

M. ABATI  
R. CHEVEAUX A. ROUX

**MESURES  
ÉLECTRIQUES  
APPLIQUÉES**

AIDE-MÉMOIRE  
**TECHNOR**  
DELAGRAVE

# TECHNIQUES ET NORMALISATION

Collection publiée sous la direction de A. CHEVALIER  
*Professeur d'ENNEP, ex-Chef de Fabrication dans l'Industrie*

---

# M E S U R E S ÉLECTRIQUES APPLIQUÉES

M. ABATI

R. CHEVEAUX

A. ROUX

Professeurs de l'Enseignement Technique



LIBRAIRIE DELAGRAVE

## A LA MÊME LIBRAIRIE

Sous la direction de A. CHEVALIER, professeur d' E.N.N.E.P.  
ex-Chef de fabrication dans l'Industrie

### Collection **TECHNIQUES ET NORMALISATION**

## **TECHNOR**

Ouvrages 13,5 x 21 reliés

(avec la collaboration de A. CHEVALIER et R. CLUZEL)

- **ÉLECTRICITÉ APPLIQUÉE**, par P. HEINY.
- **INDUSTRIES DU BOIS**, par E. BAILLEUL et J. HEURTEMATTE.
- **TECHNIQUE DE L'AUTOMOBILE**, par M. DELANETTE.
- **TRAVAIL DES PLASTIQUES**, par J. ROLLET et E. FONTAINE.
- **ÉLECTRONIQUE APPLIQUÉE**, par M. BIBAL et P. HEINY.
- **BATIMENT. 1 (Dessin)**, par R. DELEBECQUE.
- **BATIMENT. 2 (Éléments de construction)**, par R. DELEBECQUE.
- **MATHÉMATIQUES. 1**, par R. CLUZEL.
- **MATHÉMATIQUES. 2**, par R. CLUZEL.
- **STATISTIQUE ET PROBABILITÉ**, par P. PACÉ et R. CLUZEL.
- **STATISTIQUE 2 (Contrôle des fabrications)**, par P. PACÉ.
- **TRAVAIL DES TôLES ET PROFILÉS**, par A. LÉTALNET et R. PASQUIER.
- **MÉCANIQUE THÉORIQUE ET APPLIQUÉE**, par M. DELANETTE et H. DUBOIS.
- **DÉCOUPAGE. EMBOUTISSAGE**, par R. QUATREMER.
- **AUTOMATISMES 1. RÉSEAUX DE TRANSMISSION**, par H. RIBÉROL.
- **AUTOMATISMES 2. CIRCUITS DE COMMUTATION**, par M. ABATI et P. HEINY.
- **ORGANISATION INDUSTRIELLE**, par A. CHEVALIER et J. ROLLET.
- **COMMERCE**, par C. DÉJAX et M<sup>me</sup> S. PEYROU.
- **SECRETARIAT**, par M<sup>me</sup> S. BERNARD et S. PEYROU.
- **MESURES ÉLECTRIQUES**, par M. ABATI, R. CHEVEAUX et A. ROUX.  
Ouvrage 19,5 x 29 broché.
- **DESSIN INDUSTRIEL**, par H. RIBÉROL.

## **PILOTE DU C.A.P.**

Volumes 13,5 x 21 brochés

### **Professions industrielles**

#### **Premiers Livres**

- Réf. 111. **MÉCANICIEN. AJUSTEUR.**
- Réf. 1111. Complément au 111
- Réf. 112. **TOURNEUR.**
- Réf. 113. **FRAISEUR.**
- Réf. 121. **ÉLECTRICIEN D'ÉQUIPEMENT.**

#### **Deuxième Livre Réf. 200**

##### **Programme commun**

(Mathématique, Français, Instruction civique, Législation, Hygiène).

### **Professions commerciales et de bureaux**

#### **Premiers Livres**

- Réf. 311. **EMPLOYÉ DE BUREAU.**
- Réf. 313 P.D. **STÉNO-DACTYLOGRAPHIE** (Méthode Prévost-Delau-nay).
- Réf. 313 D.C. **STÉNO-DACTYLOGRAPHIE** (Méthode Duployé codifiée).

#### **Deuxième Livre Réf. 400**

##### **Programme commun**

(Mathématiques, Français, etc.).

## **PLAQUETTES TECHNOR**

Dépliants de 8 à 12 pages  
Liste détaillée sur demande

Aux termes de la loi du 11 mars 1957, qui n'autorise la courte citation que dans un but d'exemple et d'illustration, « toute représentation ou reproduction, intégrale ou partielle, faite sans le consentement de l'auteur ou de ses ayants droit ou ayants cause est illicite ». (Art. 40.)

# INTRODUCTION

L'ouvrage **Mesures électriques appliquées** s'adresse principalement aux élèves des Lycées Techniques : Sections d'électrotechnique (F 3) et d'électronique (F 2), aux étudiants préparant les B.T.S. d'électrotechnique ou d'électronique et les B.P., ainsi qu'aux adultes en cours de formation et de recyclage par la promotion du travail et la formation continue.

Dans ce but ont été apportés, à partir de déroulements opérationnels et d'explications simples, des compléments de calculs et de justifications mathématiques à l'étude fonctionnelle des appareils et à l'application de certaines méthodes de mesure.

A côté des mesures classiques de base : détermination de tensions, d'intensités, de résistances, d'inductances et de capacités, l'ouvrage fait une large place aux multiples applications : la recherche des défauts de câbles, les mesures d'isolement, de temps et de températures, les mesures magnétiques, la photométrie.

Un index alphabétique facilite l'utilisation méthodique et rapide des différents chapitres.

Les développements du calcul d'erreur attireront également l'attention du lecteur sur l'idée de mesure précise et sur l'interprétation des résultats mais sans autres considérations mathématiques que celles indispensables : double notion particulièrement appréciée dans l'Industrie.

Nous remercions les Etablissements qui nous ont ouvert leurs portes, documentés et aidés, afin que notre ouvrage soit le bon outil pour ceux qui abordent l'étude des **Mesures électriques** non seulement dans les Ecoles Techniques mais aussi en dehors ou au-delà de la scolarité.

- *Association des Ouvriers en Instruments de Précision,*  
185, rue de Bercy, 75-Paris (12<sup>e</sup>).
- *Chauvin-Arnoux,*  
190, rue Championnet, 75-Paris (18<sup>e</sup>).
- *Ferrix-Sofare,*  
98, avenue Saint-Lambert, 06-Nice.
- *Etablissements Schlumberger,*  
Avenue de Beau-Plan, 13-Marseille (13<sup>e</sup>).

LES AUTEURS.

---

Du même auteur M. ABATI dans la Collection Technor. Delagrave

AUTOMATISMES. 2 : CIRCUITS DE COMMUTATION

# TABLE DES MATIÈRES (1)

M <sub>A</sub>		M <sub>A</sub>	
	<b>Organisation d'un laboratoire.</b>	39 à 54	<b>Appareils industriels.</b>
1-2	Sources. Postes. Connexions.	39 à 43	<b>Appareils magnétoélectriques.</b>
3 à 8	<b>Symboles littéraux et graphiques.</b>	39	Principe. Microampèremètre.
		40	Milliampèremètre. Millivoltmètre.
		41-42	Ampèremètre.
		43	Voltmètre.
3-4	Symboles littéraux.	44	Ohmmètre à un cadre.
4	Alphabet grec. Multiples. Sous-multiples. Symboles mathématiques.	45 à 48	<b>Appareils ferromagnétiques.</b>
		46	<b>Appareils électrodynamiques.</b>
5	Symboles généraux d'appareils. Symboles des unités. Symboles portés sur les cadrans. Symboles graphiques.	46 à 48	Milliampèremètre. Voltmètre.
6 à 8		49	Ampèremètre.
		50	Wattmètres.
9 à 14	<b>Appareillage.</b>	52 à 54	<b>Appareils ferrodynamiques et à induction.</b>
			<b>Appareils électrostatiques.</b>
9	Rhéostats. Potentiomètres.		<b>Appareils thermiques.</b>
10	Résistances étalons.		<b>Oscilloscopes.</b>
11	Capacités. Selfs.	55 à 74	<b>Mesure de résistances élect.</b>
12	Alimentations. Piles étalons.		Généralités.
13	Auto-transformateurs.	55	Montage amont.
14	Régulateurs d'induction. Transfo à écran.	56	Montage aval.
15 à 22	<b>Méthodes de mesure. Erreurs.</b>	57	Comparaison de tensions.
		58	Comparaison d'intensités.
15	Méthodes de mesure.	59	Méthode du voltmètre.
16	Erreurs de mesure.	60	Demi-déviations. Egale-déviations.
17	Calcul d'erreur de mesure.	61	Méthode d'accumulation.
18 à 22	Applications.	62	Méthode de perte de charge.
		63-64	<b>Pont de Wheatstone.</b>
23 à 38	<b>Appareils de mesure à poste fixe.</b>	65 à 67	Equilibre et sensibilité.
		66	Constitution pratique.
23-24	Technologie.	67	Recherche d'équilibre.
25	Qualités. Classe.	68 à 70	<b>Pont double de Thomson.</b>
26	Erreurs sur les appareils.	68	Principe et analyse.
27	Classification. Normalisation.	69	Sensibilité.
28 à 30	<b>Galvanomètre à cadre mobile.</b>	70	Méthode de la pesée croisée.
28	Description. Couple moteur.	—	Pont à fil.
29	Amortissement.	71	<b>Méthode d'opposition.</b>
30	Etude expérimentale.	72	Pont de <i>Hockin Mathiessen</i> .
31	Galvanomètre différentiel. Logomètre.	73	Mégohmmètre à pont.
32 à 34	<b>Galvanomètre balistique.</b>	—	Ohmmètre à deux cadres.
32	Equations.	75 à 80	<b>Mesure des impédances.</b>
33 à 34	Constante.		<b>Mesure de capacités.</b>
34	Transformation.	75	Equivalence série.
35 à 36	<b>Fluxmètre.</b>	—	Equivalence parallèle.
36	Fluxmètre shunté.	—	Montage voltampèremétrique.
37-38	<b>Electromètre.</b>	76	Montage wattmétrique.
—	Equations de fonctionnement.	—	Méthode de comparaison.
—	Mesures de U et de P.	77	Mesure au fluxmètre, au capacitémètre.
		78	<b>Mesure des inductances.</b>
		—	Bobines avec et sans fer.
		79	Mesure d'une inductance avec fer.
		—	Coefficient de qualité.
		—	Coefficient de surtension.
		80	Q-mètre.
			Mutuelle inductance.

# TABLE DES MATIÈRES (2)

M <sub>A</sub>		M <sub>A</sub>	
81 à 88	<b>Mesure de U et I.</b>	118	Mesure en triphasé 3 et 4 fils.
81	F.E.M. Tensions.	119	Point neutre artificiel.
82	Accessoires de mesure.	—	Méthode des deux wattmètres.
83-84	Méthode d'opposition.	120	Puissance réactive.
85	Méthode de comparaison.	121	Mesure en triphasé 3 et 4 fils.
86	Intensité. Accessoires de mesure.	122	Triphasé équilibré.
87	Méthode d'opposition.	—	Règle de <i>Brylinski</i> .
—	Méthode de l'oscilloscope.	123	Compteur d'induction.
88	Mesure électrodynamique.	125-126	Compteurs polyphasés.
89 à 102	<b>Ponts en alternatif.</b>	127 à 134	<b>Étalonnage.</b>
89	Généralités.	127	Généralités.
90	Ponts P/Q. Ponts P.O.	128	Méthode de comparaison.
91	Sensibilité.	129	Déviation constante de l'étalon.
92	Equilibre.	130	Méthode potentiométrique.
93	Constitution pratique.	131-132	Étalonnage d'un wattmètre.
94	Impédances parasites.	133-134	Étalonnage d'un compteur.
95 à 96	Dispositif de <i>Wagner</i> .	135 à 142	<b>Défauts des câbles.</b>
95	Blindage des ponts.	135	Canalisations souterraines.
96	<b>Mesure de capacités.</b>	136	Défauts-types.
97 à 99	Ponts de <i>Sauty</i> et de <i>Wien</i> .	138	Méthode de la boucle.
97	Ponts de <i>Nersnt</i> et de <i>Schering</i> .	139	Méthode de la chute de tension.
98	<b>Mesure d inductances.</b>	140	Méthode du cadre.
99	Pont de <i>Hay</i> et d' <i>Anderson</i> .	141-142	Applications.
100	Pont de <i>Maxwell</i> .	143 à 148	<b>Résistances diverses.</b>
101-102	Pont de <i>Pirani</i> .	143-144	Mesure de résistance de piles et
101	<b>Mesure d inductances mutuelles.</b>	145	accumulateurs.
102	Pont de <i>Carrey-Foster</i> et de <i>Campbell</i> .	146	Mesure d'électrolytes.
103 à 114	<b>Mesure de fréquences.</b>	147	Résistance de terre.
103	Pont en double T.	148	Résistance d'isolement.
104	Pont de <i>Robinson</i> .	149 à 152	Relevé de caractéristiques.
105	<b>Mesures magnétiques.</b>	149	<b>Photométrie.</b>
106	Définitions. Mesure d'induction.	150	Unités. Relations.
107	Utilisation d'un fluxmètre.	151	Intensité lumineuse.
108	Utilisation d'un galvanomètre	152	Flux lumineux.
109	balistique, d'un magnétomètre.	153 à 162	Éclaircement.
110	Etude d'un matériau magnétique.	153-154	<b>Applications diverses.</b>
111	Démagnétisation.	155-156	<b>Mesure des déphasages.</b>
112	Première aimantation.	157-158	<b>Mesure de fréquences.</b>
113	Cycle d'hystérésis à l'oscilloscope.	159-162	<b>Mesure de temps.</b>
115 à 126	<b>Mesures des puissances et des énergies.</b>	159	<b>Mesure de températures.</b>
115	Méthode d' <i>Ewing</i> .	160	Pyromètre à déviation.
117	Méthode d' <i>Ewing</i> simplifiée.	161-162	Pyromètre à zéro.
118	Pertes par hystérésis. Perméabi-		Thermocouples.
119	lités.		
120	Mesure des pertes fer. Méthode		
121	d' <i>Epstein</i> .		
122	Méthode du wattmètre.		

# INDEX (I)

	M <sub>A</sub>		M <sub>A</sub>
Accessoires de mesure .....	82	Chronomètre .....	157
Accumulateurs (mes. de la r int.) ..	143	Chronoscope .....	157
Accumulation (méthode d') .....	62	Chute de tension .....	139
Active (puissance) .....	117	Classe de précision .....	11
Additionnelles (résistances) .....	82	Classe (des appareils de mesure) ..	25-26
Aimantation (première) .....	107	Classification (des app. de mes.) ..	27
Alimentation .....	12	Coefficient de qualité .....	79
Alphabet grec .....	4	Coefficient de surtension .....	79
Alternatif (app. magnéto-élect. en) ..	41-42	Comparaison d'intensités .....	59
Alternatif (ponts en) .....	89 à 102	Comparaison de tensions .....	58
Amont (montage) .....	56-75	Comparaison (étalonnage par) .....	128
Amortissement .....	24	Comparaison (mesure des cap.) ..	76
— (du galva) .....	29-30	Compteur d'induction .....	123
Ampèremètre électrodynamique ..	46	Compteur (étalonnage d'un) .....	133
Ampèremètre (étalonnage d'un) ..	128-130	Compteur polyphasé .....	125-126
Ampèremètre magnéto-électrique ..	40	Condensateurs (mes. des) .....	75-76
Ampèremètres (méthode des 3) ..	115	Connexions .....	1
Anderson (pont d') .....	97-98	Consommation (des app. de mes.) ..	25
Appareillage .....	9 à 14	Constante du galva-balistique .....	33-34
Appareils à induction .....	49	Constante du galva à cadre mobile ..	31
Appareils à poste fixe .....	23 à 38	Constitution des ponts en altern. ..	92
Appareils de mesure .....	23 à 54	Constitut. du pont de <i>Wheatstone</i> ..	66
Appareils de mesure industriels ..	39 à 54	Conventions (mes. puiss. en triph.) ..	117
Appareils électrodynamiques .....	45 à 48	Correction .....	127
Appareils électrostatiques .....	50	Couplages parasites .....	93
Appareils ferrodynamiques .....	49	Couple moteur (galvanomètre) ..	28
Appareils ferromagnétiques .....	44	Couple (Méthode d' <i>Ewing</i> ) .....	109
Appareils (généralités sur les) .....	23-24	Coupure des câbles .....	137
Appareils magnétoélectriques .....	39 à 43	Courbes de <i>Lissajous</i> .....	54
Appareils thermiques .....	50-51	Courbes isolux .....	152
Applications (défauts de câbles) ..	141-142	Court-circuit des câbles .....	138
Applications diverses .....	153 à 162	Croisée (méthode de pesée) .....	70
Artificiel (neutre) .....	115	Cycle d'hystérésis à l'oscilloscope ..	108
Astatique (wattmètre) .....	48		
Autotransformateur à rapport régl.	13	<b>Défauts des câbles</b> .....	135 à 142
Aval (montage) .....	57-75	Défauts-types de câbles .....	136
		Définitions photométriques .....	145
<b>Balayage (oscilloscope)</b> .....	53	Démagnétisation .....	106
Balistique (galvanomètre) .....	32 à 34	Demi-déviations .....	61
	62-63	Déphasage .....	153-154
Balistique (mesure d'un flux) .....	105	Deux wattmètres (méthode des) ..	119
Blindage des ponts .....	94	Déviations constantes de l'étalon ..	129
Bobine avec fer .....	78	Déviations (demi) .....	61
Bobine sans fer .....	78	Déviations (égales) .....	61
Boucle (méthode de la) .....	138	Déviations (méthode de) .....	15
<i>Brylinski</i> (règle de) .....	122	Déviations (pyromètre à) .....	159
		Différentiel (galvanomètre) .....	31
<b>Câbles (coupure des)</b> .....	137	Directe (mes. des puiss. réactives) ..	120
Câbles (court-circuits) .....	138	Dispositif de <i>Wagner</i> .....	93
Câbles (défauts des) .....	135 à 142	Diverses (mesure de résistances) ..	143 à 148
Cadre (galva à cadre mobile) .....	28 à 30	Diviseur de tension .....	9
Cadre (méthode du) .....	140	Double T (pont alternatif en) .....	101-102
Cadre (mouvement du) .....	33		
Cadre (ohmmètre à un) .....	43	<b>Echelles (d'app. magnéto-élect.) ..</b>	42
Cadres (ohmmètre à deux) .....	73	Eclairage .....	149-152
Calculs d'erreurs .....	17 à 22	Ecran (transfo. à) .....	14
Calcul des pertes fer .....	79	Egale déviation .....	61
<i>Campbell</i> (pont de) .....	101	Electrodynamiques (appareils) .....	15 à 48
Canalisations souterraines .....	135	Electrodynamique (mes. et balance)	88
Capacimètre .....	100	Electrolytes (mesure de résist. des)	145
Capacités (boîtes de) .....	11	Electrostatique (appareils) .....	50
Capacités (mesure des) .....	75	Electromètre .....	37-38
Capacités (mesure par ponts) .....	95-96	Emplacements (de travail) .....	1
Capacités polarisées .....	96	Energies (mesure des) .....	123 à 126
Caractéristiques (relevé des) .....	148	Enroulements (bornes homologues) ..	112
<i>Carrey-Foster</i> (pont de) .....	100	<i>Epstein</i> (méthode d') .....	113-114
Charge (perte de) .....	63-64		

# INDEX (2)

	M <sub>A</sub>		M <sub>A</sub>
Equation de l'électromètre .....	37	Inductance alimentée en continu..	99
Equilibre (du pont de <i>Wheatstone</i> ) ..	65	Inductance avec fer .....	79
Equilibre (recherche en alternatif) ..	90-91	Inductance mutuelle .....	80-100
Equilibre (rech. en <i>Wheatstone</i> ) ...	67	Inductance (mes. d') .....	78
Equilibre (triphase; puiss. réactive)	122	Inductance (mesure par ponts)....	97 à 100
Equivalence parallèle des capacités	75	Inductance sans fer .....	78
Equivalence série des capacités ..	75	Induction (appareils à) .....	49
Erreur (application de calculs d') ..	18 à 22	Induction (compteurs d') .....	123
Erreur (calcul d') .....	17	Induction (mesure d') .....	103-104
Erreurs (des app. de mes.) .....	26	Induction (régulateur d') .....	14
Erreur (de mesure) .....	16	Intensité (comparaison d') .....	59
Etalon (déviaton constante de l') ..	129	Intensité lumineuse .....	149-150
Etalonnage .....	127 à 134	Intensités (mesure des) .....	81 à 88
Etalonnage d'un ampèremètre .....	128 à 130	Interpolation (méthode d') .....	67
Etalonnage d'un compteur .....	133	Isolément (résistance d') .....	147
Etalonnage d'un voltmètre .....	128 à 130	Isolux (courbes) .....	152
Etalonnage d'un wattmètre .....	131-132		
Etalonnage en puissance fictive ..	134	Justesse .....	25
Etude d'un galvanom. à cadre mob.)	134		
<i>Ewing</i> (méthode d') .....	109-110	<i>Kohlrusch</i> (pont de) .....	145
		<i>Lippmann</i> (Méthode de) .....	145
Faibles résistances (mesure des) ..	55	<i>Lissajous</i> (courbes de) .....	54
F.e.m. tension .....	81	Logomètre .....	31
Fer (bobine avec) .....	78	Luminance .....	149
Fer (bobine sans) .....	78	Lumineux (flux) .....	151
Fer (calcul des pertes) .....	79	Luxmètre .....	152
Fer (mesure des pertes) .....	112		
Ferrodynamiques (appareils) .....	49	Magnétiques (mesures) .....	103 à 114
Ferromagnétiques (appareils) .....	44	Magnétoélectriques (appareils) ..	39 à 43
Fictive (étalonnage en puissance) ..	134	Magnétomètre .....	105
Fidélité .....	25	<i>Mance</i> (Méthode de) .....	144
Fil (pont à) .....	70	<i>Maxwell</i> (pont de) .....	98
Fils (3 fils) .....	118	Mégohmmètre à pont .....	73
Fils (4 fils) .....	118	Mesure de capacités par ponts ...	95-96
Flux de fuite .....	113	Mesure de résist. des électrolytes ..	145
Flux lumineux .....	149-151	Mesure de la r. int. (pile ou accu)	143-144
Fluxmètre .....	35-77	Mesure des capacités .....	75-76
	105-157	Mesure des déphasages .....	153-154
Fluxmètre shunté .....	36 et 105	Mesure des énergies .....	123 à 126
Fréquences (générateur de) .....	155-156	Mesure des fréquences .....	155-156
Fréquences (mesure de) .....	101-102	Mesure des fréq. par ponts altern.	101-102
	155-156	Mesure des grandeurs magnéti-	103 à 104
Fuite (flux de) .....	113	ques .....	75 à 80
		Mesure des impédances .....	78 à 80
Galvanomètre à cadre mobile .....	28 à 30	Mesure des inductances .....	80-100
Galvanomètre balistique .....	32 à 34	Mesure des induct. mutuelles .....	97-98
	62-63-105	Mesure des inductances par ponts	99-100
Galvanomètre différentiel .....	31	Mesure des inductions .....	103-104
Généralités sur les app. de mesure	23-24	Mesure des pertes fer .....	112
Généralités sur les mes. de résist. ..	55	Mesure des puissances .....	115 à 122
Généralités sur les ponts en alt. ....	89	Mesure des puissances réactives ..	120 à 122
Générateur de fréquence variable ..	12	Mesure des résistances électriques	55 à 74
Grandes résistances (mesure des) ..	55	Mesure des températures .....	159
		Mesure des temps .....	157-158
<i>Hay</i> (pont de) .....	97	Mesure des tensions et f.e.m. ....	81
Hétérostatique (montage) .....	38	Mesure d'une induction .....	104
<i>Hockin-Mathiessen</i> (pont de) .....	72	Mesure d'une puissance .....	38
Homologues (bornes) .....	112	Mesure d'une puiss. à l'électrom. ..	38
Hystérésis (cycle mes. à l'oscillosc.)	108	Mesure électrodynamique .....	88
Hystérésis (méth. d' <i>Ewing</i> ) .....	109	Mesure en triphasé 3 fils .....	118
Hystérésis (pertes par) .....	111	Mesure en triphasé 4 fils .....	118
		Mesures magnétiques .....	103 à 114
Idiostatique (montage) .....	38	Méthode d'accumulation .....	62
Impédances (mesure des) .....	75 à 80	Méthode de compar. (app. mesure)	128
Impédances paras. des ponts en alt.	93		
Indirecte (mes. des puiss. réactives)	120		



