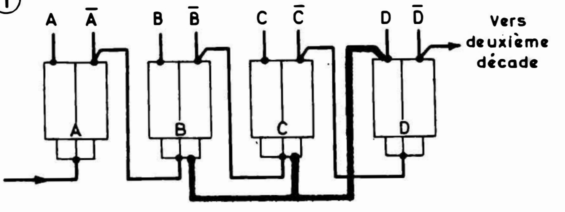
Exemple :

Le chiffre 0 est discriminé à l'aide de trois variables : $0 = \overline{A} . \overline{B} . \overline{C}$.

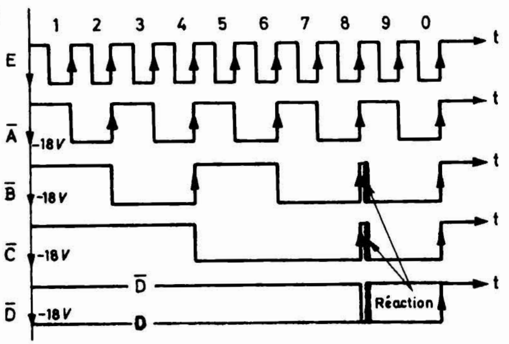
Le chiffre 8 est discriminé à l'aide de deux variables : $8 = \overline{A} . D$.

A₂. 119 — AFFICHAGE PAR TUBE INDICATEUR

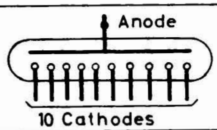
①



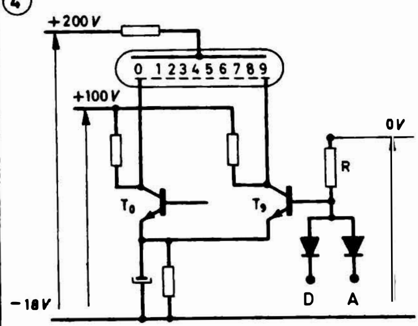
②



③



④



Un schéma explicatif très simple peut être établi (fig. 1). Il fait intervenir le symbole de la bascule et suppose les alimentations permanentes réalisées.

Diagramme des impulsions (fig. 2).

Il permet de suivre l'évolution des états des différentes bascules. En rouge apparaît le signal issu de D permettant la rétroaction.

Affichage des informations.

· La pratique peut utiliser les tubes indicateurs numériques à affichage lumineux, commandés par transistors.

Tube indicateur numérique (fig. 3).

Il est constitué par une anode et 10 cathodes dessinant les chiffres de 0 à 9, enfermées sous faible pression de gaz dans une enveloppe en verre. Si une cathode est à un potentiel suffisamment négatif, il y a conduction électronique et l'électrode considérée s'illumine visualisant le chiffre commandé. Il est nécessaire pour avoir une netteté suffisante que les autres cathodes soient positives par rapport à la cathode éclairée.

Commande du tube indicateur par transistor NPN.

Schéma partiel (fig. 4).

Rappelons que le transistor NPN devient passant lorsque sa base est positive.

Dans le cas où toutes les bases des transistors T_0 à T_9 sont négatives ceux-ci sont bloqués et les collecteurs respectifs sont portés au potentiel + 100 *V*. La différence de potentiel entre anode et cathodes est de 100 *V* et reste insuffisante pour qu'il y ait conduction.

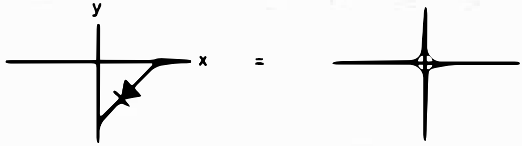
Pour que la cathode représentant le chiffre 9, par exemple, s'éclaire, les bornes D et A doivent être simultanément positives ou au potentiel 0. La base de T_9 est alors positive, le transistor T_9 conduit et son collecteur tombe à un potentiel proche de celui de l'émetteur ; la tension entre anode et cathode n° 9 devient sensiblement égale à 200 *V*. Le chiffre 9 s'illumine.

Remarque. Les diodes et la résistance R définissent la fonction ET et permettent le décodage.

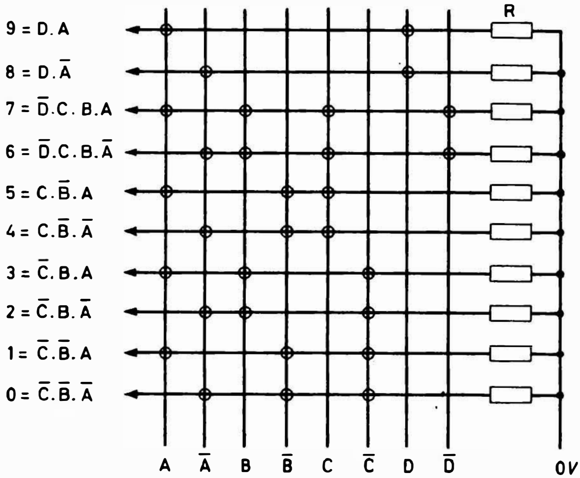
MATRICE DE DÉCODAGE

A_2. 120

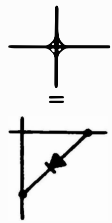
(1)



(2)



LÉGENDE



Décodage.

C'est l'opération qui permet de passer d'un code à un autre. Dans l'exemple choisi, pour afficher les informations il est nécessaire de passer du code 2 . 4 . 2. 1 au code décimal. On utilise pour cela une matrice à diodes dite matrice de décodage.

Matrice de décodage.

Elle est constituée par des conducteurs horizontaux et verticaux reliés entre eux par des diodes.

Exemple (fig. 1a, b). La diode ne permet le passage du courant que dans le sens X vers Y.

Pour décoder les informations retenues par la cellule de comptage la matrice (fig. 2) est utilisée : la légende précise le branchement des diodes.

Les conducteurs horizontaux sont connectés aux bases des transistors de commande d'affichage. Les conducteurs verticaux sont connectés aux collecteurs des bascules de la cellule de comptage.

Le chiffre 5, par exemple, sera illuminé lorsque A . $\overline{B}$. C seront simultanément au potentiel 0.

Le schéma (fig. 1 . A_2 . 118) montre que :

A $\approx$ 0 si le transistor T_1 de la bascule A est saturé. Dans le cas contraire A est égal à — 18 *V*, donc négatif.

$\overline{B}$ $\approx$ 0 si le transistor T_2 de la bascule B est saturé.

C $\approx$ 0 si le transistor T_1 de la bascule C est saturé.

IMPRIMÉ EN FRANCE - DÉPOT LÉGAL ÉDITEUR N° 3.819. 1er TRIMESTRE 1970

Imprimerie CHAIX-DESFOSSÉS-NÉOGRAVURE - PARIS. 47.950-5-69