# INDEX (3)

	M <sub>A</sub>		M <sub>A</sub>
Méthode de compar. (capacité) . . .	76	Piles (résistance des) . . . . .	143
Méthode de compar. (résistances). . .	58-59	<i>Pirani</i> (pont de) . . . . .	99
Méthode de comparaison (tensions) . . . . .	85	Point neutre artificiel . . . . .	119
Méthode de déviation . . . . .	15	Polarisées (capacités) . . . . .	96
Méth. de la boucle (déf. de câble) . . .	138	Pont à fil . . . . .	70
Méth. chute de tension (déf. câble) . .	139	Pont d' <i>Anderson</i> . . . . .	97-98
Méthode de <i>Lippmann</i> . . . . .	145	Pont de <i>Campbell</i> . . . . .	101
Méthode de <i>Mance</i> . . . . .	144	Pont de <i>Carrey-Foster</i> . . . . .	100
Méth. de pesée croisée ( <i>Thomson</i> ) . . .	70	Pont de <i>Hay</i> . . . . .	97
Méthodes de mesure . . . . .	15	Pont d' <i>Hockin-Mathiessen</i> . . . . .	72
Méthode de perte de charge . . . . .	63-64	Pont de <i>Kohlrausch</i> . . . . .	145
Méthode de <i>Epstein</i> . . . . .	114	Pont de <i>Maxwell</i> . . . . .	98
Méthode de résonance. . . . .	15	Pont (mégohmmètre à) . . . . .	73
Méthode des deux wattmètres . . . . .	119	Pont de <i>Nersnt</i> . . . . .	96
Méthode des trois ampèremètres. . . . .	115	Ponts P/Q et P.Q . . . . .	89
Méthode des trois voltmètres . . . . .	116	Pont de <i>Pirani</i> . . . . .	99
Méthode de substitution . . . . .	67	Pont de <i>Robinson</i> . . . . .	102
Méthode de <i>Ewing</i> . . . . .	109-110	Pont de <i>Sauty</i> . . . . .	95
Méthode de zéro . . . . .	15-65	Pont de <i>Schering</i> . . . . .	96
Méthode d'interpolation . . . . .	67	Pont de <i>Thomson</i> . . . . .	68 à 70
Méthode d'opposition . . . . .	71-83-87	Pont de <i>Wheatstone</i> . . . . .	65 à 67-160
Méthode du balistique. . . . .	105	Pont de <i>Wien</i> . . . . .	95
Méthode du cadre . . . . .	140	Pont en alternatif . . . . .	89 à 102
Méthode du fluxmètre . . . . .	60	Pont en double T . . . . .	101-102
Méthode du voltmètre (pertes fer) . . .	112-113	Pont (mégohmmètre à) . . . . .	73
Méthode pot. d'étalon . . . . .	130	Polyphasés (compteurs) . . . . .	125-126
Microampèremètre magnétoélectr. . . .	39	Poste de travail . . . . .	1-2
Milliampèremètre électrodynam. . . . .	46	Potentiomètre . . . . .	9
Milliampèremètre magnétoélectr. . . . .	39	Potentiométrique (méthode) . . . . .	71 à 87-130
Millivoltmètre magnétoélectrique . . . .	39	Potentiométrique (réducteur) . . . . .	82
Montage amont . . . . .	56	Première aimantation . . . . .	107
Montage aval . . . . .	57	Puissance active . . . . .	117
Montage voltampèremétr. (cap.) . . . .	75	Puissance en alternatif . . . . .	116
Montage wattmétrique (cap.) . . . . .	76	Puissance en continu . . . . .	115
Mutuelle inductance . . . . .	80 et 100	Puissance en triphasé . . . . .	117 à 119
		Puissance fictive . . . . .	134
		Puissance (mes. à l'électromètre) . . . .	38
		Puissance réactive . . . . .	120
<b>Nersnt</b> (pont de) . . . . .	96	Pyromètre à déviation . . . . .	159
Neutre (artificiel) . . . . .	119	Pyromètre à zéro . . . . .	160
Normes . . . . .	27	Pyromètres industriels . . . . .	162
		<b>Qualité</b> (coefficient de) . . . . .	79
<b>Ohmmètre</b> à deux cadres. . . . .	73	Qualité des appareils de mesure . . . .	25
Ohmmètre à un cadre . . . . .	43	Quantité d'électricité (mes. de) . . . .	36
Opposition (méthode d') . . . . .	71-83	Q-mètre . . . . .	79
Organisation d'un laboratoire . . . . .	1-2		
Oscilloscope . . . . .	52 à 54		
Oscilloscope (mesure de E et I) . . . . .	87	<b>Réactive</b> (puissance) . . . . .	117-120 +
Oscilloscope (mes. cycle d'hystér.) . . .	108	Réducteur capacitif . . . . .	82
Oscilloscope (mes. de déphasages) . . .	154	Réducteur de tension . . . . .	9
Oscilloscope (mes. de temps) . . . . .	158	Réducteur potentiométrique . . . . .	82
Outillage . . . . .	2	Règle de <i>Brylinski</i> . . . . .	122
		Régulateur d'induction . . . . .	14
<b>Parallèle</b> (équiv. des capacités) . . . .	75	Relevés de caractéristiques . . . . .	148
Parasites (couplages) . . . . .	93	Résistances additionnelles. . . . .	11-82
Parasites (impédances) . . . . .	93	Résistances (boîte de) . . . . .	10
Perméabilités . . . . .	111	Résistance critique (galva.) . . . . .	30
Perméamètre . . . . .	111	Résistances de terre . . . . .	146
Perte (de charge) . . . . .	63-64	Résistance d'électrolyte . . . . .	145
Perte fer (calculs des) . . . . .	79	Résistances des piles et accus. . . . .	143-144
Perte fer (mesure des) . . . . .	112-113	Résistances d'isolement . . . . .	147
Perte par hystérésis . . . . .	111	Résistances diverses . . . . .	143 à 148
Pesée croisée (pont de <i>Thomson</i> ) . . . .	70	Résistance du cadre (galva.) . . . . .	30
Photomètres . . . . .	150	Résistances étalons . . . . .	10
Photométrie . . . . .	149 à 152	Résistances fixes . . . . .	10
Photométriques (courbes) . . . . .	151	Résistance interne d'appareil . . . . .	61
Pile étalon . . . . .	12	Résistances (mesure des) . . . . .	55 à 74
		Résistances (mesure des faibles) . . .	55-58-71

# INDEX (4)

	M <sub>A</sub>		M <sub>A</sub>
Résistances (mes. des grandes) ..	59-60	Thermiques (appareils) .....	50-51
Résistances (mes. des moyennes)	56	Thermocouples .....	161-162
Résistances (mes. des t. faibles) ..	68-71-72	<i>Thomson</i> (pont de) .....	68 à 70
Résistances (mes. des t. grandes).	55-62-63-73	Transformateur à écrans .....	14
Résistance optimum (galva.) .....	31	Transformateur de potentiel .....	82
Résonance (méthode de) .....	15	Transformateur d'intensité .....	86
Rhéostat .....	9	Transformation du galva .....	34
<i>Robinson</i> (pont de) .....	102	Triphasé équilibré (puiss. réactive)	122
<b>S</b>		Triphasé 3 fils (mesure des puiss.)	118-121
<i>Sauty</i> (pont de) .....	95	Triphasé 4 fils (mesure des puiss.)	118
<i>Schering</i> (pont de) .....	96	Triphasé 3-4 fils (mes. puiss. react.)	121
Selfs (boîte de) .....	11	Trois (méth. des 3 ampèremètres)	115
Selfs (mesure des) .....	78	Trois (méth. des 3 voltmètres) .....	116
Sensibilité .....	25	Types (défauts types des câbles) .	136
Sensibilité des ponts en alternatif .	90	<b>V</b>	
Série (équivalence des capacités) .	75	Voltampèremètre (mes. des capac.)	75
Shunt .....	11-86	Voltmètre électrodynamique .....	46
Shunt de l'ohmmètre .....	43	Voltmètre (étalonnage d'un) .....	128 à 130
Shunt universel .....	40	Voltmètre magnétoélectrique .....	41
Sources .....	1-2	Voltmètre (mes. résistance d'un) ..	61
Souterraines (canalisations) .....	135	Voltmètre (méth. pour mes. résist.)	60
<i>Steinmetz</i> (formule de) .....	111	Voltm. (méth. des 3 pr mes. puiss.)	116
Substitution (méthode de) .....	67	<b>W</b>	
Surtension (coefficient de) .....	79	<i>Wagner</i> (dispositif de) .....	93
Suspension (de l'équipage) .....	24	Wattmètre astatique .....	48
Symboles graphiques .....	5 à 8	Wattmètre électrodynamique .....	46-47
Symboles littéraux .....	3 à 5	Wattmètre (étalonnage d'un) .....	131-132
<b>T</b>		Wattmètre ferrodynamique .....	49
<i>T</i> (pont en double) .....	101-102	Wattmètres (méthode des 2) .....	119
Tarage de l'ohmmètre .....	43	Wattmètre (méth. du pr pertes fer).	112-113
Températures (mesure des) .....	159	Wattmétrie (mes. des capacités).	76
Temps (mesure des) .....	157	<i>Wheatstone</i> (pont de) .....	65 à 67-160
Tension (chute de) .....	139	<i>Wien</i> (pont de) .....	95
Tension (comparaison de) .....	58	<b>Z</b>	
Tension (mesure de) .....	81 à 88	Zéro (méthode de) .....	15
Terre (mesure de résistances de) .	146	Zéro (pyromètre à) .....	160



**ORGANISATION  
D'UN  
LABORATOIRE**

## LES PRINCIPAUX MOYENS

### Sources d'énergie utilisées.

Les sources usuelles sont :

**Courant continu** : de 1 à 12 V, piles, batteries d'accumulateurs.

— de 24 V, 120 V, 240 V, batteries collectives, redresseurs, ATV sur secteur alternatif. La puissance totale installée dépend du nombre de postes que l'on désire faire fonctionner simultanément, soit par poste et pour chacune des tensions ci-dessus respectivement : 1 à 20 W, 300 W, 1,2 kW, 1,2 kW.

**Courant alternatif** (secteur monophasé 220 V, secteur triphasé 380 V) réglés par transformateurs et alternostats.

La puissance à prévoir par poste et pour chaque tension est 2 kVA et 4 kVA. Des prises de terre seront accessibles à chaque poste.

### Emplacements de travail.

Disposer les tables près des sources individuelles pour faciliter les raccordements. L'aire de travail doit permettre de réaliser aisément et dans la clarté tous les montages ainsi que la rédaction des relevés.

De préférence adopter l'éclairage ad giorno qui évite l'ombre portée des opérateurs.

Des socles fixes, isolés des tables de manipulation susceptibles de déplacement par inadvertance, recevront les appareils à suspension fragile : galvanomètres, fluxmètres, électromètres.

Enfin prévoir des tables roulantes affectées au transport en toute sécurité des appareils en début et en fin de séance. De telles tables conviennent aussi pour transporter et supporter des oscilloscopes à mettre en service près d'un montage. Des armoires vitrées permettront un rangement méthodique.

### Photométrie.

Cette technique nécessite l'usage d'une salle spécialement conçue et équipée :

— Parois recouvertes d'une peinture noire mate non réfléchissante.

— Dispositifs d'occultation totale des ouvertures.

— Sas d'entrée avec signal lumineux extérieur indiquant l'occupation.

— Dispositif de renouvellement de l'air ne laissant filtrer aucune lumière.

### Connexions.

On facilite la lecture des montages en adoptant deux sections différentes :

1 à 1,5 mm<sup>2</sup> pour les raccordements tension;

2,5 mm<sup>2</sup> pour les raccordements intensité.

De même adopter le bleu pour les fils tension et le rouge pour les fils intensité. Etablir un standard des fils de 4 ou 5 longueurs identifiables par la couleur distinctive des manches isolants sur fiches d'extrémité.

### Outillage.

La dotation d'outils nécessaires aux opérations de démontage, montage, entretien et réparation des appareils et accessoires utilisés justifie beaucoup de soin : choix et accessibilité. Ne pas oublier les pinceaux plats souples utiles pour retirer toute trace de poussière sur les appareils avant usage et après.

## LES MONTAGES DE MESURE

### Principes à respecter.

• Disposer, entre chaque source et montage, un interrupteur (ou mieux un disjoncteur) aisément accessible.

• Situer les appareils selon une répartition fonctionnelle :

— facilité d'accès aux appareils de réglage;

— facilité de lecture sur les appareils de mesure (parallaxe).

• Installer sur socles fixes les appareils présentant des suspensions fragiles (hors des tables de manipulation pour éviter de les ébranler accidentellement).

• Réaliser des liaisons de longueur rationnelle :

— l'excès de longueur encombre;

— le défaut de longueur provoque des coupures.

• Ecarter les cordons hors des champs opératoires (curseurs de rhéostats, commutateurs de résistances réglables) ou des cadrans.

• Réserver une place suffisante à l'aide-opérateur chargé des relevés.

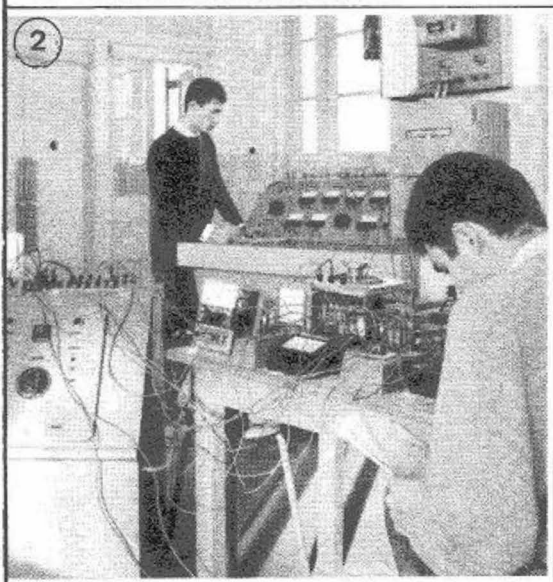
# ORGANISATION D'UN LABORATOIRE (2)

M<sub>A</sub> 2



Salle de Mesures Electriques

E.E.I. et LT de Marseille



Poste de Mesure

E.E.I. de Marseille



Poste de Mesure

Laboratoire E.E.I.M.



**SYMBOLES LITTÉRAUX  
ET GRAPHIQUES**



M<sub>A</sub> 3

# SYMBOLES LITTÉRAUX (1)

## (NF C 03-000 et FD X 02-005)

Grandeurs	Symboles		Unités		Observations
	prin- cipal	de ré- serve	Nom	Sym- bole	
<b>GÉOMÉTRIE • CINÉMATIQUE</b>					
Longueur .....	l		mètre	m	
Hauteur .....	h		mètre	m	
Rayon .....	r		mètre	m	
Diamètre .....	d		mètre	m	
Aire .....	A	S	mètre carré	m <sup>2</sup>	
Volume .....	V	v	mètre cube	m <sup>3</sup>	
Angle plan .....	α, β, γ	etc.	radian	rd	
Angle solide .....	ω	Ω	steradian	sr	
Temps .....	t		seconde	s	h (heure); mn (minute)
Durée d'une période ..	T		seconde	s	
Constante de temps....	τ	T	seconde	s	
Fréquence .....	f	ν	hertz	Hz	
<b>DYNAMIQUE</b>					
Masse .....	m		kilogramme	kg	
Masse volumique .....	ρ		kg par m <sup>3</sup>	kg/m <sup>3</sup>	quotient ( $\frac{\text{masse}}{\text{volume}}$ )
Force .....	F		newton	N	1 kgf 9,80665 N
Poids .....	G	P, W	newton	N	
Poids volumique .....	γ		N par m <sup>3</sup>	N/m <sup>3</sup>	quotient ( $\frac{\text{poids}}{\text{volume}}$ )
<b>THERMODYNAMIQUE</b>					
Température .....	t	θ	degré Celsius	°C	
Quantité de chaleur....	Q		joule	J	
<b>ÉLECTRICITÉ • MAGNÉTISME</b>					
Charge électrique .....	Q		coulomb	C	on utilise également
Quantité d'électricité...	Q		coulomb	C	l'ampère-heure (Ah)
Champ électrique .....	E	K	volt par m	V/m	
Potentiel électrique .....	V	φ	volt	V	
Diff. de potentiel. Tens. .	U	V	volt	V	
Force électromotrice ...	E		volt	V	

# SYMBOLES LITTÉRAUX (1)

(NF C 03-000 et FD X 02-005)

M<sub>A</sub> 4

Grandeurs	Symboles		Unités		Observations
	prin- cipal	de ré- serve	Nom	Sym- bole	
Flux électrique .....	Ψ'		coulomb	C	
Déplacement .....	D		C par m <sup>2</sup>	C/m <sup>2</sup>	
Capacité .....	C		farad	F	
Courant électrique ....	I		ampère	A	
Densité de courant ....	J	S	A par m <sup>2</sup>	A/m <sup>2</sup>	
Champ magnétique ....	H	ℋ	At par m	At/m	
Force magnétomotrice..	F, F <sub>m</sub>	ℱ	ampère	A	
Induction magnétique ..	B		tesla	T	
Flux d'induction mag. ...	Φ		weber	Wb	
Inductance .....	L		henry	H	
Inductance mutuelle ...	M	L <sub>mn</sub>	henry	H	
Perméabilité .....	μ		H par m	H/m	
Perméabilité absolue ...	μ <sub>0</sub>		H par m	H/m	μ <sub>0</sub> = 4 π · 10 <sup>-7</sup> H/m
Perméabilité relative ...	μ <sub>r</sub>		H par m	H/m	μ <sub>r</sub> = μ/μ <sub>0</sub>
Résistance .....	R		ohm	Ω	
Energie. Travail .....	W		joule	J	
Résistivité .....	ρ		ohm.mètre	Ω.m	
Conductance .....	G		siemens	S	
Conductivité .....	γ		S par m	S/m	
Reluctance .....	R, R <sub>m</sub>	ℜ	henry <sup>-1</sup>	H <sup>-1</sup>	
Perméance .....	λ	P	henry	H	Λ = 1/R <sub>m</sub>
Impédance .....	Z		ohm	Ω	
Réactance .....	X		ohm	Ω	
Angle de perte .....	δ		radian	rd	
Admittance .....	Y		siemens	S	Y = 1/Z
Puissance active .....	P		watt	W	
Puissance réactive .....	Q		var	var	
Puissance apparente ....	S		voltampère	VA	S <sup>2</sup> = P <sup>2</sup> + Q <sup>2</sup>
Nb. spires d'enroulement	N				

### PHOTOMÉTRIE

Flux lumineux .....	F		lumen	lm
Intensité lumineuse ....	I		candela	cd
Luminance .....	L		cd par m <sup>2</sup>	cd/m <sup>2</sup>
Eclairement .....	E		lux	lx

**ALPHABET GREC**

Alpha	A, α	Eta	H, η	Nu	N, ν	Tau	T, τ
Bêta	B, β	Thêta	Θ, θ	Ksi	Ξ, ξ	Upsilon	Υ, υ
Gamma	Γ, γ	Iota	I, ι	Omicron	O, ο	Phi	Φ, φ
Delta	Δ, δ	Kappa	K, κ	Pi	Π, π	Khi	Χ, χ
Epsilon	E, ε	Lambda	Λ, λ	Rhô	P, ρ	Psi	Ψ, ψ
Zêta	Z, ζ	Mu	M, μ	Sigma	Σ, σ	Omégâ	Ω, ω

**TABLEAU DES MULTIPLES ET SOUS-MULTIPLES**

Coefficient multipliant l'unité	10 <sup>12</sup>	10 <sup>9</sup>	10 <sup>6</sup>	10 <sup>3</sup>	10 <sup>2</sup>	10	10 <sup>-1</sup>	10 <sup>-2</sup>	10 <sup>-3</sup>	10 <sup>-6</sup>	10 <sup>-9</sup>	10 <sup>-12</sup>
Pré-fixe	téra	giga	méga	kilo	hecto	déca	déci	centi	milli	micro	nano	pico
Symbole	T	G	M	k	h	da	d	c	m	μ	n	p

**SYMBOLES ET VALEURS MATHÉMATIQUES**

Symboles		Valeurs remarquables	
Cas usuels		Nombre	Logarithme
= Egal à	< Inférieur à	π = 3,14 159	0,49 715
≠ Différent de	> Supérieur à	$\frac{1}{\pi} = 0,31 831$	$\bar{1},50 285$
≈ Sensiblement égal à	≪ Très inférieur à	$\sqrt{2} = 1,41 421$	0,15 051
≈ Asymptotiquement égal à	≫ Très supérieur à	$\frac{1}{2} = 0,70 711$	$\bar{1},84 949$
⇒ Implique	Cte. Constante	$\sqrt{3} = 1,73 205$	0,23 856
⇔ Implication dans les deux sens	A  Valeur absolue de A	$\frac{1}{\sqrt{3}} = 0,57 735$	$\bar{1},76 144$

Log : logarithme naturel ou : népérien de base e (e = 2,718 281 823... ≈ 2.7).

log : logarithme vulgaire ou décimal (base 10).

$$\left. \begin{array}{l} \log_{10} X = \frac{1}{\text{Log } 10} \cdot \text{Log } X \\ \log_{10} X \approx \frac{\text{Log } X}{2,3} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{Log } X = 2,3 \log X.$$








# SYMBOLES LITTÉRAUX ET GRAPHIQUES (3)

**M<sub>A</sub> 6**

## Appareils de mesure.

Un appareil de mesure est représenté graphiquement par un symbole général complété intérieurement par le symbole littéral de l'unité de la grandeur mesurée, ou d'un multiple ou sous-multiple de cette unité.









### Symboles généraux (NF C 03-103)

		
Appareil indicateur	Appareil enregistreur	Compteur
Ex : 		
Ampèremètre	Wattheure-mètre	Indicateur de déphasage
		
		Indicateur de facteur de puissance

### Symboles littéraux des principales unités d'électrotechnique avec leurs principaux multiples et sous-multiples.

<b>Intensité</b> A. ampère kA. kiloampère mA. milliampère $\mu$ A. microampère  <b>Tension</b> V. volt kV. kilovolt mV. millivolt $\mu$ V. microvolt	<b>Puissance active</b> W. watt kW. kilowatt MW. mégawatt  <b>Puissance réactive</b> Var. var kVar. kilovar MVar. megavar  <b>Puissance apparente</b> VA. voltampère kVA. kilovolt-ampère	<b>Fréquence</b> Hz. hertz kHz. kilohertz MHz. mégahertz  <b>Résistance- Impédance</b> $\Omega$ . ohm k $\Omega$ . kilohm M $\Omega$ . megohm  <b>Induction magnétique</b> T. tesla mT. millitesla	<b>Flux d'induction magnétique</b> Wb. weber mWb. milliweber  <b>Capacité</b> F. farad mF. millifarad $\mu$ F. microfarad nF. nanofarad pF. picofarad
--	---	--	--

### Symboles portés sur les cadrans des appareils de mesure (NF C 42-100)

Nature du courant mesuré	Tension d'épreuve diélectrique	Position à utiliser
— continu		— avec cadran vertical 
— alternatif, monophasé		— avec cadran horizontal 
— continu et alternatif monophasé		— avec cadran incliné 
— alternatif triphasé avec 1 circuit de courant et 1 circuit de tension		<b>Classe de précision</b> — en % du calibre considéré (ex. 2) <b>2</b>
— alternatif triphasé avec 2 circuits de courant et 1 de tension		— en % de la longueur de la graduation (ex. 1,5) <b>1,5</b>
		— en % de la valeur vraie (ex. 1) <b>1</b>

**M<sub>A</sub> 7**

# SYMBOLES GRAPHIQUES (1)

Phénomène provoquant le fonctionnement  
(NF C 42-100)

Appareil magnéto-électrique		Thermocouple isolé		Logomètre (quotientmètre) ferro-magnétique	
Appareil magnéto-électrique avec shunt ext. et cordons Ex. : 2 cordons 0,2 Ω		Appareil magnéto-électrique à thermocouple isolé incorporé		Appareil électro-dynamique	
Millivoltmètre magnéto-électrique avec cordons Ex. : Résistance des cordons : 0,04 Ω		Quotientmètre magnéto-électrique		Appareil ferro-dynamique	
Appareil magnéto-électrique-avec redresseur incorporé.		Appareil à aimant mobile		Quotientmètre électro-dynamique	
Appareil magnéto-électrique : redresseur et transformateur de courant		Logomètre (quotientmètre) à aimant mobile		Logomètre (quotientmètre) ferro-dynamique	
Appareil magnéto-électrique avec redresseur extérieur à l'appareil		Appareil ferro-magnétique		Appareil à induction	
Thermocouple non isolé		Appareil ferro-magnétique avec résistance additionnelle extérieure		Appareil thermique (à fil chaud ou à dilatation)	
Appareil magnéto-électrique à thermocouple non isolé extérieur à l'appareil		Appareil à fer mobile et à aimant		Appareil à lames vibrantes	

# SYMBOLES GRAPHIQUES (2)

**M<sub>A</sub> 8**


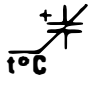
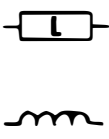


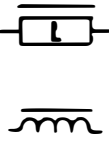


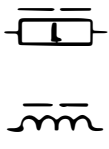


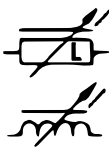

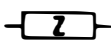
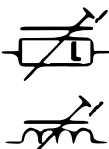

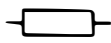
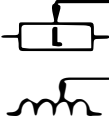



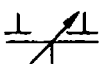
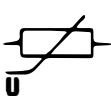


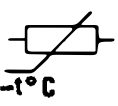
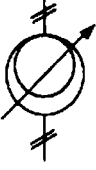
Symboles divers et appareillage  
(NF C 03-101; NF C 03-103; NF C 42-100)

Appareil électrostatique		Aimant permanent		Transformateur de tension	
Dispositif de réglage du zéro		Protection magnétique (elle est figurée autour du symbole de l'appareil).		Transfo. à deux enroulements secondaires sur un même circuit magnétique	
Réglage du zéro avec indicateur du danger à effectuer le réglage sous tension		Protection électrostatique		Résistance non inductive et non capacitive (2 variantes)	
Appareil astatique	<b>ast</b>	Symbole d'existence d'un document sur les renseignements indispensables		Résistance variable	
Masse (2 variantes)		Oscilloscope		Résistance à variabilité continue	
Terre		Oscillographe		Résistance à variabilité par échelons	
Référence à la norme NF C 42-100		Transformateur de courant		Résistance à ajustabilité prédéterminée	
Ecran		Transformateur de courant à deux circuits magnétiques		Résistance potentiométrique réglable	

**M<sub>A</sub> 8<sup>bis</sup>**

**SYMBOLES GRAPHIQUES (3)**

**Appareillages divers**  
(NF C 03-101 et NF C 03-103)

Résistance potentiométrique fixe		Condensateur à variabilité intrinsèque non linéaire fonction de la température		Inductance (2 variantes)	
Capacité condensateur		Condensateur électrolytique polarisé		Inductance avec noyau ferromagnétique (2 variantes)	
Condensateur avec indication de l'armature extérieure (ligne brisée)		Condensateur variable		Inductance avec noyau ferromagnétique à entrefer (2 variantes)	
Condensateur polarisé		Condensateur à ajustabilité prédéterminée		Inductance avec noyau à variabilité intrinsèque continue (2 variantes)	
Condensateur électrolytique non polarisé		Impédance		Inductance avec noyau à ajustabilité continue prédéterminée (2 variantes)	
Condensateur variable avec une armature mobile		Résistance, sans spécification relative à l'induction ou à la capacité		Inductance variable par contact mobile (2 variantes)	
Condensateur variable par échelons		Résistance à variabilité non linéaire		Auto-transformateur monophasé	
Condensateur différentiel réglable (C <sub>1</sub> + C <sub>2</sub> = constante)		Résistance à variabilité non linéaire dépendant de la tension		Auto-transformateur à réglage progressif de tension	
Condensateur variable à double armature mobile (C <sub>1</sub> = C <sub>2</sub> )		Résistance à coefficient de température négatif (thermistance)		Régulateur à induction monophasé	

# APPAREILLAGE

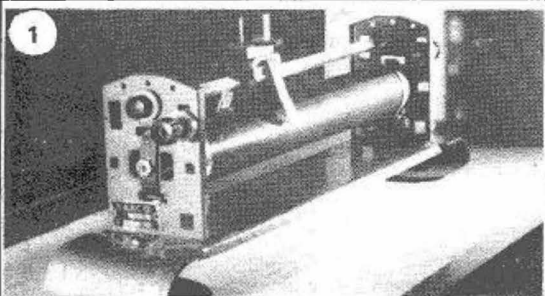


Les rhéostats sont des résistances ajustables permettant de régler par le déplacement d'un curseur, une intensité dans un circuit.

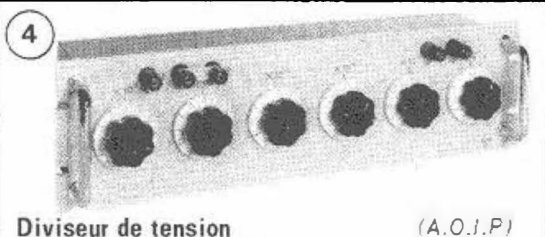
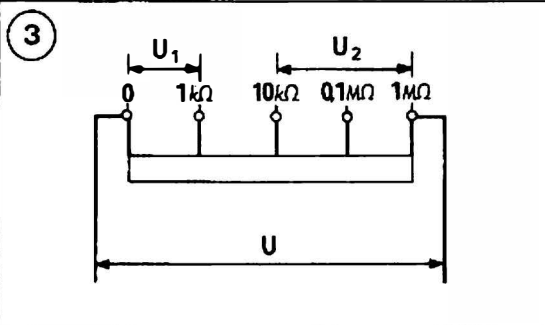
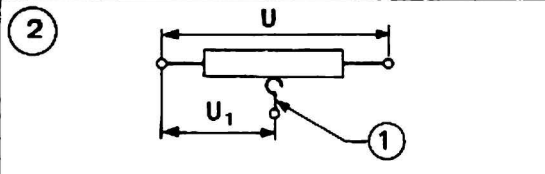
Les rhéostats peuvent être couplés en série ou en parallèle. Le tableau ci-dessous donne une vue d'ensemble de leurs caractéristiques.

Tableau-type d'après une collection de 150 appareils différents  
Valeurs des résistances en Ω en fonction des intensités et des puissances

I \ P	90 W	130 W	175 W	300 W	400 W	525 W	650 W
0,2 A à 1 A	2 250 à 60	3 750 à 100	5 500 à 145	7 700 à 200	10 900 à 280	14 600 à 400	19 000 à 510
1,5 A à 5 A	34 à 2,6	58 à 4,5	85 à 6,5	115 à 9	170 à 13	230 à 17,5	290 à 23
6,5 A à 9 A	1,8 à 0,9	3 à 1,5	4,5 à 2,25	6,2 à 3,2	9 à 4,5	12 à 6,2	15,5 à 8
10,5 A à 21 A	0,7 à 0,17	1,15 à 0,28	1,7 à 0,42	2,3 à 0,57	3,3 à 0,8	4,5 à 11	6 à 1,5



Rhéostat



Diviseur de tension

(A.O.I.P)

POTENTIOMÈTRES

Dispositifs permettant, à partir d'une résistance réglable de faire varier le potentiel alimentant un circuit. Généralement les rhéostats à curseur peuvent être branchés en potentiomètre (fig. 2) la tension U<sub>1</sub> obtenue à partir de l'alimentation est fonction de la position du curseur (1).

Les rhéostats et potentiomètres sont définis par la résistance totale, la puissance et l'intensité admissibles en régime permanent.

RÉDUCTEURS DE TENSION (fig. 3)

Ils comportent des résistances étalons en série dont les valeurs permettent la connaissance précise et dans des proportions pratiques de l'image réduite d'une tension donnée (fig. 3)

$$U_1 = U \times \frac{1k\Omega}{1M\Omega} = U \frac{10^3}{10^6} = 10^{-3}U$$

$$U_2 = U \frac{1M\Omega - 10k\Omega}{1M\Omega} = U \frac{99 \cdot 10^4}{10^6} = 99 \cdot 10^{-2}U$$

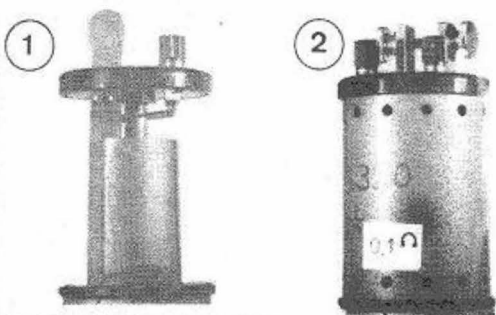
DIVISEURS DE TENSION (fig. 4)

Alors que les réducteurs de tension offrent des rapports fixes, les diviseurs de tension fournissent à leurs bornes de sortie, une fraction réglable de la tension qu'on applique à leurs bornes d'entrée.

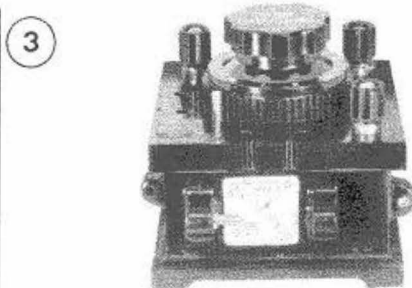
Les modèles pour courant continu sont équipés de résistances de grande stabilité; ceux à courant alternatif sont réalisés à l'aide de transformateurs.

# APPAREILLAGE RÉSISTANCES ÉTALONS

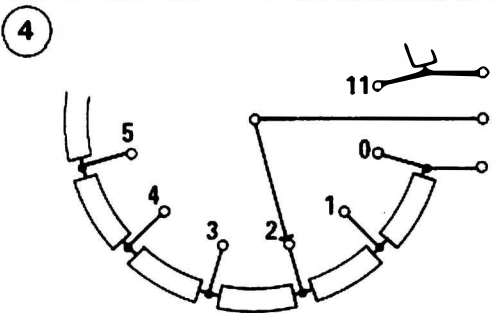
**M<sub>A</sub> 10**



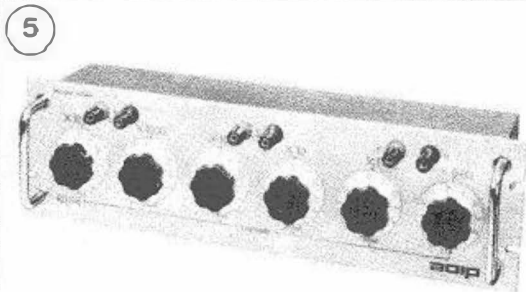
① Résistance étalon 0,1Ω



③ Boîte à décade (A.O.I.P)

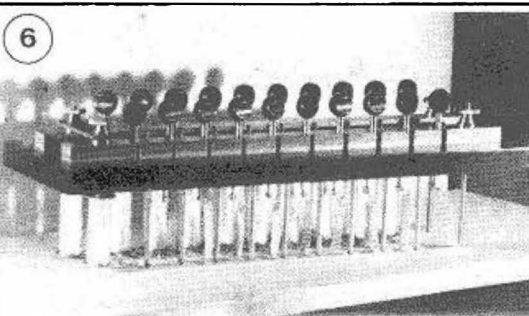


④



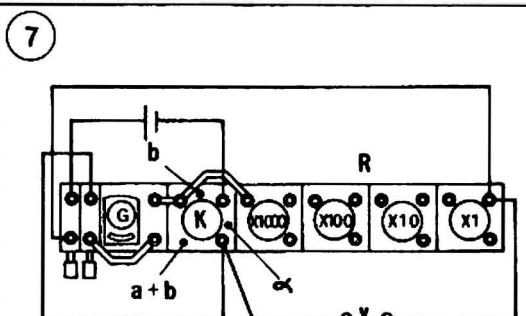
⑤

Boîte à décades (A.O.I.P)



⑥

Boîte à fiches



⑦

## RÉSISTANCES ÉTALONS FIXES (fig. 1)

Exécutées en général avec de la manganine (Cu 80 % — Mn 12 % — Ni 2 %) elles sont très stables si on limite systématiquement l'intensité admise au-dessous de la valeur nominale : de 0,01 Ω (50A) à 1 MΩ (2 mA) avec des précisions de 0,001 % à 0,05 %.

## RÉSISTANCES ÉTALONS AJUSTABLES

### Boîtes de résistances dites « à décades ».

Il en existe deux types :  
— à une seule décade par boîte (fig. 3 et 4).

— à plusieurs décades par boîte (fig. 5). Dans les deux cas chaque décade est constituée par 10 ou 11 résistances identiques que l'on met successivement en série à l'aide d'un commutateur.

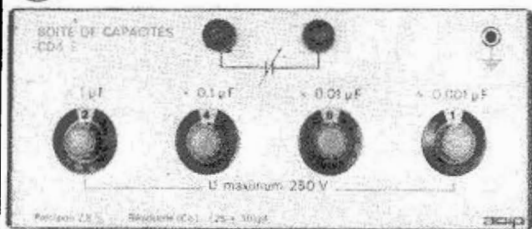
### Boîtes de résistances à fiches.

Elles sont constituées par des résistances de haute précision raccordées à des plots. Une fiche permet de court-circuiter la résistance comprise entre deux plots voisins (fig. 6). La résistance maximale est obtenue lorsque toutes les fiches sont enlevées.

Les boîtes de résistances à décades ou à fiches permettent d'introduire dans les circuits des valeurs de résistances bien déterminées que l'on peut faire varier et dont la valeur est affichée.

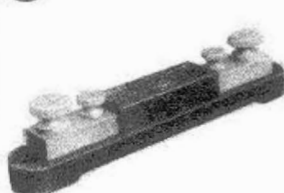
Elles ont l'inconvénient d'être limitées en intensité et de nécessiter un contrôle suivi des tensions appliquées afin d'éviter toute surcharge. Leur classe de précision va de 0,03 % à 1 %. Pont de Wheatstone monté avec des boîtes à décades (fig. 7).

1



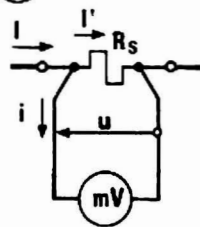
Boîte de capacités à 4 déc. (A.O.I.P)

3

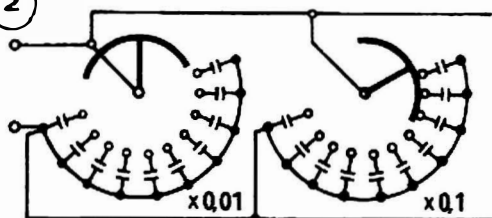


Shunt (A.O.I.P)

4



2



**BOÎTES DE CAPACITÉS (fig. 1)**

Elles sont constituées comme les boîtes de résistances du même genre, par décades. Chaque décade comporte 10 capacités et un commutateur à 11 positions ce qui permet de réaliser toutes les valeurs de la décade (fig. 2).

Le boîtier porte l'indication de la tension admissible, valeur à ne pas dépasser sous peine de détérioration. La précision se situe entre 1 et 3 % pour un angle de perte de  $2.10^{-4}$ .

**BOÎTES DE SELFS**

Toujours suivant le même principe, les boîtes de selfs variables offrent des ensembles de 3 ou 4 décades dont les valeurs se recouvrent. Leur précision est généralement de 2 % avec des valeurs totales de 111 mH à 1,1H.

**SHUNTS**

Pour faciliter la mesure des intensités, particulièrement des intensités élevées, on utilise des shunts extérieurs aux appareils (fig. 3 et 4).

La résistance est constituée par une ou plusieurs lames de manganine (Cu-Mn-Ni) aboutissant à chaque extrémité à des blocs de connexion en bronze porteurs, d'une grosse borne (raccord du circuit I) et d'une petite (raccord du circuit u).

Les shunts usuels donnent des chutes de tension de 0,1V lorsqu'ils sont parcourus par l'intensité nominale marquée.

5



Voltmètre et résistances (A.O.I.P)

**RÉSISTANCES ADDITIONNELLES**

Ce sont des résistances étalonnées, de valeurs fixes, qui sont livrées avec certains appareils mesurant des tensions (voltmètres, enroulement tension de wattmètres).

Présentées en boîtes ajourées (refroidissement) elles peuvent comporter plusieurs bornes (correspondant aux différents calibres d'utilisation) pour leur raccordement en série sur l'appareil approprié (fig. 5).

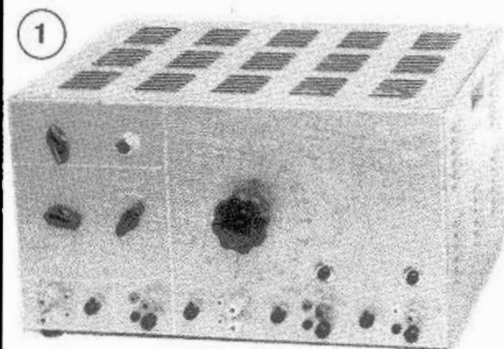
**PRÉCISION ET INCERTITUDES**

La classe de précision des résistances, capacités, inductances, permet d'exprimer les incertitudes absolue et relative résultant de leurs utilisations.

Si l'incertitude absolue, égale au produit (classe de précision × valeur affichée), est proportionnelle à la grandeur, l'incertitude relative reste toujours constante et égale à la classe.

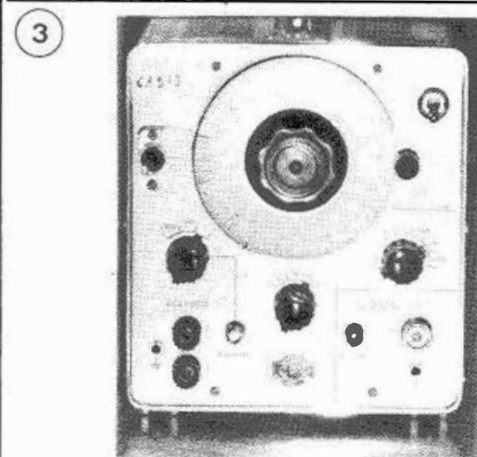
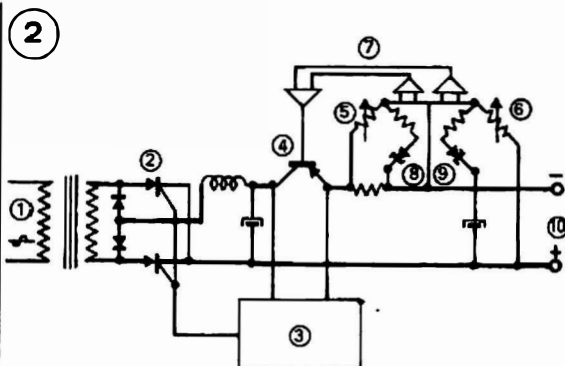
Exemple. Une boîte de résistances à décades de classe de précision 1 % détermine pour différentes valeurs affichées R, les limites d'incertitudes suivantes :

- R = 10 Ω; ΔR = ± 0,1 Ω; ΔR/R = ± 1 %
- R = 500 Ω; ΔR = ± 5 Ω; ΔR/R = ± 1 %
- R = 1000 Ω; ΔR = ± 10 Ω; ΔR/R = ± 1 %

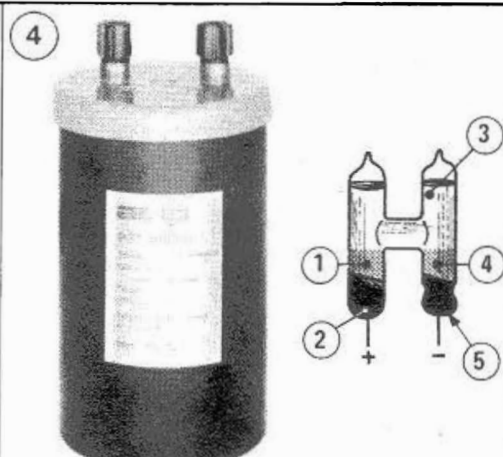


Alimentation SB 800

(A.O.I.P.)



Générateur B.F.



Pile étalon

(A.O.I.P.)

### A.T.V (fig. 1 et 2)

#### Alimentation à Tension Variable.

Des générateurs fournissent des tensions continues réglables, à partir du secteur alternatif. Selon le type on a :

$$\begin{aligned} \text{Tension} &= 7 \text{ V à } 300 \text{ V} \\ \text{Intensité} &= 300 \text{ A à } 0,1 \text{ A} \end{aligned}$$

non régulés ou régulés : tension ou courant ou tension et courant.

**Avantage.** Pour chaque gamme donnée : réglage très fin à l'aide d'un ou plusieurs potentiomètres; maintien constant de la tension affichée en cas de modèles régulés.

### GÉNÉRATEURS DE FRÉQUENCE

A partir de l'alimentation par le réseau (50 Hz) ils autorisent plusieurs gammes de fréquence : en B.F. de 20 Hz à 33 kHz, en HF jusqu'à 200 MHz, pour des tensions de sortie de 1 mV à une dizaine de volts. Ils sont basés sur le principe d'un réglage de circuit (RC), (fig. 3).

### PILES-ÉTALONS

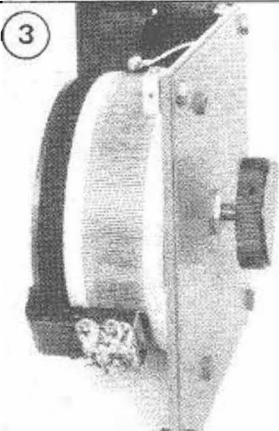
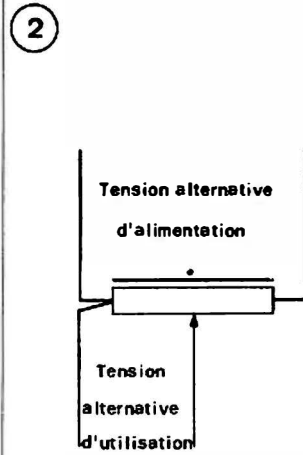
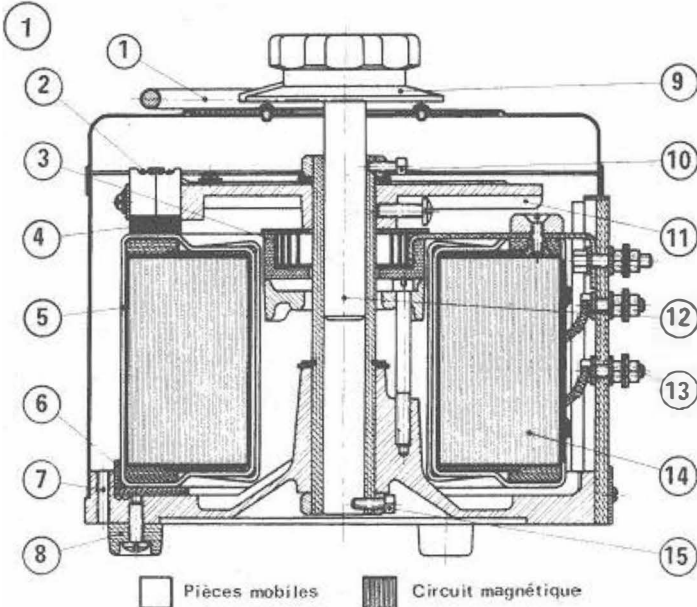
Ce sont généralement des éléments Weston (fig. 4) donnant une valeur absolue en tension : nécessité de fonctionner à 20°C et sans débit de courant (limite maxi 100  $\mu$ A pendant 2 s).

(1) Pâte de sulfate mercurieux; (2) Hg; (3) Solution de sulfate de Cd; (4) Sulfate de Cd cristallisé; (5) Amalgame de Cd.

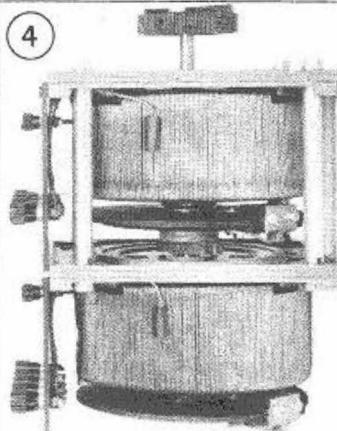
La précision des piles étalons résulte du soin apporté à leur fabrication et de la pureté des éléments constituants. Ainsi A.O.I.P. utilise un mercure de pureté 99, 999 99 %.

La perte de stabilité sous l'effet de l'usage et du temps  $\approx 100 \mu$ V par an. Leur précision est de 0,001 % à 0,01 % F.E.M. = 1,0184 V à 1,0193 V. Le corps de pile comporte un logement axial qui permet de recevoir un thermomètre de contrôle.

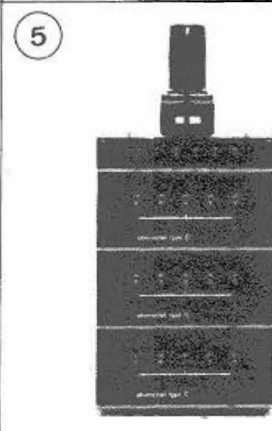
APPAREILLAGE  
AUTOTRANSFORMATEURS



Alternostat (Safare-Ferrix)



Alternostat (Safare-Ferrix)



Alternostat (Safare-Ferrix)

AUTOTRANSFORMATEURS À TENSION RÉGLABLE

Ces appareils, dit alternostats, offrent la possibilité de régler très progressivement une tension alternative (fig. 1).

(1) Poignée rabattable; (2) Barre de torsion; (3) Conducteur spiral; (4) Balai graphite spiral; (5) Bobinage cuivre émaillé; (6) Sabot isolant; (7) Trous de fixation; (8) Pieds caoutchouc; (9) Bouchon liège; (10) Vis; (11) Porte-balai; (12) Axe isolé; (13) Bornes; (14) Tore en tôle magnétique; (15) Vis de blocage d'axe.

Un enroulement de fil de cuivre isolé, à spires jointives, en une seule couche est supporté par un circuit magnétique torique. Un curseur rotatif déplace un balai en carbone sur une piste continue de spires dénudées, rectifiées et polies, et entraîne une variation continue du rapport de transformation selon le schéma de principe de la fig. 2.

Certains modules peuvent s'empiler (fig. 3, 4) et obéir à une commande

unique avec possibilité d'asservissement (fig. 5), ou être monté sur tableau.

L'alternostat permet d'obtenir sans coupure du circuit :

- une tension alternative de sortie variable si la tension du secteur est fixe;
- une tension alternative de sortie fixe si la tension du secteur est variable.

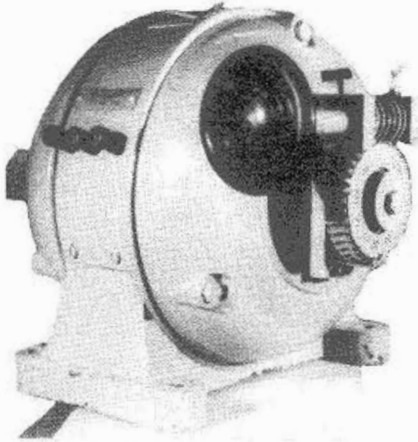
Les modèles courants fonctionnent sur les réseaux de 127 V, 220 V, 380 V et restituent 120 % environ de ces tensions à partir de zéro.

Les autotransformateurs réglables sont définis par la tension de la source, l'intensité maximale, la puissance apparente maximale avec un plafond de 6.5 kVA.

# APPAREILLAGE RÉGULATEURS TRANSFORMATEURS

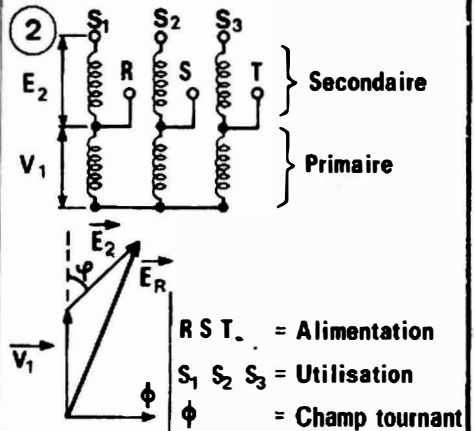
M<sub>A</sub> 14

1

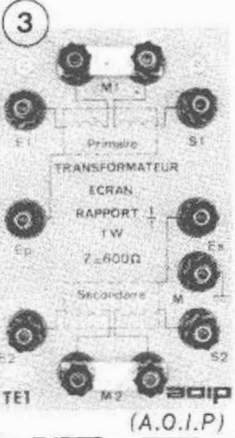


Régulateur d'induction

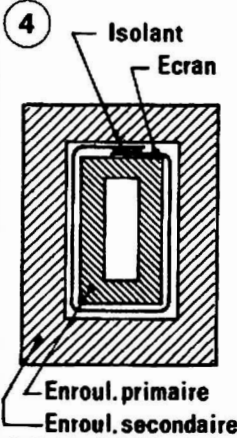
2



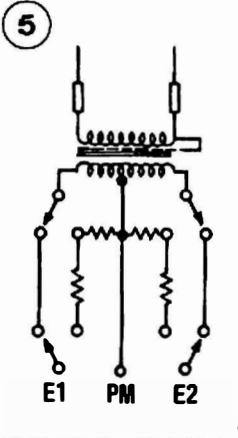
3



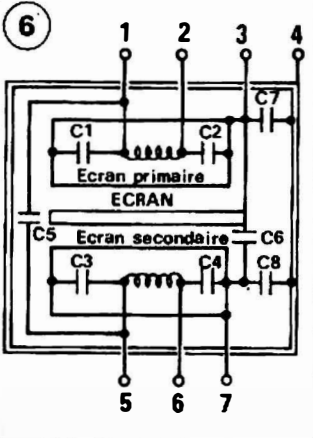
4



5



6



## RÉGULATEURS D'INDUCTION

Ils permettent d'obtenir aisément des réglages de tension triphasée généralement de 0 à 200 % de la tension d'alimentation. Leur structure rappelle celle d'un moteur asynchrone (fig. 1). Le déplacement du rotor bobiné par rapport au stator s'accomplit manuellement par roue et vis sans fin.

Le principe mis en œuvre est celui d'un transformateur à champ tournant (fig. 2)

$$\vec{E}_R = \vec{V}_1 - \vec{E}_2$$

(Tension résultante de sortie)    (Tension d'alimentation au primaire)    (Tension au secondaire)

On voit qu'en modifiant la position relative du bobinage du rotor par rapport à celui du stator on modifie l'angle  $\phi$  :  $E_R$  peut varier de 0 à  $2 V_1$  si  $V_1 = E_2$  (même nombre de spires au primaire et au secondaire).

## TRANSFORMATEUR À ÉCRAN ÉLECTROSTATIQUE

Le transformateur à écran est un transformateur d'isolement qui permet de s'affranchir des capacités parasites et des champs perturbateurs extérieurs.

Dans ces appareils (fig. 3) une feuille de cuivre ou de laiton est placée entre les enroulements primaire et secondaire. Ses extrémités sont séparées par un isolant interdisant la formation de courants de Foucault (fig. 4 et 6).

Utilisé comme intermédiaire de mesure dans les ponts en alternatif, il découple le montage du secteur et du détecteur.

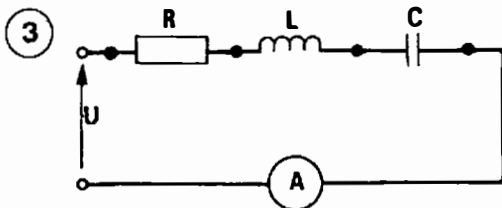
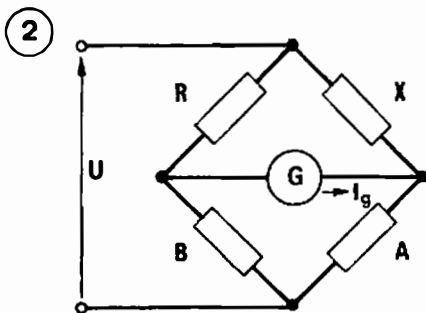
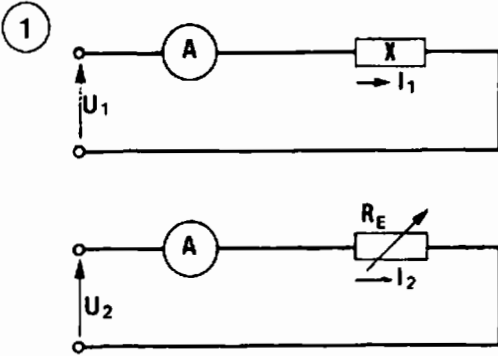
Le modèle à double écran et secondaire à point milieu permet d'alimenter symétriquement un pont de mesure ayant un point à la masse (fig. 6).

Les caractéristiques courantes des transformateurs à écran sont : rapport de transformation 1/1; puissance 1,5 à 2 W; tension maxi 20 V.



MÉTHODES DE MESURES  
ERREURS DE MESURES  
CALCUL D'ERREUR





Les méthodes de mesure peuvent être rangées en trois grandes classes.  
Méthodes de déviation.  
Méthodes de zéro.  
Méthodes de résonance.

**1° Méthode de déviation.**

• **Déviati on directe.** La grandeur inconnue est fonction de la déviation quantitative d'un appareil de mesure.

*Exemple.* Une tension  $U_X$  est définie par la déviation d'un voltmètre.

• **Déviati on indirecte.** Les déviations conjuguées de plusieurs appareils de mesure permettent par l'intermédiaire d'une expression mathématique de préciser la grandeur inconnue G.

*Exemple.* Une résistance est définie par la relation  $R = \frac{U}{I}$ . Il faut mesurer U et I puis calculer R.

• **Déviati on et substitution.**

La grandeur inconnue  $G_X$  est remplacée par une grandeur étalon ajustable  $G_E$ . L'égalité de la grandeur inconnue et de la grandeur étalon connue est réalisée lorsque les déviations des appareils de mesure sont identiques dans les deux cas. *Exemple* (fig. 1).

Avec :  $U_1 = U_2$ , si  $I_1 = I_2 \rightarrow X = R_E$

2° **Méthode de zéro.**

• **Directe.** La grandeur inconnue est déterminée lorsque l'appareil de mesure donne une déviation effective nulle.

*Exemple :* (fig. 2).

Lorsque :

$$I_g = 0 \quad X = R \cdot \frac{A}{B}$$

• **Par substitution.**

La grandeur inconnue X est remplacée par une grandeur étalon ajustable R. Dans les deux circuits l'appareil de mesure indique une déviation nulle.

Par suite :  $X = R$ .

3° **Méthode de résonance.**

• **Directe.** La grandeur inconnue est déterminée lorsque la déviation de l'appareil de mesure passe par un maximum : c'est la résonance. *Exemple* (fig. 3).

Un circuit RLC est alimenté à fréquence variable. Lorsque la déviation observée sur l'ampèremètre passe par un maximum il est possible d'écrire :

$$L\omega = \frac{1}{C\omega}$$

• **Par substitution.**

La grandeur inconnue X est remplacée par une grandeur étalon ajustable G. Lorsque les déviations sont maximales et identiques dans les deux cas :

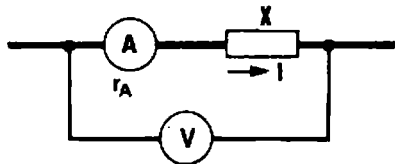
$$X = G$$

*Remarque.* On suppose évidemment que tous les organes du dispositif de mesure conservent des caractéristiques constantes pendant la durée de la mesure.

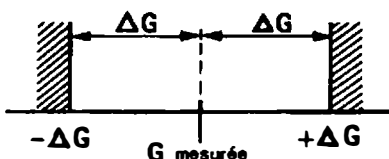
**Conclusions.**

Dans tous les cas, les mesures électriques feront appel dans leur principe aux méthodes décrites et la détermination de la grandeur inconnue dépendra toujours au moins d'une mesure effective. Toutefois, des variantes plus ou moins complexes, des artifices plus ou moins ingénieux pourront être utilisés.

①



②



Le résultat obtenu lors de la mesure d'une grandeur physique diffère toujours de la valeur exacte de cette grandeur. Celui-ci est approché donc entaché d'une certaine incertitude. On dit que l'on commet une erreur.

### Erreur absolue.

Elle représente l'écart séparant la valeur mesurée de la valeur exacte et a même unité que la grandeur.

$$e = G_{\text{mesure}} - G_{\text{exact}}$$

Cette définition reste théorique puisque la valeur exacte de la grandeur est une inconnue, toutefois l'on convient d'appeler erreur absolue  $\Delta G$ , la limite supérieure de l'incertitude pouvant affecter le résultat.

### Erreur relative.

L'erreur relative  $\varepsilon$  est un coefficient qui exprime en % la précision d'une mesure.

$$\text{Théoriquement. } \varepsilon \% = 100 \frac{\Delta G}{G_{\text{exact}}}$$

$$\text{Pratiquement. } \varepsilon \% = 100 \frac{\Delta G}{G_{\text{mesure}}}$$

### Classification des erreurs.

**Erreurs accidentelles.** Elles résultent des conditions de l'expérience, par exemple un montage peu soigné (mauvais contacts), une variation de température pendant la mesure, entraînent des erreurs très difficiles sinon impossibles à analyser.

S'affranchir des erreurs accidentelles nécessite des montages clairs et soignés ainsi qu'une connaissance précise des paramètres mis en jeu.

**Erreurs systématiques.** Elles affectent une mesure toujours dans le même sens et de la même quantité et sont dues :

- A la méthode utilisée.
- A un réglage imparfait (faux zéro d'un appareil de mesure).

On peut les corriger en changeant de méthode ou d'appareil ou en affectant le résultat d'un terme correcteur (fig. 1).

$$X_{\text{mesuré}} = \frac{V}{I}; \quad X_{\text{exact}} = X_{\text{mesuré}} - r_A$$

avec  $r_A$  terme correcteur.

**Erreurs fortuites.** N'obéissant à aucune loi, elles résultent de la classe de précision des appareils et matériels de mesure et sont tantôt positives, tantôt négatives.

L'expérience et le calcul permettent de définir leur limite supérieure  $\pm \Delta G$  qui précisera de part et d'autre de la valeur mesurée une fourchette incluant sûrement la valeur exacte (fig. 2).

### Conclusions.

Les erreurs accidentelles pouvant être évitées, la précision d'une mesure devient fonction des seules erreurs systématiques et fortuites.

Il revient à l'expérimentateur de définir au préalable une méthode qui satisfasse la précision imposée, tout risque d'erreur systématique étant à minimiser.

La mesure faite, il y a lieu de corriger si on n'a pu l'éviter l'erreur systématique et enfin de calculer la limite supérieure de l'erreur fortuite permettant l'écriture de la valeur adoptée.

### Valeur adoptée de la grandeur.

Le résultat peut s'exprimer de deux façons :

$$G_{\text{adopté}} = G_{\text{mesuré}} \pm \Delta G$$

$$G_{\text{adopté}} = G_{\text{mesuré}} \text{ à } \pm \varepsilon \% \text{ près.}$$

Bien entendu le nombre de chiffres significatifs retenu pour expliciter la grandeur  $G$  dépendra de la précision  $\varepsilon$ .

En général la grandeur  $G$  à mesurer est obtenue par une relation mathématique  $G = f(a, b, c, d, \dots)$  faisant intervenir les mesures  $a, b, c, \dots$  d'un certain nombre d'autres grandeurs physiques préalablement corrigées de toute erreur systématique.

Le calcul d'erreur permet de définir la limite supérieure  $\Delta G$  de l'erreur absolue fortuite commise sur  $G$ , en fonction des erreurs absolues fortuites  $\Delta a, \Delta b, \Delta c, \dots$  commises sur  $a, b, c, \dots$  puis de déduire l'erreur relative correspondante  $\Delta G/G$ .

Revoir classe de précision et incertitude : Résistances-condensateurs-inductances (M<sub>A</sub>11). Appareils de mesure (M<sub>A</sub>25).

**Cas d'une somme.**

$$G = a + b$$

$$G \pm \Delta G = (a + \Delta a) + (b + \Delta b)$$

$$\Delta G = \Delta a + \Delta b$$

$$\frac{\Delta G}{G} = \frac{\Delta a + \Delta b}{a + b}$$

**Cas d'une différence.**

$$G = a - b \text{ et } \Delta G = \Delta a + \Delta b$$

Le signe des erreurs étant inconnu, on se place dans les conditions les plus défavorables en adoptant

$$\Delta G = |\Delta a| + |\Delta b|$$

et

$$\frac{\Delta G}{G} = \frac{|\Delta a| + |\Delta b|}{a - b}$$

**Cas d'un produit.**

$$G = a b$$

$$G \pm \Delta G = (a \pm \Delta a) (b \pm \Delta b)$$

$$= a b + a \Delta b \pm b \Delta a + \Delta a \Delta b$$

Le produit  $\Delta a \cdot \Delta b$  est négligeable devant les autres termes, d'où :

$$\Delta G = a |\Delta b| + b |\Delta a|$$

et

$$\frac{\Delta G}{G} = \frac{|\Delta a|}{a} + \frac{|\Delta b|}{b}$$

**Cas d'un quotient.**

$$G = \frac{a}{b} \quad G \pm \Delta G = \frac{a \pm \Delta a}{b \pm \Delta b}$$

$$\Delta G = \frac{a + \Delta a}{b + \Delta b} - \frac{a}{b} = \frac{b \Delta a - a \Delta b}{b(b + \Delta b)}$$

Or  $\Delta b$  est faible devant  $b$ , ce qui permet d'écrire

$$\Delta G \approx \frac{b \Delta a - a \Delta b}{b^2}$$

En se plaçant dans le cas le plus défavorable, la limite supérieure de l'erreur absolue adoptée est :

$$\Delta G = \frac{b |\Delta a| + a |\Delta b|}{b^2}$$

$$\frac{\Delta G}{G} = \frac{|\Delta a|}{a} + \frac{|\Delta b|}{b}$$

**Cas d'une puissance.**

$$G = a^m$$

$$\frac{\Delta G}{G} = m \cdot \frac{\Delta a}{a}$$

$$\Delta G = m \cdot \frac{\Delta a}{a} \cdot a^m = m a^{m-1} \Delta a$$

**Cas d'une racine.**

$$G = \sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$$

$$\frac{\Delta G}{G} = \frac{1}{n} \cdot \frac{\Delta a}{a}$$

**Utilisation du calcul différentiel.**

Dans la relation  $G = f(a, b, c, \dots)$ ,  $G$  peut être considérée comme la fonction des variables indépendantes  $a, b, c, \dots$ . La différentielle totale  $dG$ , de la fonction  $G$  est :

$$dG = f'_a da + f'_b db + f'_c dc + \dots$$

$da, db, dc$  étant des accroissements infinitésimaux des variables  $a, b, c$ , et  $f'_a, f'_b, f'_c$  les dérivées partielles de  $G$  par rapport à ces variables.

On peut remplacer ces quantités infinitésimales par de petits accroissements finis  $\Delta a, \Delta b, \Delta c$  : La limite supérieure de l'erreur absolue devient :

$$\Delta G = f'_a |\Delta a| + f'_b |\Delta b| + f'_c |\Delta c|$$

**Erreur relative.**

$$\frac{\Delta G}{G} = \frac{a f'_a \frac{|\Delta a|}{a} + b f'_b \frac{|\Delta b|}{b} + c f'_c \frac{|\Delta c|}{c}}{G}$$

**Conduite du calcul.**

— Calculer la différentielle  $dG$  ou la différentielle logarithmique  $\frac{dG}{G}$ .

Après avoir opéré les simplifications algébriques possibles, remplacer les différentielles  $dG, da, db, dc$  par les petits accroissements correspondants  $\Delta G, \Delta a, \Delta b, \Delta c$  affectés du signe plus de façon à définir la limite supérieure de l'erreur dans les cas les plus défavorables.

**Application 1.**

$$S = UI \rightarrow \text{Log } S = \text{Log } U + \text{Log } I$$

$$\frac{dS}{S} = \frac{dU}{U} + \frac{dI}{I} \text{ et } \frac{\Delta S}{S} = \frac{\Delta U}{U} + \frac{\Delta I}{I}$$

**Application 2.**

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2}$$

$$\text{Log } Q = \frac{1}{2} \text{Log } (S^2 - P^2)$$

$$\frac{dQ}{Q} = \frac{SdS - PdP}{S^2 - P^2}$$

$$\frac{dQ}{Q} = \frac{dS}{S} \left( \frac{S^2}{S^2 - P^2} \right) - \frac{dP}{P} \left( \frac{P^2}{S^2 - P^2} \right)$$

$$\frac{\Delta Q}{Q} = \frac{\Delta S}{S} \left( \frac{S^2}{S^2 - P^2} \right) + \frac{\Delta P}{P} \left( \frac{P^2}{S^2 - P^2} \right)$$

**Application 3.**

$$G = \frac{a}{a - b}$$

$$\text{Log } G = \text{Log } a - \text{Log}(a - b)$$

$$\frac{dG}{G} = \frac{da}{a} - \frac{da}{a - b} + \frac{db}{a - b}$$

$$\frac{dG}{G} = \frac{ada - bda - ada}{a(a - b)} + \frac{db}{a - b}$$

$$\frac{dG}{G} = -\frac{da}{a} \left( \frac{b}{a - b} \right) + \frac{db}{a - b} \left( \frac{b}{a - b} \right)$$

$$\frac{dG}{G} = \frac{b}{a - b} \left( -\frac{da}{a} + \frac{db}{b} \right)$$

$$\frac{\Delta G}{G} = \frac{b}{a - b} \left( \frac{\Delta a}{a} + \frac{\Delta b}{b} \right)$$

**Application 4.**

$$g = S \cdot \left( \frac{R_1 - R_2}{R_2} \right)$$

$$\text{Log } g = \text{Log } S + \text{Log}(R_1 - R_2) - \text{Log } R_2$$

$$\frac{dg}{g} = \frac{dS}{S} + \frac{d(R_1 - R_2)}{R_1 - R_2} - \frac{dR_2}{R_2}$$

$$\frac{dg}{g} = \frac{dS}{S} + \frac{dR_1}{R_1 - R_2} - \frac{dR_2}{R_1 - R_2} - \frac{dR_2}{R_2}$$

$$\frac{dg}{g} = \frac{dS}{S} + \frac{dR_1}{R_1} \left( \frac{R_1}{R_1 - R_2} \right) + \frac{-R_2 dR_2 - R_1 dR_2 + R_2 dR_2}{R_2(R_1 - R_2)}$$

$$\frac{dg}{g} = \frac{dS}{S} + \frac{dR_1}{R_1} \left( \frac{R_1}{R_1 - R_2} \right) - \frac{dR_2}{R_2} \left( \frac{R_1}{R_1 - R_2} \right)$$

$$\frac{\Delta g}{g} = \frac{\Delta S}{S} + \frac{R_1}{R_1 - R_2} \left( \frac{\Delta R_1}{R_1} + \frac{\Delta R_2}{R_2} \right)$$

**Application 5.**

Détermination de l'angle de pertes d'un condensateur à l'aide du pont de Wien.

$$\text{tg } \delta = C_4 R_4 \omega$$

$$\frac{d(\text{tg } \delta)}{\text{tg } \delta} = \frac{dC_4}{C_4} + \frac{dR_4}{R_4} + \frac{d\omega}{\omega}$$

$$\frac{d(\text{tg } \delta)}{\text{tg } \delta} = \frac{(1 + \text{tg}^2 \delta) d\delta}{\text{tg } \delta} = \frac{d\delta}{\cos^2 \delta \text{tg } \delta}$$

$$= \frac{d\delta}{\sin \delta \cos \delta} = \frac{2d\delta}{\sin 2\delta}$$

$$d\delta = \frac{1}{2} \left[ \frac{dC_4}{C_4} + \frac{dR_4}{R_4} + \frac{d\omega}{\omega} \right] \sin 2\delta$$

En passant à la limite supérieure :

$$\Delta \delta = \frac{1}{2} \left[ \frac{\Delta C_4}{C_4} + \frac{\Delta R_4}{R_4} + \frac{\Delta \omega}{\omega} \right] \sin 2\delta$$

$$\frac{\Delta \delta}{\delta} = \frac{1}{2\delta} \left[ \frac{\Delta C_4}{C_4} + \frac{\Delta R_4}{R_4} + \frac{\Delta \omega}{\omega} \right] \sin 2\delta$$

si  $\delta$  est faible,  $\sin 2\delta \approx 2\delta$

$$\frac{\Delta \delta}{\delta} = \frac{\Delta C_4}{C_4} + \frac{\Delta R_4}{R_4} + \frac{\Delta \omega}{\omega}$$

**Application 6.**

Etalonnage d'un voltmètre de résistance  $R_v$  et de calibre  $E$  volts en capacité.

$$C = \frac{U}{\omega R_v \sqrt{E^2 - U^2}}$$

$$\text{Log } C = \text{Log } U - \text{Log } \omega - \text{Log } R_v - \frac{1}{2} \text{Log } (E^2 - U^2)$$

En considérant uniquement les erreurs commises sur  $E$  et  $U$ , la différentielle logarithmique s'écrit :

$$\begin{aligned} \frac{dC}{C} &= \frac{dU}{U} - \frac{1}{2} \frac{d(E^2 - U^2)}{E^2 - U^2} \\ &= \frac{dU}{U} - \frac{1}{2} \frac{2EdE - 2UdU}{E^2 - U^2} \\ &= dU \left[ \frac{1}{U} + \frac{U}{E^2 - U^2} \right] - \frac{EdE}{E^2 - U^2} \\ &= \frac{dU}{U} \left( \frac{E^2}{E^2 - U^2} \right) - \left( \frac{E^2}{E^2 - U^2} \right) \frac{dE}{E} \end{aligned}$$

La limite supérieure de l'erreur est donc :

$$\varepsilon = \frac{\Delta C}{C} = \left( \frac{\Delta E}{E} + \frac{\Delta U}{U} \right) \frac{E^2}{E^2 - U^2}$$

Les erreurs absolues  $\Delta U$  et  $\Delta E$  sur les indications du voltmètre étant égales, il vient :

$$\begin{aligned} \varepsilon &= \frac{\Delta E}{E} \left( 1 + \frac{E}{U} \right) \frac{E^2}{E^2 - U^2} \\ &= \frac{\Delta E}{E} \frac{E^2}{U(E - U)} \end{aligned}$$

La fonction  $y = \frac{E^2}{U(E - U)}$  admet un minimum pour  $U = \frac{E}{2}$  et  $\varepsilon$  minimum % =  $4 \times 100 \frac{\Delta E}{E} = 4 \text{ cl.}$

Exemple.  $E = 100 \text{ V.} - \text{cl} = 1 \text{ \%}$ .

L'erreur minimale est obtenue pour  $U = 50 \text{ V}$  et ne peut être inférieure à 4%.

**Application 7.**

La position d'un défaut par la méthode de la boucle est donné par la relation.

$$X = 2l \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

En passant aux logarithmes, on obtient :

$$\text{Log } X = \text{Log } 2 + \text{Log } l + \text{Log } R_1 - \text{Log}(R_1 + R_2)$$

La différentielle est :

$$\begin{aligned} \frac{dx}{x} &= \frac{dl}{l} + \frac{dR_1}{R_1} - \frac{d(R_1 + R_2)}{R_1 + R_2} \\ \frac{dx}{x} &= \frac{dl}{l} + \frac{dR_1}{R_1} - \frac{dR_1 + dR_2}{R_1 + R_2} \end{aligned}$$

En ordonnant et groupant les termes :

$$\begin{aligned} \frac{dx}{x} &= \frac{dl}{l} + \frac{dR_1}{R_1} - \frac{dR_1}{R_1 + R_2} - \frac{dR_2}{R_1 + R_2} \\ \frac{dx}{x} &= \frac{dl}{l} + \frac{dR_1}{R_1} \left( 1 - \frac{R_1}{R_1 + R_2} \right) - \frac{dR_2}{R_2} \left( \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) \\ \frac{dx}{x} &= \frac{dl}{l} + \frac{dR_1}{R_1} \left( \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) - \frac{dR_2}{R_2} \left( \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) \end{aligned}$$

On déduit la limite supérieure de l'erreur :

$$\begin{aligned} \frac{\Delta x}{x} &= \frac{\Delta l}{l} + \frac{\Delta R_1}{R_1} \left( \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) + \frac{\Delta R_2}{R_2} \left( \frac{R_2}{R_1 + R_2} \right) \\ \frac{\Delta x}{x} &= \frac{\Delta l}{l} + \frac{R_2}{R_1 + R_2} \left( \frac{\Delta R_1}{R_1} + \frac{\Delta R_2}{R_2} \right) \end{aligned}$$

$\frac{\Delta R_1}{R_1}$  et  $\frac{\Delta R_2}{R_2}$  représentent les erreurs de construction des résistances de réglage  $R_1$  et  $R_2$ .

**Application 8.**

La détermination d'une résistance R par la méthode de perte de charge utilise la relation :

$$R = \frac{t}{C \operatorname{Log} \frac{\alpha_0}{\alpha}}$$

$$\frac{dR}{R} = \frac{dt}{t} - \frac{dC}{C} - \frac{d \left[ \operatorname{Log} \frac{\alpha_0}{\alpha} \right]}{\operatorname{Log} \frac{\alpha_0}{\alpha}}$$

$$= \frac{dt}{t} - \frac{dC}{C} - \frac{d [\operatorname{Log} \alpha_0 - \operatorname{Log} \alpha]}{\operatorname{Log} \frac{\alpha_0}{\alpha}}$$

$$= \frac{dt}{t} - \frac{dC}{C} - \frac{\frac{d\alpha_0}{\alpha_0} - \frac{d\alpha}{\alpha}}{\operatorname{Log} \frac{\alpha_0}{\alpha}}$$

Les grandeurs t, C, α<sub>0</sub> et α étant indépendantes, la limite supérieure de l'erreur commise sur R est :

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta t}{t} + \frac{\Delta C}{C} + \frac{1}{\operatorname{Log} \frac{\alpha_0}{\alpha}} \left[ \frac{\Delta \alpha_0}{\alpha_0} + \frac{\Delta \alpha}{\alpha} \right]$$

Δα<sub>0</sub> et Δα représentent les erreurs absolues dues à la classe du galvanomètre balistique. Par définition Δα<sub>0</sub> = Δα.

Le terme ε =  $\frac{1}{\operatorname{Log} \frac{\alpha_0}{\alpha}} \left[ \frac{\Delta \alpha_0}{\alpha_0} + \frac{\Delta \alpha}{\alpha} \right]$  de-

vient :

$$\varepsilon = \frac{1}{\operatorname{Log} \frac{\alpha_0}{\alpha}} \left[ \frac{\Delta \alpha_0}{\alpha_0} + \frac{\alpha_0 \Delta \alpha_0}{\alpha \alpha_0} \right]$$

et en posant  $\frac{\alpha_0}{\alpha} = n$

$$\varepsilon = \frac{\Delta \alpha_0}{\alpha_0} \cdot \frac{1}{\operatorname{Log} n} [1 + n]$$

La fonction y =  $\frac{1+n}{\operatorname{Log} n}$  passe par un

minimum pour n ≈ 3,6.

La limite supérieure de l'erreur sera donc lorsque  $\frac{\alpha_0}{\alpha} \approx 3,6$ .

$$\frac{\Delta R}{R} = \frac{\Delta t}{t} + \frac{\Delta C}{C} + \frac{\Delta \alpha_0}{\alpha_0} \cdot \frac{4,6}{\operatorname{Log} 3,6}$$

**Application 9.**

L'étalonnage d'un galvanomètre en ohmmètre a pour relation.

$$X = R \left( \frac{\alpha_0 - \alpha}{\alpha} \right)$$

$$\operatorname{Log} X = \operatorname{Log} R + \operatorname{Log}(\alpha_0 - \alpha) - \operatorname{Log} \alpha$$

$$\frac{dX}{X} = \frac{dR}{R} + \frac{d(\alpha_0 - \alpha)}{\alpha_0 - \alpha} - \frac{d\alpha}{\alpha}$$

$$\frac{dX}{X} = \frac{dR}{R} + \frac{d\alpha_0}{\alpha_0 - \alpha} - \frac{d\alpha}{\alpha_0 - \alpha} - \frac{d\alpha}{\alpha}$$

$$\frac{dX}{X} = \frac{dR}{R} + \frac{d\alpha_0}{\alpha_0 - \alpha} - d\alpha \left[ \frac{1}{\alpha_0 - \alpha} + \frac{1}{\alpha} \right]$$

$$\frac{dX}{X} = \frac{dR}{R} + \frac{d\alpha_0}{\alpha_0 - \alpha} - \frac{d\alpha}{\alpha} \left( \frac{\alpha_0}{\alpha_0 - \alpha} \right)$$

La limite supérieure est donc :

$$\frac{\Delta X}{X} = \frac{\Delta R}{R} + \frac{\Delta \alpha_0}{\alpha_0} \left( \frac{\alpha_0}{\alpha_0 - \alpha} \right) + \frac{\Delta \alpha}{\alpha} \left( \frac{\alpha_0}{\alpha_0 - \alpha} \right)$$

Δα<sub>0</sub> et Δα représentent les erreurs absolues dues à la classe de l'appareil de mesure. Par définition Δα<sub>0</sub> = Δα

$$\frac{\Delta X}{X} = \frac{\Delta R}{R} + \frac{\Delta \alpha_0}{\alpha_0} \left[ \frac{\alpha_0}{\alpha_0 - \alpha} + \frac{\alpha_0^2}{\alpha(\alpha_0 - \alpha)} \right]$$

En posant

$$n = \frac{\alpha_0}{\alpha} \text{ et } \varepsilon = \frac{\Delta \alpha_0}{\alpha_0} \left[ \frac{n}{n-1} + \frac{n^2}{n-1} \right]$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta \alpha_0}{\alpha_0} \frac{n(n+1)}{n-1}$$

La fonction y =  $\frac{n(n+1)}{n-1}$  passe par un

minimum pour n = 1 + √2. Seule la racine positive est à retenir donc,

$$n = 1 + \sqrt{2}.$$

Le calcul d'erreur définit :

1° Les conditions de précision optimale.

Si l'échelle de lecture est de 100 divisions, l'indication la plus précise sera fournie pour :

$$\alpha = \frac{\alpha_0}{n} = \frac{100}{2,41} \approx 41 \text{ divisions,}$$

2° La précision en tout point de l'échelle.

Si α = 41 d, la limite supérieure de l'erreur sera.

$$\frac{\Delta X}{X} = \frac{\Delta R}{R} + \frac{\Delta \alpha_0}{\alpha_0} \left[ \frac{\sqrt{2} + 1 + 2 + 1 + 2\sqrt{2}}{\sqrt{2}} \right]$$

$$\frac{\Delta X}{X} = \frac{\Delta R}{R} + 5,8 \frac{\Delta \alpha_0}{\alpha_0}$$

**Application 10.**

Dans un circuit triphasé équilibré le déphasage  $\varphi$  est donné par la relation :

$$\operatorname{tg} \varphi = \sqrt{3} \frac{(P_{13-1} - P_{23-2})}{P_{13-1} + P_{23-2}}$$

Posons  $P_1 = P_{13-1}$  et  $P_2 = P_{23-2}$

$$y = \operatorname{tg} \varphi = \sqrt{3} \frac{P_1 - P_2}{P_1 + P_2}$$

$$\frac{dy}{y} = \frac{d(P_1 - P_2)}{P_1 - P_2} - \frac{d(P_1 + P_2)}{P_1 + P_2}$$

$$\frac{dy}{y} = \frac{dP_1 - dP_2}{P_1 - P_2} - \frac{dP_1 + dP_2}{P_1 + P_2}$$

$$\frac{dy}{y} = dP_1 \left[ \frac{1}{P_1 - P_2} - \frac{1}{P_1 + P_2} \right]$$

$$- dP_2 \left[ \frac{1}{P_1 - P_2} + \frac{1}{P_1 + P_2} \right]$$

$$\frac{dy}{y} = dP_1 \frac{2P_2}{(P_1 - P_2)(P_1 + P_2)}$$

$$- dP_2 \frac{2P_1}{(P_1 - P_2)(P_1 + P_2)}$$

$$\frac{dy}{y} = \frac{2}{P_1^2 - P_2^2} [P_2 dP_1 - P_1 dP_2]$$

$$\frac{dy}{y} = \frac{2P_1 P_2}{P_1^2 - P_2^2} \left[ \frac{dP_1}{P_1} - \frac{dP_2}{P_2} \right]$$

Limite supérieure :

$$\frac{\Delta y}{y} = \frac{2 P_1 P_2}{P_1^2 - P_2^2} \left[ \frac{\Delta P_1}{P_1} + \frac{\Delta P_2}{P_2} \right]$$

L'erreur sur le déphasage  $\varphi$  est alors égale à :

$$\Delta \varphi = \frac{\Delta y}{1 + \operatorname{tg}^2 \varphi} = \frac{\Delta y}{1 + y^2}$$

$$\frac{\Delta \varphi}{\varphi} = \frac{\Delta y}{1 + y^2} \cdot \frac{1}{\varphi}$$

$$\frac{\Delta \varphi}{\varphi} = \frac{1}{\varphi} \left| \frac{y}{y^2 + 1} \right| \frac{\Delta y}{y}$$

**Application 11.**

La mesure d'une grande résistance par la méthode d'accumulation utilise la relation :

$$X = \frac{t}{C \operatorname{Log} \frac{\alpha_n}{\alpha_0 - \alpha}}$$

En posant  $y = \operatorname{Log} \frac{\alpha_0}{\alpha_0 - \alpha} \rightarrow X = \frac{t}{C y}$

et  $\frac{\Delta X}{X} = \frac{\Delta t}{t} + \frac{\Delta C}{C} + \frac{\Delta y}{y}$ .

Calcul de l'erreur sur le terme  $\frac{\Delta y}{y} = \varepsilon$  :

$$y = \operatorname{Log} \alpha_0 - \operatorname{Log}(\alpha_0 - \alpha)$$

$$dy = \frac{d\alpha_0}{\alpha_0} - \frac{d\alpha_0 - d\alpha}{\alpha_0 - \alpha}$$

$$= d\alpha_0 \left[ \frac{1}{\alpha_0} - \frac{1}{\alpha_0 - \alpha} \right] + \frac{d\alpha}{\alpha_0 - \alpha}$$

$$dy = \frac{d\alpha_0}{\alpha_0} \left( \frac{-\alpha}{\alpha_0 - \alpha} \right) + \frac{d\alpha}{\alpha_0 - \alpha}$$

$$\Delta y = \frac{\Delta \alpha_0}{\alpha_0} \left( \frac{\alpha}{\alpha_0 - \alpha} \right) + \frac{\Delta \alpha}{\alpha_0 - \alpha}$$

Puisque  $\Delta \alpha = \Delta \alpha_0$

$$\Delta y = \frac{\Delta \alpha_0}{\alpha_0} \left[ \frac{\alpha}{\alpha_0 - \alpha} + \frac{\alpha_0}{\alpha_0 - \alpha} \right]$$

$$\Delta y = \frac{\Delta \alpha_0}{\alpha_0} \left( \frac{\alpha_0 + \alpha}{\alpha_0 - \alpha} \right)$$

$$\varepsilon = \frac{\Delta y}{y} = \frac{\Delta \alpha_0}{\alpha_0} \cdot \frac{\frac{\alpha_0 + \alpha}{\alpha_0 - \alpha}}{\operatorname{Log} \frac{\alpha_0}{\alpha_0 - \alpha}}$$

En posant  $n = \frac{\alpha_0}{\alpha}$

$$\frac{\Delta y}{y} = \frac{\Delta \alpha_0}{\alpha_0} \cdot \frac{\frac{n+1}{n-1}}{\operatorname{Log} \frac{n}{n-1}} = \frac{\Delta \alpha_0}{\alpha_0} f(n)$$

La fonction  $f(n) = \frac{\frac{n+1}{n-1}}{\operatorname{Log} \frac{n}{n-1}}$  est

minimale pour  $n \approx 2$ , ce qui correspond aux meilleures conditions de mesure.

$$\varepsilon_{\text{minimale}} = \frac{\Delta \alpha_0}{\alpha_0} \frac{3}{\operatorname{Log} 2} \approx \frac{\Delta \alpha_0}{\alpha_0} \times \frac{3}{0,69} \approx \frac{\Delta \alpha_0}{\alpha_0} 4,4$$

Exemple

$$\Delta \alpha_0 = 0,5 \text{ div.} \quad \alpha_0 = 100 \text{ div.}$$

$$\varepsilon_m = \frac{0,5}{100} \times 4,4 = 0,022$$

$$\varepsilon_m \% = 100 \times 0,022 = 2,2 \%$$

**Application 12.**

Le pont d'Anderson permet de mesurer la valeur L d'une inductance au moyen de la relation.

$$L_1 = C[R_1R_3 + R_5(R_1 + R_2)]$$

$$L_1 = C[R_1R_3 + R_5R_1 + R_5R_2]$$

$$\begin{aligned} \frac{dL_1}{L_1} &= \frac{dC}{C} + \frac{d[R_1R_3 + R_5R_1 + R_5R_2]}{R_1R_3 + R_5(R_1 + R_2)} \\ &= \frac{dC}{C} + \frac{R_1dR_3 + R_3dR_1 + R_5dR_1 + R_1dR_5 + R_5dR_2 + R_2dR_5}{D} \\ &= \frac{dC}{C} + \frac{dR_1(R_5 + R_3) + R_5dR_2 + R_1dR_3 + R_1dR_5 + R_2dR_5}{D} \\ &= \frac{dC}{C} + \frac{dR_1(R_5 + R_3) + R_5dR_2 + R_1dR_3 + (R_1 + R_2)dR_5}{D} \\ &= \frac{dC}{C} + \frac{dR_1}{R_1} \left( \frac{(R_3 + R_5)R_1}{R_1R_3 + R_5(R_1 + R_2)} \right) + \frac{dR_2}{R_2} \cdot \frac{R_5R_2}{R_1R_3 + R_5(R_1 + R_2)} \\ &\quad + \frac{dR_3}{R_3} \cdot \frac{R_3R_1}{R_1R_3 + R_5(R_1 + R_2)} + \frac{dR_5}{R_5} \cdot \frac{(R_1 + R_2)R_5}{R_1R_3 + R_5(R_1 + R_2)} \end{aligned}$$

Si les boîtes de résistances ont la même erreur de construction :

$$\frac{\Delta L_1}{L_1} = \frac{\Delta C}{C} + \frac{\Delta R}{R} \left[ \frac{(R_3 + R_5)R_1 + R_2R_5 + R_3R_1 + (R_1 + R_2)R_5}{R_1R_3 + R_5(R_1 + R_2)} \right]$$

$$\frac{\Delta L_1}{L_1} = \frac{\Delta C}{C} + \frac{\Delta R}{R} \cdot \frac{[R_3R_1 + R_5R_1 + R_2R_5] + [R_3R_1 + (R_1 + R_2)R_5]}{R_1R_3 + R_5(R_1 + R_2)}$$

$$\frac{\Delta L_1}{L_1} = \frac{\Delta C}{C} + \frac{\Delta R}{R} \cdot \frac{R_3R_1 + R_5(R_1 + R_2) + R_3R_1 + (R_1 + R_2)R_5}{R_1R_3 + R_5(R_1 + R_2)}$$

soit :

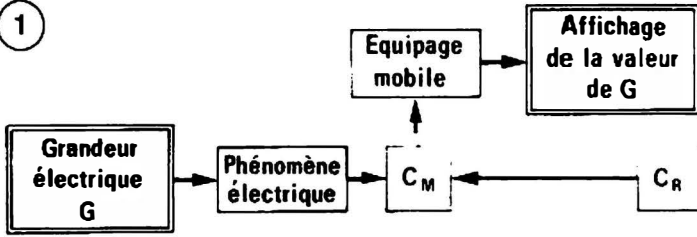
$$\boxed{\frac{\Delta L_1}{L_1} = \frac{\Delta C}{C} + 2 \frac{\Delta R}{R}}$$





**APPAREILS  
DE MESURE**

①



On assure ainsi la stabilité et la proportionnalité du couple résistant.

Les suspensions par fils de torsion (argent ou or) sont réservées aux appareils à poste fixe (laboratoire).

②



Multimètre numérique (A.O.I.P.)



Voltmètre électronique différentiel (A.O.I.P.)

**Appareils intégrateurs.** Le couple résistant est fonction de la vitesse de rotation, (compteur, fluxmètre)

$$C_R = k \frac{d\theta}{dt}$$

Lorsque  $C_M = C_R$ , l'équipage mobile tourne à une vitesse constante, le déplacement angulaire est fonction du produit grandeur  $\times$  temps.

**Quotientmètres.** Les quotientmètres sont des balances électriques où le couple  $C_R$  est fonction d'une grandeur électrique de référence. Dans les appareils à deux cadres, le courant à mesurer et le courant de référence s'opposent par l'effet de couples opposés : la position d'équilibre est obtenue lorsque

$$C_R = C_M.$$

**Appareils électroniques de mesure.**

Ils présentent une très grande sensibilité et permettent la mesure de valeurs très basses ( $50 \mu V$  et  $50 pA$ ).

Comportant un amplificateur à gain réglable et étalonné, suivi d'un appareil de mesure, ils (fig. 3) opèrent par comparaison de 2 tensions l'une interne, l'autre à mesurer. Le signal obtenu est amplifié et le courant de contre réaction asservi à la tension d'entrée permet la mesure affichée par l'appareil qui nécessite une source auxiliaire (réseau  $\sim$  ou pile).

**Appareils de mesure à affichage numérique.** Basés sur le principe d'une conversion tension-temps : une tension de croissance linéaire obtenue par la charge d'une capacité et corrigée par contre réaction d'un amplificateur différentiel comparateur est comparée à la tension à mesurer. Une porte électronique transmet à un compteur électronique des impulsions qui se traduisent par l'affichage de la valeur d'entrée.

Les appareils (fig. 2) peuvent présenter plusieurs calibres et devenir, par tiroirs interchangeables, des polymesureurs.

## GÉNÉRALITÉS SUR LES APPAREILS

### Définition d'un appareil de mesure.

Généralement une grandeur physique à mesurer n'est pas directement accessible à nos sens, seuls ses effets sont susceptibles de l'être.

Un appareil de mesure est un système qui traduit un phénomène physique non ou difficilement accessible à nos sens en un autre phénomène pouvant être visualisé et estimé.

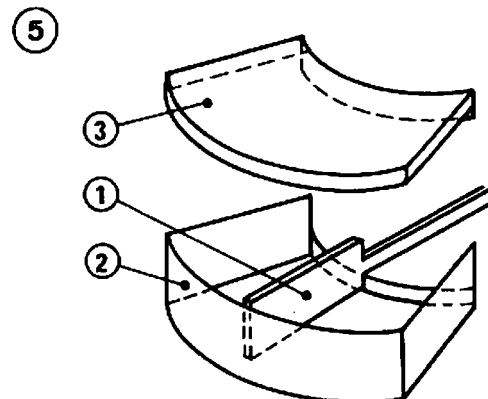
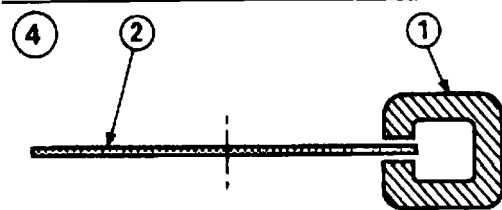
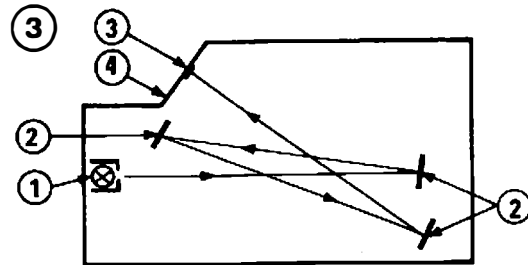
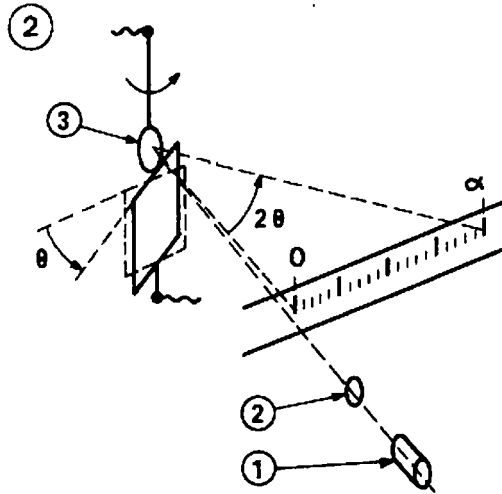
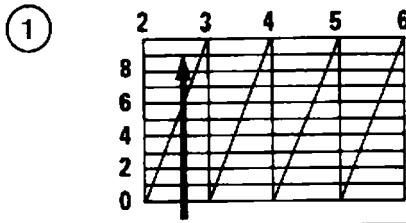
**Schéma fonctionnel** (fig. 1).

### Technologie.

Un appareil de mesure comprend généralement un ou plusieurs inducteurs fixes (aimants permanents, électro-aimants etc.), agissant sur un équipage mobile autour d'un axe. Lorsqu'une grandeur électrique est appliquée à l'appareil, l'équipage mobile est sollicité par un couple moteur  $C_M$  auquel s'oppose un couple résistant  $C_R$ .

**Appareils à déviation.** Le couple  $C_R$  fourni par des ressorts spiraux ou des fils de torsion est proportionnel au déplacement angulaire  $\theta$  de l'équipage mobile. La position d'équilibre est obtenue pour  $C_R = C_M$ . Si  $C_M = 0$ , le couple résistant ramène l'équipage à zéro.

Généralement l'équipage comporte deux spiraux agissant en sens inverse.



## Suspension de l'équipage mobile.

- L'équipage mobile porte deux pivots en acier très dur qui reposent sur des chapes en pierre fine synthétique ou naturelle (saphir, rubis).
- L'équipage mobile est suspendu à l'aide de fils d'argent ou de bronze...

**Dispositif de lecture.** Une aiguille indicatrice, solidaire de l'équipage mobile se déplace devant une échelle de lecture. Pour les appareils de laboratoire (galvanomètres, électromètres), l'aiguille est remplacée par un miroir.

- Appareils à aiguilles. Ils peuvent utiliser des échelles simples, des échelles avec miroir de parallaxe, des échelles à interpolation. Echelle à interpolation, (fig. 1). La lecture est 2,6.
- Appareils à miroir et à réflexion simple (fig. 2).

(1) Source lumineuse; (2) Lentille; (3) Miroir.

Les galvanomètres modernes comportent des dispositifs à plusieurs réflexions successives qui accroissent l'angle de déviation et donc la précision. (fig. 3).

(1) Source lumineuse; (2) Miroirs; (3) Spot; (4) Verre gradué.

**Amortissement.** Pour éviter les trop nombreuses oscillations des équipages mobiles, ceux-ci sont amortis. On distingue :

- L'amortissement magnétique (fig. 4).

(1) Aimant permanent; (2) Disque conducteur mobile.

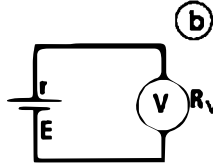
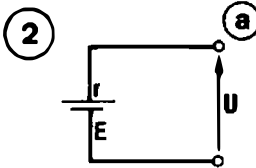
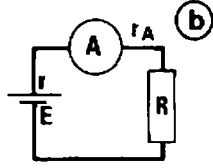
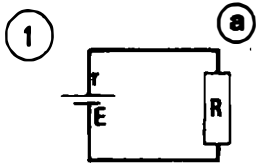
Une spire en court circuit ou un disque conducteur se déplaçant entre les pôles d'un aimant permanent est le siège de courants de Foucault qui produisent un couple opposé au mouvement et sensiblement proportionnel à la vitesse de rotation.

- L'amortissement par air (fig. 5).

Une palette (1) solidaire de l'équipage mobile se déplace dans une enceinte fermée : (2) boîtier; (3) couvercle.

**Blindage des appareils.** Pour réduire les champs parasites extérieurs, certains appareils possèdent un blindage électrostatique ou magnétique.

**Calibre.** Le calibre d'un appareil de mesure est exprimé par la valeur de la grandeur mesurée qui provoque une déviation de toute l'échelle de lecture.



**Qualités des appareils de mesure.**

Elles sont relatives à leurs modes de construction.

**Fidélité.** Un appareil est fidèle si son indication ne dépend que de la grandeur mesurée. La fidélité peut être perturbée par :

- La température : Résistivité des conducteurs, élasticité des ressorts de rappel, dilatation des pièces.
- L'humidité : Résistances d'isolement.
- Le temps : Vieillesse des aimants-permanents.
- Les états antérieurs : Hystérésis magnétique et mécanique.
- Les champs magnétiques : Terrestre ou parasites.
- Les champs électrostatiques.
- Les chocs et frottements des organes mobiles.

**Justesse.** Un appareil est juste s'il donne la valeur vraie de la grandeur. Un appareil juste est nécessairement fidèle.

**Rapidité d'indication.** C'est l'aptitude de l'appareil à suivre dans le temps les variations de la grandeur à mesurer.

**Sensibilité.** C'est l'aptitude de l'appareil à déceler de petites variations de la grandeur à mesurer. Quantitativement elle est définie comme étant la plus petite variation  $\Delta G$  de la grandeur qui provoque un déplacement perceptible  $\Delta x$  de l'aiguille.

- Sensibilité absolue :

$$\sigma_{a} = \frac{\Delta x}{\Delta G}$$

- Sensibilité relative :

$$\sigma_r = \frac{\Delta x}{x} / \frac{\Delta G}{G}$$

**Consommation.** Pour faire mouvoir l'organe mobile d'un appareil, il faut lui fournir de l'énergie. Celle-ci est prélevée

à la source produisant le phénomène. Ainsi la grandeur à mesurer est perturbée par la consommation de l'appareil qui introduit une erreur dite **systématique**.

Exemple 1. Mesure d'une intensité : (fig. 1a, 1b)

$$I_{\text{exact}} = \frac{E}{r + R}$$

$$I_{\text{mesuré}} = \frac{E}{r + R + r_A}$$

(Mesure par défaut)

Exemple 2. Mesure d'une tension : (fig. 2a, 2b)

$$U_{\text{exact}} = E$$

$$U_{\text{mesuré}} = E \frac{R_V}{r + R_V}$$

(Mesure par défaut)

Si les résistances  $r_A$  et  $R_V$  sont connues, on peut déduire  $I_{\text{exact}}$  et  $U_{\text{exact}}$ .

On peut encore citer comme qualités des appareils de mesure : la robustesse, la capacité de surcharge, la commodité d'emploi.

**Classe.**

La classe de précision exprime l'imperfection des appareils de mesure. Les matériaux utilisés, de plus ou moins bonne qualité, les techniques de fabrication et de mise au point font qu'un appareil n'indique jamais la vraie valeur mais une zone dans laquelle cette dernière se situera.

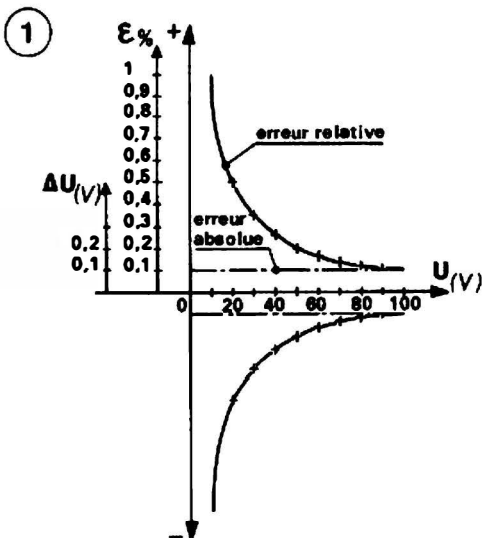
Plus cette zone sera étroite, plus l'appareil sera précis.

La norme C 42-100 définit la classe comme la limite de l'erreur « intrinsèque » c'est-à-dire déterminée lorsque l'appareil est utilisé dans les conditions nominales, le chiffre exprimant la classe indique alors en "‰" du calibre la valeur maximum de l'erreur absolue  $\Delta G$  que l'on peut commettre, en plus ou en moins, en tout point de l'échelle :

$$\Delta G = \frac{\text{classe}}{100} \times \text{calibre}$$

On peut expliciter l'erreur absolue en divisions à partir de l'échelle de lecture. Si  $x_{\text{max}}$  est le nombre total de divisions du cadran de l'appareil, l'erreur absolue  $\Delta x$  sera :

$$\Delta x = \frac{\text{classe}}{100} \times x_{\text{max}} \quad (1)$$



En donnant à  $\Delta\alpha$  sa valeur exprimée en (1) ci-dessus :

$$\epsilon \% = \frac{cl}{\alpha_{lue}} \cdot \alpha_{max} \cdot 100 = cl \frac{\alpha_{max}}{\alpha_{lue}}$$

Alors que l'incertitude absolue reste constante tout le long de l'échelle, l'erreur relative varie en raison inverse de la lecture : faible en bout d'échelle, elle devient très grande en début.

En reprenant les exemples précédents avec 100 divisions au cadran.

Voltmètre :

lecture 100 :  $\epsilon \% = 0,1 \cdot \frac{100}{100} = \pm 0,1 \%$

lecture 50 :  $\epsilon \% = 0,1 \cdot \frac{100}{50} = \pm 0,2 \%$

lecture 10 :  $\epsilon \% = 0,1 \cdot \frac{100}{10} = \pm 1 \%$

Ampèremètre :

lecture 100 :  $\epsilon \% = 1,5 \cdot \frac{100}{100} = \pm 1,5 \%$

lecture 50 :  $\epsilon \% = 1,5 \cdot \frac{100}{50} = \pm 3 \%$

lecture 10 :  $\epsilon \% = 1,5 \cdot \frac{100}{10} = \pm 15 \%$

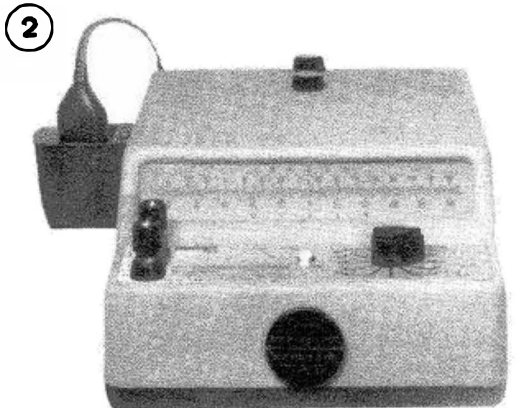
*Remarque.* L'erreur relative est une fonction inverse de la lecture. Les graphes (fig. 1) traduisent  $\Delta U = f(U)$  et  $\epsilon = f(U)$ .

Les mesures seront d'autant plus précises que les lectures sont faites au voisinage du maximum de l'échelle. On admet qu'elles restent convenables dans le dernier tiers de l'échelle.

**Erreur de lecture.** L'expérimentateur commet généralement une erreur de lecture. Cette erreur  $\pm \Delta\alpha$  est constante le long de l'échelle et dépend :

- De l'expérimentateur (habileté manuelle, acuité visuelle).
- De la finesse des graduations et de l'aiguille (un miroir de parallaxe et une aiguille en lame améliorent la précision de lecture).
- Des conditions extérieures.

Un appareil de très bonne classe (0,2-0,5) ayant nécessairement un dispositif permettant une lecture beaucoup plus précise qu'un appareil de moins bonne qualité (cl. 5 par ex), il est valable d'inclure l'erreur de lecture dans l'erreur de classe. C'est ce qui se fait dans la pratique industrielle.



Galvanomètre à index lumineux (A.O.I.P.)

*Exemple.* Voltmètre de classe 0,1 sur le calibre 100 V.

L'erreur absolue maximale (qui détermine une zone d'incertitude) en tout point de lecture est :

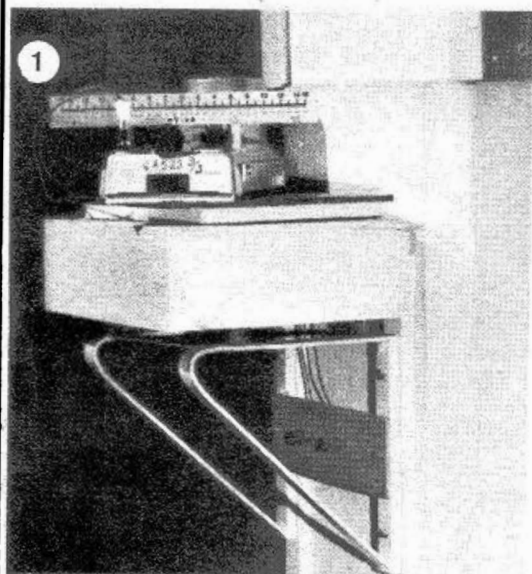
$$\Delta V = \frac{100 \times 0,1}{100} = \pm 0,1 \text{ V}$$

Ampèremètre de classe 1,5 sur le calibre 10A. L'incertitude absolue max. en tout point de lecture est :

$$\Delta I = \frac{10 \times 1,5}{100} = \pm 0,15 \text{ A}$$

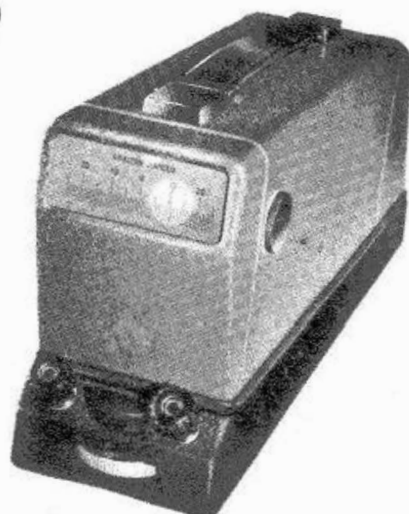
**Erreur relative.** L'erreur relative traduit la précision de la mesure. Par définition l'erreur relative s'exprime en pour cent et est donnée par la relation :

$$\epsilon \% = \frac{\Delta G \times 100}{G_{lue}} = \frac{\Delta\alpha \times 100}{\alpha_{lue}}$$



Poste fixe pour galvanomètre

2



Galvanomètre de zéro (Chouvin-Arnoux)

### Classification des appareils.

La classification usuelle utilise la nature du phénomène physique déterminant le couple moteur :

- Appareils magnéto électriques, (aimant fixe, cadre mobile).
- Appareils à aimant mobile et bobine fixe.
- Appareils ferromagnétiques.
- Appareils électrodynamiques.
- Appareils ferrodynamiques.
- Appareils à induction.
- Appareils thermiques.
- Appareils électrostatiques.
- Appareils électroniques.

Dans l'étude qui suit on examinera en premier lieu les appareils de laboratoire placés à poste fixe (fig. 1) (galvanomètres, fluxmètre, électromètre), ensuite les appareils mobiles (divers ampèremètres, voltmètres, wattmètre, oscilloscope).

Cette distinction tient compte de la fragilité de la suspension de l'équipage mobile des premiers. Pour se déplacer il faut impérativement bloquer la suspension (position « calé »), (fig. 2).

### NORMES RELATIVES AUX MÉTHODES ET APPAREILS DE MESURE

NF C 01-020. Appareils de mesure scientifiques et industriels (vocabulaire).

NF C 01-900. Textes officiels sur les unités de mesure.

NF C 42-660. Voltmètres électroniques.

NF C 42-670. Documentation à fournir avec des appareils de mesure électroniques.

NF C 42-680. Oscillographes cathodiques.

44-000. Textes officiels relatifs aux compteurs d'énergie électrique.

44-001. Types de compteurs d'énergie électrique.

UTE 41-050. Méthodes de mesures. Mesure des tensions au moyen de l'éclateur à sphères.

UTE 41-100. Spécifications d'essais (HT).

UTE 41-200. Méthodes de mesures (HT).

UTE 41-300. Mesure des décharges partielles.

NF C 42-100. Appareils de mesure électrique indicateurs à action directe et leurs accessoires.

NF C 42-121. Voltmètres (cl. 1, 1,5, 2,5, 5).

NF C 42-122. Ampèremètres (cl. 1, 1,5, 2,5, 5).

NF C 42-123. Wattmètres et varmètres (cl. 1, 1,5, 2,5, 5).

NF C 42-130. Enregistreurs à action directe et leurs accessoires.

NF C 42-151. Shunts 0,1 V.

NF C 42-152. Shunts 0,3 V.

NF C 42-153. Shunts 0,05 V.

NF C 42-310. Compteurs horaires.

NF C 42-500. Transformateurs de mesure.

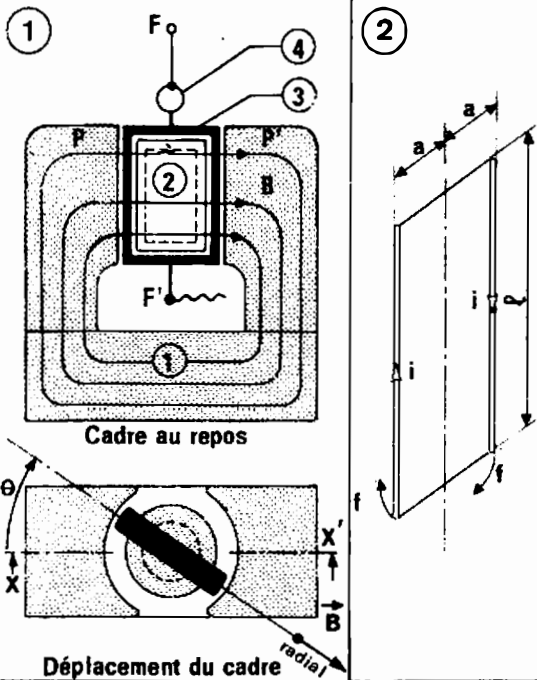
NF C 42-501. Transformateurs de tension.

NF C 42-502. Transformateurs de courant.

NF C 42-600. Générateurs HF.

NF C 42-650. Générateurs BF.

UTE (Union Technique de l'Electricité)  
20, rue Hamelin, 75-Paris (16<sup>e</sup>).



### Description d'un galvanomètre.

Il comporte : (fig. 1).

- Un aimant permanent (1) fixe produisant le champ d'induction B. Un noyau (2) et des pièces polaires (PP') assurent une répartition convenable de l'induction dans l'entrefer : généralement on adopte une répartition radiale en utilisant comme noyau un cylindre en acier doux creux.
- Un cadre rectangulaire mobile (3) formé de n spires en fil de cuivre isolé. Les deux extrémités sont soudées à deux crochets fixés à des fils de torsion (FF') en argent : ceux-ci assurent la suspension du cadre suivant son axe de symétrie et servent également à amener le courant. Le cadre ainsi suspendu constitue l'équipage mobile de l'appareil.
- Un dispositif de lecture constitué par un petit miroir concave (4) collé sur l'équipage mobile, une règle graduée en millimètres orientable, une source lumineuse. La source lumineuse envoie un rayon lumineux sur le miroir concave qui le réfléchit sur la règle, déterminant une image appelée spot. Lorsque le cadre mobile tourne d'un angle  $\theta$ , le rayon réfléchi tourne de  $2\theta$ . (Voir fig. 2. M<sub>A</sub>24).

Si  $\alpha$  est la déviation du spot sur la règle et D la distance du miroir à l'échelle de lecture, (cette distance est fixe pour un système optique donné), l'expression de la rotation du cadre mobile est pour de petits angles :

$$\text{tg } 2\theta = \frac{\alpha}{D} \rightarrow \theta = \frac{\alpha}{2D}$$

### Expression du couple moteur.

Le cadre comporte n spires, de largeur  $2a$ , de hauteur l, de surface S. Il est placé dans un champ d'induction radiale B et est parcouru par un courant i (fig. 2).

D'après la loi de Laplace, chaque conducteur vertical du cadre ou conducteur actif (longueur l) est soumis à une force :  $f = B.l.i$

Chaque spire ayant deux conducteurs actifs parcourus par le même courant i, mais en sens contraire, est soumise à un couple dont le moment par rapport à l'axe de rotation est :

$$f.a + f.a - 2a.B.l.i.$$

Le moment du couple moteur résultant qui anime le cadre est :

$$C_M = n.2a.B.l.i = n.B.S.i$$

Le produit n.B.S représente le flux total issu de l'aimant permanent et traversant le cadre. Si l'on pose :

$$\Phi_0 = n.B.S \rightarrow C_M = \Phi_0 i$$

Sous l'action de ce couple, le cadre tourne jusqu'à trouver une position d'équilibre qui est obtenue lorsque le couple moteur est égal au couple résistant. Si C est la constante de torsion du fil de suspension et  $\theta$  l'angle de rotation du cadre :

$$C_R = C.\theta \rightarrow C_M = C.\theta$$

$$\Phi_0 i = C.\theta$$

En pratique on ne mesure pas l'angle de rotation  $\theta$ , mais la déviation  $\alpha$  en divisions sur l'échelle de lecture.

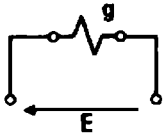
$$\text{Si } \theta = \frac{\alpha}{2D} \rightarrow \Phi_0 i = \frac{C\alpha}{2D}$$

La constante K d'un galvanomètre, définie par le rapport  $\alpha/i$  est exprimée en divisions par ampère.

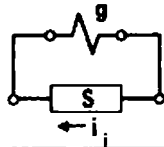
$$K = \frac{\alpha}{i} = \frac{2D\Phi_0}{C}$$



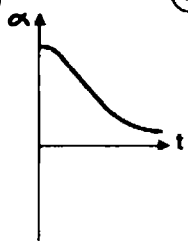
①



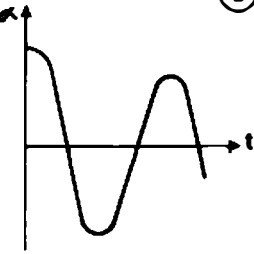
②



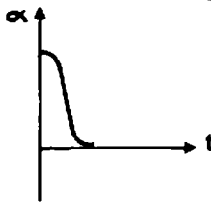
③



b



c



d



**Amortissement.**

Un cadre mobile parcouru par un courant  $i$  constant, n'atteint pas instantanément sa position d'équilibre  $\alpha$ . Il décrit un certain nombre d'oscillations autour de cette position. Le phénomène est identique après interruption du courant mais dans ce cas, les oscillations sont décrites autour du zéro.

**Analyse physique.** La vitesse circonférentielle du cadre  $v$  et sa vitesse angulaire  $\frac{d\theta}{dt}$  sont liées par la relation :  $v = a \frac{d\theta}{dt}$

Lors du mouvement, le champ d'induction  $B$ , induit dans chaque conducteur actif une f.c.e.m  $e$ . Puisque le cadre comporte  $n$  spires, soit  $2n$  conducteurs actifs, la f.c.e.m totale  $E$  apparaissant aux bornes du cadre est :

$$e = -B.l.v \rightarrow E = -2n.B.l.v$$

$$E = -2n.B.l.a. \frac{d\theta}{dt}$$

$$\Phi_0 = 2n.B.l.a. \rightarrow E = -\Phi_0 \frac{d\theta}{dt}$$

1. Cadre non shunté (fig. 1).

La f.c.e.m  $E$  est sans effet, car le cadre est ouvert. Ce dernier oscille librement comme un pendule de torsion. Il y a toutefois un léger amortissement dû aux frottements mécaniques.

2. Cadre shunté (fig. 2).

Un courant induit  $i_1$  prend naissance dans le cadre qui est soumis à un couple de freinage  $C_1$ .

$$i_1 = \frac{E}{g + s} = -\frac{\Phi_0}{g + s} \cdot \frac{d\theta}{dt}$$

$$C_1 = \Phi_0 i_1 \rightarrow C_1 = -\frac{\Phi_0^2}{g + s} \cdot \frac{d\theta}{dt}$$

Le signe  $-$  indique que le Couple  $C_1$  s'oppose au mouvement qui lui donne naissance.

Le freinage est d'autant plus intense que la vitesse angulaire est grande et que la résistance  $(g + S)$  est faible.

Pour des valeurs différentes de  $S$ , les amortissements correspondants sont précisés fig. 3.

**Analyse mathématique.** si on applique le théorème de la variation d'énergie cinétique pour une rotation  $d\theta$  dans l'intervalle de temps  $dt$  :  $dw_c = \Sigma d\mathcal{C}$

$\Sigma d\mathcal{C}$  est la somme algébrique des travaux élémentaires des couples appliqués au système avec :

- Couple moteur.  $C_M = \Phi_0 i$
- Couple des frottements mécaniques

$$C_f = -A_0 \frac{d\theta}{dt}$$

- Couple d'amortissement électrique

avec  $r = g + s$ ;  $C_1 = -\frac{\Phi_0^2}{r} \frac{d\theta}{dt}$

- Couple de rappel.  $C_R = -C\theta$

$$\Sigma d\mathcal{C} = \Phi_0 i d\theta - C\theta d\theta$$

$$- A_0 \frac{d\theta}{dt} d\theta - \frac{\Phi_0^2}{r} \frac{d\theta}{dt} d\theta$$

La variation correspondante d'énergie cinétique est :

$$dw_c = d \left[ \frac{1}{2} J \omega^2 \right] = J \omega d\omega$$

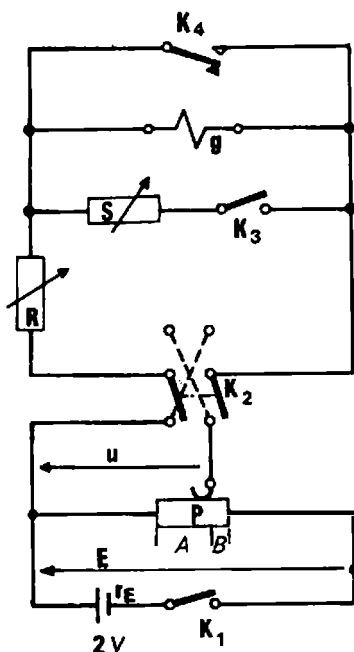
si  $J$  est le moment d'inertie du cadre par rapport à son axe de rotation et  $\frac{d\theta}{dt}$  sa

vitesse angulaire :  $dw_c = J \frac{d\theta}{dt} \cdot d \left( \frac{d\theta}{dt} \right)$

# APPAREILS DE MESURE GALVANOMÈTRE À CADRE MOBILE (3)

**M<sub>A</sub> 30**

1



$$J \frac{d}{dt} \left( \frac{d\theta}{dt} \right) = \Phi_0 i - C\theta - A_0 \frac{d\theta}{dt} - \frac{\Phi_0^2}{r} \frac{d\theta}{dt}$$

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} + \left( A_0 + \frac{\Phi_0^2}{r} \right) \frac{d\theta}{dt} + C\theta = \Phi_0 i$$

Avec 
$$A = A_0 + \frac{\Phi_0^2}{r}$$

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} + A \frac{d\theta}{dt} + C\theta = \Phi_0 i$$

L'étude du discriminant  $\Delta = A^2 - 4JC$  permet de distinguer trois cas.

- $A^2 - 4JC > 0$

Le cadre tend vers sa position d'équilibre sans osciller, le mouvement est dit **apériodique** (fig. 3 a).

- $A^2 - 4JC < 0$

Le cadre décrit des oscillations d'amplitudes décroissantes, le mouvement est dit **pseudo périodique** (fig. 3b). La période des oscillations est :

$$T = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{C}{J} - \left(\frac{A}{2J}\right)^2}}$$

- $A^2 - 4JC = 0$

C'est la limite séparant les deux cas précédents. Le mouvement est dit **critique** (fig. 3c).

En pratique on recherche un mouvement oscillatoire voisin du critique ou  $\Delta$  est très faiblement négatif (fig. 3d). Ce mouvement appelé **amortissement**

optimum est défini par sa période  $T = T_0 \sqrt{2}$ , où  $T_0$  est la période sans amortissement :  $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{J}{C}}$

Expérimentalement on admet que le système est en amortissement optimum, lorsque la deuxième élongation  $\alpha_2$  est égale à 5 % de la première élongation  $\alpha_1$  : (fig. 3d).  $\alpha_2 = \frac{5\alpha_1}{100}$ .

C'est l'amortissement optimum qui est adopté dans les appareils de mesure : il permet en effet de détecter un frottement mécanique éventuel du cadre.

### Étude expérimentale.

**Réglages préliminaires.** Ils comprennent la mise en place du galvanomètre, le réglage de la netteté du spot, la recherche du zéro.

**Schéma** (fig. 1).

P est un réducteur de tension de résistance faible :  $P \approx 100 \Omega$ . Il permet d'ajuster la tension  $u$  à quelques millivolts.

R est une résistance ajustable à décade :  $10 \text{ k}\Omega < R < 1 \text{ M}\Omega$ .

S est une résistance ajustable de plusieurs milliers d'ohms, par exemple une boîte à fiches.

**Mesure de la résistance g du cadre.** On utilise la méthode d'égalité de déviation.

- Ajuster à l'aide de P;  $u = 10 \text{ mV}$ .
- $K_3$  étant ouvert, établir et régler, en ajustant R, le courant dans le cadre pour obtenir la déviation désirée. Noter la déviation  $\alpha_1$  et la résistance  $R_1$  correspondante.

Ajuster  $R_2 = \frac{R_1}{2}$  fermer  $K_3$  et ajuster S

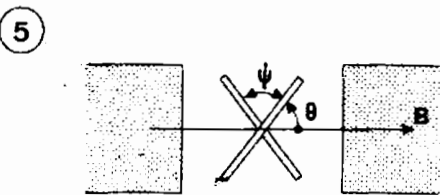
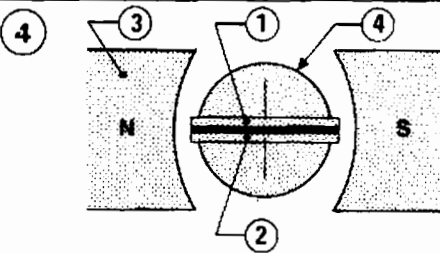
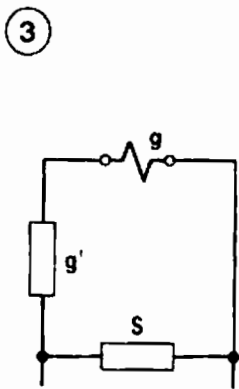
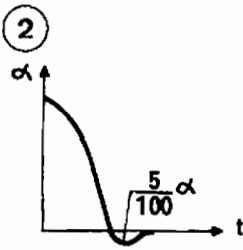
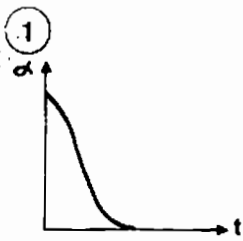
pour obtenir la même déviation  $\alpha_2 = \alpha_1$ . A ce moment là,  $g = S$ . (Voir M<sub>A</sub> 61)

**Étude de l'amortissement.** La résistance d'amortissement étant égale à  $g + S$ , les mesures sont effectuées à la coupure du courant car à l'établissement il faudrait en toute rigueur tenir compte des résistances R et P.

Par tâtonnement on cerne de proche en proche en réglant S, l'amortissement désiré. On obtient :

**Résistance critique :**  $r_c = g + S_c$ .

A la coupure du courant dans le cadre, le spot doit revenir au zéro sans osciller (fig. 1 M<sub>A</sub> 31).



**Résistance optimum :**  $r_0 = g + S_0$ .

A la coupure du courant l'amplitude de dépassement du zéro est égale à 5 % de la déviation permanente  $\alpha$  (fig. 2).

**Détermination de la constante.**

En utilisant le montage (fig. 1. M<sub>A</sub>30) le courant dans le cadre est :

$$i = \frac{u}{mR + g} \text{ avec } m = \frac{g + s}{s}$$

Si  $\alpha$  est la déviation correspondante la constante K en d/A s'écrit :

$$K = \frac{\alpha}{i} = \frac{\alpha(mR + g)}{u}$$

*Remarque 1.* Pour conserver les conditions d'amortissement optimum tout en gardant la possibilité de modifier la constante K du galvanomètre on ajoute en série avec le cadre g (fig. 3) une résistance ajustable  $g'$  telle que :

$$r_0 = g + g' + S = C^2e$$

Il vient :

$$m = \frac{g + g' + S}{S} \text{ et } K = \frac{\alpha(mR + g)}{u}$$

$m$  et  $K$  sont modifiés par le réglage de  $g'$  et  $S$ .

*Remarque 2.* On peut être amené à contrôler la proportionnalité et la symétrie des déviations. A cet effet on inverse à l'aide de ( $K_2$ ) le courant dans le cadre et on note les déviations  $\alpha$  droite et  $\alpha$  gauche pour différentes valeurs de  $R$ .

**GALVANOMÈTRE DIFFÉRENTIEL** (fig. 4)

Cet appareil comporte deux cadres, (1 et 2) identiques montés sur un même support. Les actions électromagnétiques s'exerçant sur chaque enroulement doivent être de signes contraires, ce qui implique le repérage des entrées et sorties des cadres.

(3) Aimant permanent; (4) Noyau.

La rotation  $\theta$  de l'équipage mobile est :

$$\Phi_{01} i_1 - \Phi_{02} i_2 = C\theta$$

Si les cadres sont identiques :

$$\Phi_{01} = \Phi_{02} = \Phi_0$$

$$\Phi_0(i_1 - i_2) = C\theta, \theta = \frac{\Phi_0}{C} (i_1 - i_2)$$

Puisque :  $\theta = \frac{\alpha}{2D}, \alpha = 2D \frac{\Phi_0}{C} (i_1 - i_2)$

et  $\alpha = K(i_1 - i_2)$ .

Utilisé lorsque l'on désire étudier l'écart entre une grandeur et sa référence, son utilisation réclame des précautions : En effet, si  $i_1 = i_2$ , la déviation reste nulle alors que les courants peuvent être élevés.

**LOGOMÈTRE** (fig. 5).

Cet appareil comporte deux cadres solidaires mécaniquement, couplés en opposition et formant entre eux un angle  $\psi$  :  $\psi$  peut être égal à  $\pi/2$ . L'appareil ne possède pas de couple de rappel.

Les couples moteurs appliqués aux deux cadres sont : dans le cas d'une induction uniforme :

$$C_1 = \Phi_{01} i_1 \cos \theta; C_2 = \Phi_{02} i_2 \cos (\theta + \psi)$$

A l'équilibre, si  $\theta$  est l'angle de rotation :

$$C_1 + C_2 = 0$$

$$\Phi_{01} i_1 \cos \theta + \Phi_{02} i_2 \cos (\theta + \psi) = 0$$

Si les cadres sont identiques :

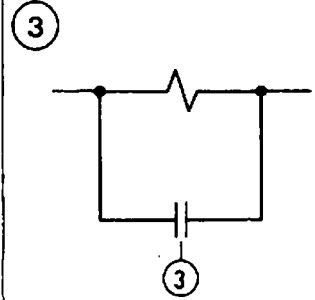
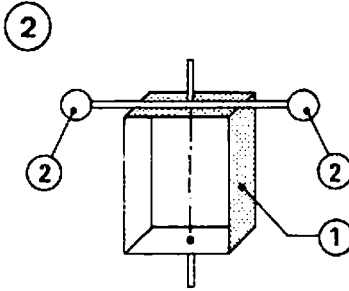
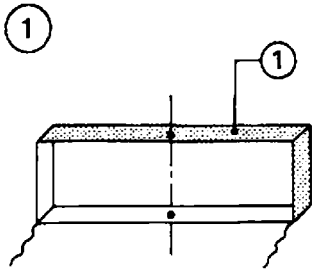
$$\Phi_{01} = \Phi_{02} = \Phi_0$$

$$i_1 = \frac{\cos(\theta + \psi)}{\cos \theta}$$

$$= -\cos \psi + \sin \psi \operatorname{tg} \theta$$

si  $\psi = \frac{\pi}{2}, \frac{i_1}{i_2} = \operatorname{tg} \theta$

La loi de variation  $\theta = f\left(\frac{i_1}{i_2}\right)$  n'est pas linéaire.



ÉTUDE FONCTIONNELLE

Le galvanomètre balistique est un galvanomètre magnéto électrique dont le moment d'inertie du cadre (1) par rapport à l'axe de rotation est beaucoup plus important. Ce résultat peut être obtenu en donnant au cadre une dimension transversale supérieure à sa dimension longitudinale, (fig. 1) ou en le munissant de masselottes (2) (fig. 2). L'inertie du cadre peut être accrue électriquement en disposant à ses bornes un condensateur (3) de forte capacité (fig. 3).

Le galvanomètre balistique permet de mesurer les quantités d'électricité qui le traversent. Celles-ci doivent se présenter sous forme de décharges très brèves pour que le cadre reste immobile tout ce temps et ne se mette en mouvement qu'une fois la décharge terminée.

Équations de fonctionnement.

Le mouvement du cadre est régi par l'équation différentielle (voir M<sub>A</sub> 30).

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} + A \frac{d\theta}{dt} + C\theta = \Phi_0 i$$

Pendant la durée très courte  $\Delta t$  de la décharge, le cadre est parcouru par un courant  $i$  variable. L'intégrale de cette équation pendant la durée  $\Delta t$  est :

$$Jd\left(\frac{d\theta}{dt}\right) + Ad\theta + C\theta dt = \Phi_0 i dt$$

$$J \int_0^{\Delta t} d\left(\frac{d\theta}{dt}\right) + A \int_0^{\Delta t} d\theta + C \int_0^{\Delta t} \theta dt = \Phi_0 \int_0^{\Delta t} i dt.$$

Par hypothèse le cadre reste immobile le temps de la décharge, les termes

$$A \int_0^{\Delta t} d\theta \text{ et } C \int_0^{\Delta t} \theta dt. \text{ sont nuls.}$$

Il reste :

$$J \left[ \frac{d\theta}{dt} \right]_0^{\Delta t} = \Phi_0 q$$

La quantité d'électricité qui a traversé le cadre est  $q = \int_0^{\Delta t} i dt$ . La décharge terminée, le cadre est soumis à une vitesse de départ :

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{\Phi_0 q}{J}$$

En prenant comme nouvelle origine des temps la fin de la décharge  $\Delta t$  et en négligeant l'inductance propre du cadre, l'équation différentielle s'écrit :

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} + A \frac{d\theta}{dt} + C\theta = 0$$

On retrouve les différents amortissements analysés lors de l'étude du galvanomètre mobile (M<sub>A</sub> 29.30).

**Mouvement pseudopériodique.** Un galvanomètre balistique fonctionne généralement en amortissement optimum

Puisque  $A^2 - 4JC < 0$ , la solution générale de l'équation différentielle est :

$$\theta = \lambda e^{-\delta t} \sin \omega t$$

avec :  $\delta = \frac{A}{2J}$  et  $\omega = \sqrt{\frac{C}{J} - \left(\frac{A}{2J}\right)^2}$

A l'origine des temps,  $\theta = 0$  et la

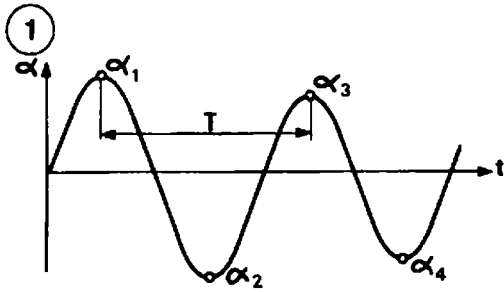
vitesse  $\frac{d\theta}{dt} = \frac{\Phi_0 q}{J}$ , donc :

$$0 = \frac{\Phi_0 q}{J\omega} e^{-\delta t} \sin \omega t.$$

L'amplitude de la première élongation  $\theta_1$  est définie pour  $\left(\frac{d\theta}{dt}\right) = 0$ , c'est-à-dire

pour le temps  $t_1 = \frac{1}{\omega} \arctg \frac{\omega}{\delta}$ , d'où

$$\theta_1 = \frac{\Phi_0 q}{J\omega} e^{-\frac{\delta}{\omega} \arctg \frac{\omega}{\delta}}$$



**Constante balistique.**

La constante du galvanomètre balistique est en radian/coulomb :

$$K_B = \frac{\theta_1}{q} \rightarrow K_B = \frac{\Phi_0}{J\omega_0} e^{-\frac{\delta}{\omega} \arctg \frac{\omega}{\delta}}$$

Cas particulier δ = 0.

Sans amortissement la constante est :

$$K_{B0} = \frac{\Phi_0}{J\omega_0} \text{ et } \omega_0 = \sqrt{\frac{C}{J}} = \frac{2\pi}{T_0}$$

T<sub>0</sub> est la période propre du cadre.

La constante balistique K<sub>B</sub> pour un amortissement quelconque est liée à la constante balistique sans amortissement K<sub>B0</sub> par la relation :

$$K_B = \frac{K_{B0}}{e^{-\frac{\delta}{\omega} \arctg \frac{\omega}{\delta}}}$$

Remarque 1. Les élongations α en mm étant proportionnelles aux élongations θ en radian (petits angles), K<sub>B</sub> et K<sub>B0</sub> s'expriment aussi en mm/c.

Remarque 2. La relation de K<sub>B</sub> montre que pour un galvanomètre donné la constante balistique est fonction de l'amortissement que l'on peut régler en shuntant plus ou moins le cadre. Ceci implique la nécessité avant toute mesure d'étalonner le galvanomètre avec le montage dans lequel il est inséré.

**Étude expérimentale** (fig. 1, M<sub>A</sub>30).

1<sup>er</sup> Cadre non shunté. S = ∞.

Seul subsiste l'amortissement mécanique. On mesure les amplitudes des élongations successives α<sub>1</sub>, α<sub>3</sub> de même signe et le temps t de n oscillations complètes (par exemple 10 oscillations). On en déduit fig. 1.

- La période : T = t/n
- La pulsation : ω = 2π/T

• Le décrément logarithmique :

$$\lambda = \text{Log} \left( \frac{\alpha_1}{\alpha_3} \right), \quad \delta = \frac{\lambda}{T}$$

• La pulsation propre : ω<sub>0</sub> = √(ω<sup>2</sup> + δ<sup>2</sup>)  
En effet l'équation de la courbe des oscillations est : α = α<sub>0</sub> e<sup>-δt</sup> sin ωt

$$\text{donc } \begin{cases} \alpha_1 = \alpha_0 e^{-\delta t_1} \sin \omega t_1 \\ \alpha_3 = \alpha_0 e^{-\delta t_3} \sin \omega t_3 \end{cases}$$

Et puisque t<sub>3</sub> - t<sub>1</sub> = T,  $\frac{\alpha_1}{\alpha_3} = e^{\delta T}$

Si on pose λ = δ.T;  $\lambda = \text{Log} \frac{\alpha_1}{\alpha_3}$

La constante balistique K<sub>B∞</sub> de l'appareil non shunté est :

$$K_{B\infty} = \frac{K_{B0}}{e^{-\frac{\delta}{\omega} \arctg \frac{\omega}{\delta}}} = \frac{K_{P1}}{e^{\frac{\lambda}{2\pi} \arctg \frac{2\pi}{\lambda}}}$$

**Détermination de K<sub>B0</sub>.**

En régime permanent la constante du galvanomètre est définie par :

$$C\theta = \Phi_0 i \rightarrow K_P = \frac{\theta}{i} = \frac{\Phi_0}{C} \text{ en rd/A.}$$

La constante balistique sans amortissement est :

$$K_{B0} = \frac{\theta_1}{q} = \frac{\Phi_0}{J\omega_0} \text{ en rd/C}$$

On en déduit :

$$K_{B0} = \frac{C.K_P}{J\omega_0}, \text{ et puisque } \omega_0 = \sqrt{\frac{C}{J}}$$

$$K_{B0} = \omega_0 K_P$$

Cette dernière relation reste valable si K<sub>P</sub> et K<sub>B0</sub> sont en mm/A et mm/C.

2° Cadre shunté. L'amortissement est réglé à l'aide de S pour avoir quelques oscillations. La résistance du circuit du cadre est r = g + S. On effectue les mêmes mesures que dans le cas du cadre non shunté, soient les mesures :

α<sub>1</sub>, α<sub>3</sub>, t et les calculs : T, ω, δ, λ.

$$K_{Br} = \frac{K_{B0}}{e^{-\frac{\delta}{\omega} \arctg \frac{\omega}{\delta}}} = \frac{|K_{B0}|}{e^{\frac{\lambda}{2\pi} \arctg \frac{2\pi}{\lambda}}}$$

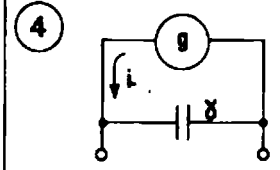
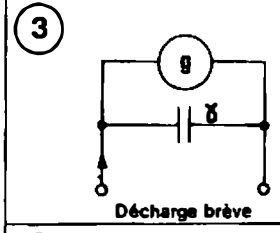
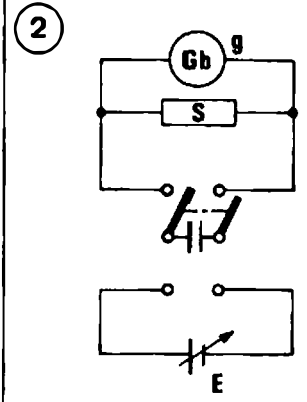
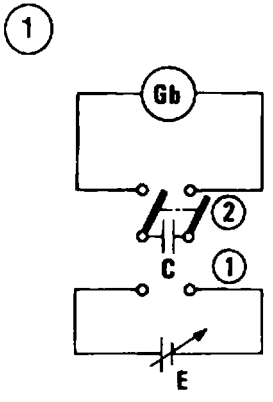
**Calcul des éléments de fabrication.**

Des relations déjà établies et en exprimant : K<sub>P</sub> et K<sub>B0</sub> en rd/A et rd/C

$$K_P = \frac{\Phi_0}{C}, K_{B0} = \frac{\Phi_0}{J\omega_0}, \omega_0^2 = \frac{C}{J}, \delta_{\infty} = \frac{A_0}{2J}, \delta_r = \frac{1}{2J} \left( A_0 + \frac{\Phi_0^2}{r} \right)$$

On obtient :

$$\text{Flux : } \Phi_0 = 2r \left( \frac{\delta_r - \delta_{\infty}}{\omega_0 \times K_{Br}} \right) \text{ (Wb)}$$



Couple de torsion unitaire :

$$C = \frac{\Phi_0}{K_P} = 2r \left( \frac{\delta r - \delta \omega}{K_{B_0^2}} \right)$$

(mN/rd)

Moment d'inertie :  $J = \frac{C}{\omega_0^2}$  (kg/m²)

Amortissement mécanique :  $A_0 = 2 J \delta \omega$  (mN/rd/s)

Résistance d'amortissement critique :  $A^2 - 4 J C = 0$

$$r = \frac{\Phi_0^2}{2 \sqrt{J C} - A_0} \approx \frac{\Phi_0^2}{2 \sqrt{J C}}$$

**Conclusions.**

L'étude théorique du galvanomètre balistique n'est pas indispensable à son utilisation. Pratiquement pour une mise en service correcte il suffit de connaître :

- La résistance  $g$  du cadre.
- La résistance  $S$  qui détermine l'amortissement optimum. Comme pour le galvanomètre à cadre mobile cette valeur est définie par tâtonnements.
- La constante balistique. Elle peut être mesurée expérimentalement.

**Détermination de la constante balistique (en div./coulomb).**

• **Cadre non shunté** (fig. 1). Le commutateur est en position (1), C se charge sous la tension E connue :  $q = CE$ .

Le commutateur est en position (2), le condensateur C se décharge dans l'appareil. La détermination de l'amplitude de la première déviation  $\alpha_1$  donne :

$$q = C.E = \frac{1}{K_B} \cdot \alpha_1 \rightarrow K_{B_\infty} = \frac{\alpha_1}{C.E}$$

Remarque : E doit être faible pour éviter la détérioration du galvanomètre.

• **Cadre shunté** (fig. 2). La quantité d'électricité qui traverse le cadre est :

$$\frac{q}{m} = \frac{CE}{m} \quad \text{avec} \quad m = \frac{g + S}{S}$$

Si  $\alpha_1$  est l'amplitude de la première élongation :  $K_{Br} = \frac{m\alpha_1}{CE}$

La constante balistique peut être exprimée en coulombs par divisions.

Dans ce cas :  $K_{Br} = \frac{CE}{m\alpha_1}$

**Transformation d'un galvanomètre à cadre mobile en balistique.**

Une capacité de forte valeur  $10\mu F$  est connectée aux bornes du cadre de résistance  $g$ .

Pour simplifier on admet que  $A = 0$  : l'équation différentielle qui régit le mouvement du cadre dans ce cas s'écrit :

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} + C\theta = \Phi_0 i \quad (1)$$

Une décharge brève ayant traversé le cadre (fig. 3) celui-ci se met en mouvement et une f.e.m. d'induction apparaît à ses bornes (fig. 4).

$$e_i = - \Phi_0 \left( \frac{d\theta}{dt} \right)$$

Le condensateur  $\gamma$  pendant l'intervalle de temps  $dt$  voit sa charge s'accroître de :

$$dq = idt = \gamma de_i$$

$$i = \frac{dq}{dt} = \gamma \frac{de_i}{dt} = - \gamma \Phi_0 \frac{d^2\theta}{dt^2}$$

La relation (1) devient alors :

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} + C\theta = \Phi_0 \left[ - \gamma \Phi_0 \frac{d^2\theta}{dt^2} \right]$$

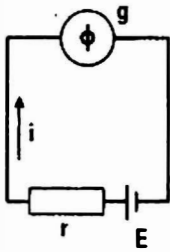
$$\text{Soit } (J + \gamma \Phi_0^2) \frac{d^2\theta}{dt^2} + C\theta = 0$$

La période propre  $T_0 = 2\pi \sqrt{\frac{J}{C}}$  devient :

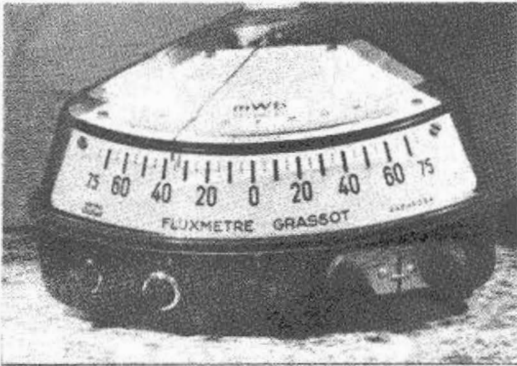
$$T_0' = 2\pi \sqrt{\frac{J + \gamma \Phi_0^2}{C}} = 2\pi \sqrt{\frac{J'}{C}}$$

Le moment d'inertie du cadre s'est accru de la quantité  $\gamma \Phi_0^2$ .

①



②



Fluxmètre de contrôle

**ÉTUDE FONCTIONNELLE**

Le fluxmètre est un galvanomètre magnétoélectrique dont le couple de rappel est nul. L'équipage mobile monté sur pivots, reçoit le courant par l'intermédiaire de longs spiraux en fil d'argent recuit qui n'introduisent qu'un très faible couple de torsion. Ce dernier est compensé par construction par un léger déséquilibre mécanique créant un faible couple inverse. L'appareil de précision est muni d'un niveau et de trois vis calantes permettant de régler l'horizontalité afin que l'aiguille indicatrice ne présente aucune dérive. Le cadre est donc dans un état d'équilibre indifférent pour tout point du cadran. Un dispositif permet de ramener l'aiguille au zéro.

**Fonctionnement** (fig. 1) et **vue extérieure** (fig. 2).

Le cadre de résistance  $g$  est alimenté par un générateur de f.e.m,  $E$  et de résistance  $r$ . Du fait de sa rotation il est le siège d'une f.e.m induite  $e$  qui s'oppose à son mouvement.

$$e = - \Phi_0 \frac{d\theta}{dt}$$

En négligeant l'inductance propre du

cadre, la loi d'ohm appliquée au circuit donne l'expression du courant  $i$ .

$$i = \frac{E - \Phi_0 \frac{d\theta}{dt}}{r + g}$$

Le cadre qui n'a aucun couple antagoniste amorce un mouvement qui tend à s'accélérer jusqu'à ce que la f.e.m  $e$  induite équilibre la f.e.m  $E$  du générateur. Théoriquement le courant  $i$  est alors nul et le cadre animé d'un mouvement uniforme : la vitesse angulaire  $\frac{d\theta}{dt}$  est constante.

Puisque :  $\Phi_0 \frac{d\theta}{dt} = E \rightarrow \Phi_0 d\theta = E dt$

En intégrant

$$\Phi_0 \int_{\theta_1}^{\theta_2} d\theta = \int E dt$$

$$\Phi_0 [\theta_2 - \theta_1] = E.t$$

Si la f.e.m est variable, le raisonnement reste le même et l'appareil se comporte comme un intégrateur de d.d.p.

$$\Phi_0 [\theta_2 - \theta_1] = \int e dt$$

**Équations de fonctionnement.**

En utilisant les mêmes données et en tenant compte de l'inductance  $L$  du cadre les équations du mouvement sont :

$$J \frac{d^2\theta}{dt^2} + A_0 \frac{d\theta}{dt} = \Phi_0 i$$

$$e = (r + g)i + L \frac{di}{dt} + \Phi_0 \frac{d\theta}{dt}$$

En intégrant ces relations dans l'intervalle séparant l'apparition et la disparition de la f.e.m,  $e$ , on obtient en remarquant que la vitesse et le courant sont nuls aux instants considérés.

$$A_0 [\theta_2 - \theta_1] = \Phi_0 q \quad \text{avec} \quad q = \int i dt$$

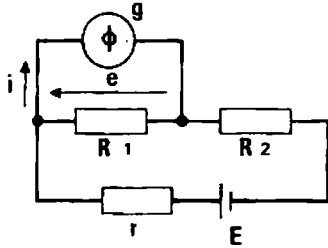
$$\int e dt = (r + g)q + \Phi_0 [\theta_2 - \theta_1]$$

En éliminant  $q$  dans ces deux expressions, il vient :

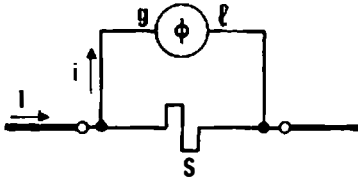
$$\left( A_0 + \frac{\Phi_0^2}{r + g} \right) [\theta_2 - \theta_1] = \frac{\Phi_0}{r + g} \int e dt \quad (1)$$

Le terme  $\frac{\Phi_0^2}{r + g}$  est rendu prépondérant devant  $A_0$  : si  $A_0$  (frottements mécaniques), est très faible et  $(r + g)$  très faible aussi, les conditions sont remplies. La relation (1) devient :

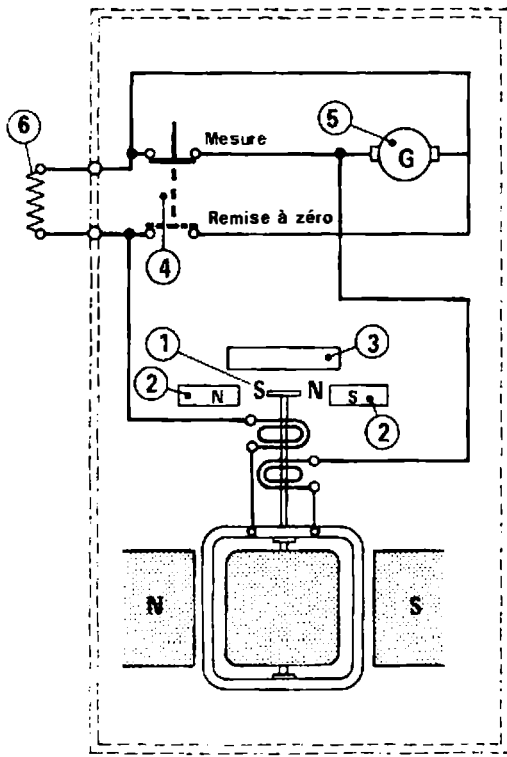
①



②



③



$$\Phi_0(\theta_2 - \theta_1) = \int i dt$$

La constante K du fluxmètre est alors égale au flux  $\Phi_0$  de l'aimant permanent et est exprimée en Weber par division.

$$K[\theta_2 - \theta_1] = \int i dt$$

**Fluxmètre shunté (fig. 1).**

Lorsque l'on désire augmenter la constante du fluxmètre, on utilise un pont diviseur.

$$\text{Puisque } i = o, e = E \frac{R_1}{R_1 + R_2 + r}$$

$$K[\theta_2 - \theta_1] = \frac{R_1}{R_1 + R_2 + r} \int E dt$$

$$K \left( \frac{R_1 + R_2 + r}{R_1} \right) (\theta_2 - \theta_1) = \int E dt$$

La nouvelle constante  $K_s$  du fluxmètre shunté est :

$$K_s = K \frac{R_1 + R_2 + r}{R_1}$$

Remarque : Les constructeurs fixent la valeur maximale  $R_{max}$  de la résistance pouvant être connectée aux bornes du fluxmètre, par exemple  $R_{max} = 30\Omega$ .

La relation ci-dessus n'est valable que si

$$\frac{R_1(r + R_2)}{R_1 + R_2 + r} < R_{max}$$

**Fig. 3. Schéma de principe d'un fluxmètre de précision de la C.D.C.**

(1) Aimant de compensation; (2) Masses polaires; (3) Shunt magnétique; (4) Bouton poussoir; (5) Génératrice de remise à zéro; (6) Bobine exploratrice.

**Mesure d'une quantité d'électricité.**

Le fluxmètre, branché aux bornes d'un shunt S (fig. 2), fonctionne en coulombmètre :

$$A_0(\theta_2 - \theta_1) = \Phi_0 q \quad (1)$$

$$S(i - i) = gi + L \frac{di}{dt} + \Phi_0 \frac{d\theta}{dt} \quad (2)$$

En intégrant l'équation (2) dans l'intervalle de temps t séparant l'apparition et la disparition du courant i, on obtient :

$$\int S(i - i) dt = \int gi dt + \int L di + \Phi_0 \int d\theta$$

$$S(Q - q) = gq + \Phi_0(\theta_2 - \theta_1) \quad (3)$$

En éliminant q entre les relations (1) et (3), on déduit :

$$SQ = \frac{g + S}{\Phi_0} \left( A_0 + \frac{\Phi_0^2}{g + S} \right) (\theta_2 + \theta_1)$$

Dans les conditions normales d'emploi ( $A_0$  négligeable) :

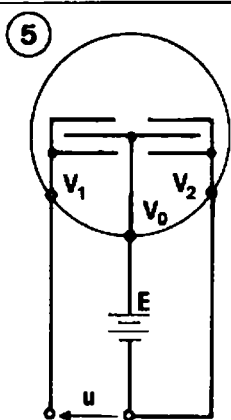
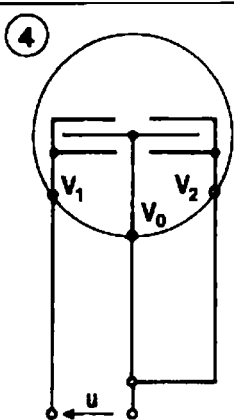
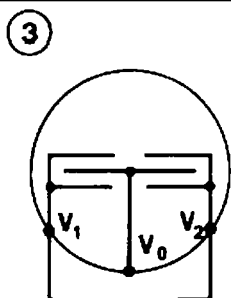
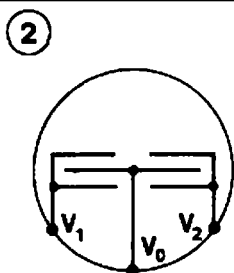
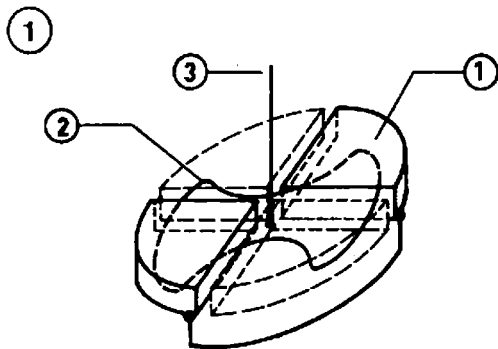
$$Q = \frac{\Phi_0(\theta_2 - \theta_1)}{S} = \frac{K(\theta_2 - \theta_1)}{S}$$

Le fluxmètre mesure la quantité d'électricité  $Q = It$

**Conclusions.**

Le fluxmètre donne une déviation permanente et non une élongation. Dans la plupart des cas, il remplace avantageusement le galvanomètre balistique.





## ÉTUDE FONCTIONNELLE

L'électromètre utilise l'action de la force électrostatique exercée par une armature fixe sur une armature mobile. Le plus utilisé est l'électromètre à quadrants (fig. 1).

Il comporte quatre quadrants (1) dont l'ensemble constitue une boîte métallique en forme de cylindre plat et creux. Les quadrants diamétralement opposés sont électriquement reliés et à l'intérieur de ceux-ci une pièce mobile et plate en aluminium, ayant la forme de deux secteurs circulaires opposés par leur sommet, peut se déplacer. Appelée aiguille (2), elle est suspendue par un

fil (3) de torsion fixé à son axe lequel supporte également un miroir.

Nota. Sur la fig. 1 deux quadrants ont été retirés pour laisser voir l'aiguille de l'électromètre.

**Équations de fonctionnement** (fig. 2).

Les paires de quadrants 1,3 et 2,4 constituent avec l'aiguille, armature commune, deux condensateurs déformables  $C_1$  et  $C_2$ . Soient  $V_1$ ,  $V_2$ ,  $V_0$  les potentiels respectifs des armatures, pour une position angulaire quelconque de l'aiguille, les énergies électrostatiques sont :

$$W_1 = \frac{1}{2} C_1 (V_1 - V_0)^2$$

$$W_2 = \frac{1}{2} C_2 (V_2 - V_0)^2$$

**Couple moteur.** Si l'aiguille effectue une rotation  $d\theta$  la capacité  $C_1$  augmente de  $dC_1$ , ( $dC_1 > 0$ ), par contre la capacité  $C_2$  diminue de  $dC_2$ , ( $dC_2 < 0$ ). Les travaux des couples moteurs appliqués sont :

$$\Gamma_1 d\theta = dW_1 = \frac{1}{2} (V_1 - V_0)^2 dC_1$$

$$\Gamma_2 d\theta = dW_2 = -\frac{1}{2} (V_2 - V_0)^2 dC_2$$

Le couple moteur résultant est

$$C_M = \Gamma_1 + \Gamma_2$$

Par construction  $|dC_1| = |dC_2| = dC$  :

$$C_M = \frac{1}{2} \frac{dC}{d\theta} \left[ (V_1 - V_0)^2 - (V_2 - V_0)^2 \right]$$

**Couple résistant.** Si  $a$  est le couple de torsion unitaire :  $C_R = a \cdot \theta$

**Conditions d'équilibre.**

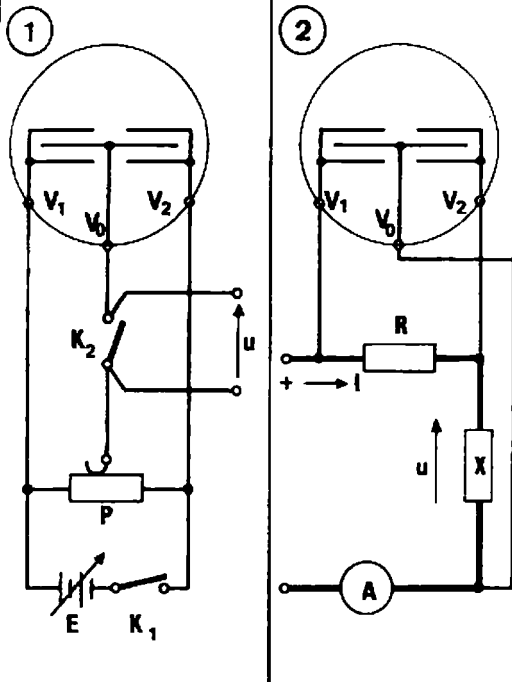
$$C_R = C_M$$

$$\theta = \frac{1}{2a} \frac{dC}{d\theta} \left[ (V_1 - V_0)^2 - (V_2 - V_0)^2 \right]$$

Comme pour le galvanomètre on peut traduire l'écart angulaire  $\theta$  en déviation  $\alpha$  : la constante sera alors exprimée en divisions par volt.

$$\alpha = K \left[ (V_1 - V_0)^2 - (V_2 - V_0)^2 \right]$$

**Zéro mécanique.** Il doit réaliser l'égalité des capacités aiguille quadrants 1,3 et aiguille quadrants 2,4. Son réglage est réalisé à partir du schéma fig. 3. Les deux paires de quadrants sont court-circuitées et le spot est réglé au zéro par l'action sur le couple de torsion.



**Montage idiostatique** (fig. 4 M<sub>A</sub> 37).

Ce montage permet de mesurer des tensions élevées.

La paire de quadrants  $V_2$  est reliée à l'aiguille  $V_0$  :  $V_2 - V_0 = 0$

La tension à mesurer  $U$  est appliquée aux bornes  $V_1, V_0$  :  $U = V_1 - V_0$

d'où  $\alpha = K U^2 \rightarrow U = \sqrt{\frac{\alpha}{K}}$

**Montage hétérostatique.**

Il permet de mesurer de très faibles tensions.

**Variante 1.** (fig. 5 M<sub>A</sub> 37)

$$U = \frac{\alpha}{2KE}$$

**Variante 2** (fig. 1).

Les quadrants sont alimentés par les extrémités d'un potentiomètre à point milieu  $P$ , la tension à mesurer est appliquée entre point milieu et aiguille.

Soient  $E/2$  les tensions appliquées entre paire de quadrants et aiguille.

$$V_1 - V_0 = \frac{E}{2} + U$$

$$V_2 - V_0 = -\frac{E}{2} + U$$

$$\alpha = 2KEU \rightarrow U = \frac{\alpha}{2KE}$$

**Manipulation.**

• Après avoir réglé le zéro mécanique on effectue le réglage du zéro électrique de façon à obtenir les tensions  $E/2$ .

$K_1, K_2$  sont fermés. Le curseur du potentiomètre est ajusté de façon à conserver le zéro mécanique.

• Pour la mesure,  $K_2$  est ouvert et la tension  $U$  appliquée. La déviation désignée  $\alpha$  est alors ajustée par réglage de  $E$ .

**Mesure d'une puissance** (fig. 2).

$$V_1 - V_0 = RI + U$$

$$V_2 - V_0 = U$$

$$\alpha = 2KR \left[ \frac{RI^2}{2} + UI \right]$$

$$\rightarrow P = UI = \left[ \frac{\alpha}{2KR} \right] - \frac{RI^2}{2}$$

$R$  est une résistance étalon connue :

**Utilisation de l'électromètre en courant alternatif.**

**Montage idiostatique** (fig. 4 M<sub>A</sub> 37).

si  $u = U_{\max} \cos \omega t$  puisque  $\alpha = Ku^2$  :

$$\alpha = \frac{1}{T} K \int_0^T u^2 dt = KU^2$$

L'électromètre indique la valeur efficace de la tension et ceci qu'elle que soit sa forme.

**Montage en wattmètre** (fig. 2).

Soient :  $u = U_{\max} \cos \omega t$  et  $i = I_{\max} \cos(\omega t - \varphi)$ , la tension aux bornes du récepteur et l'intensité dans le circuit. L'électromètre indique :

$$\alpha = 2KR \left[ \frac{RI^2}{2} + UI \cos \varphi \right]$$

$$P = UI \cos \varphi = \left[ \frac{\alpha}{2KR} \right] - \frac{RI^2}{2}$$

L'électromètre permet la mesure des faibles puissances.

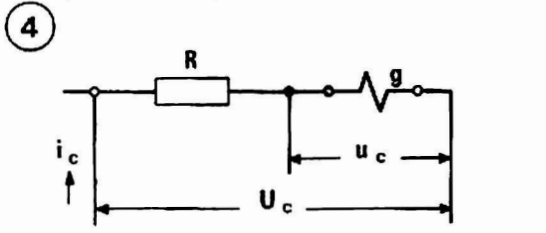
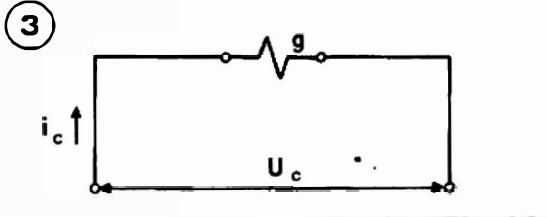
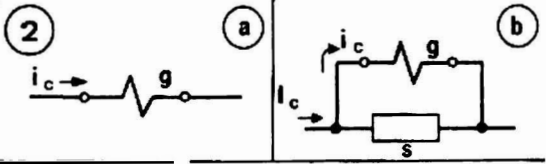
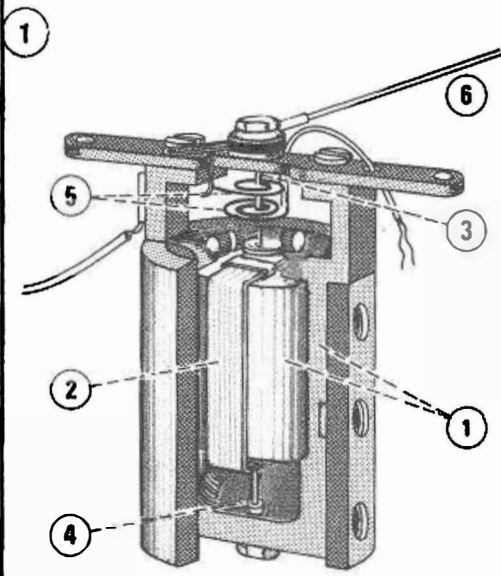
**Conclusions.**

Un électromètre met en jeu des couples moteurs très faibles : c'est un appareil de laboratoire. Avant utilisation sa constante  $K$  doit être définie par une première mesure mettant en jeu une tension connue.

Sa consommation nulle en courant continu, lui permet de mesurer des tensions sans perturber les circuits.

En courant alternatif, il absorbe un très faible courant réactif, en effet la capacité  $C$  de l'électromètre est de l'ordre de 200 pF.

# APPAREILS MAGNÉTOÉLECTRIQUES (1)



## ÉTUDE FONCTIONNELLE

Ces appareils, encore appelés appareils à cadre mobile et à aimant fixe, dérivent du galvanomètre à cadre mobile (M<sub>A</sub>28). Par construction, leur sensibilité est subordonnée à leur robustesse.

### Élément moteur (fig 1)

Un système d'aimant permanent (1) en alliage fer-aluminium-nickel-cobalt, constituant la partie fixe donne un champ magnétique puissant, soigneusement canalisé et refermé, formant écran et rendant de ce fait même négligeables les champs parasites extérieurs.

Le cadre (2) en spires jointives de fil de cuivre bobinées sur une armature métallique en aluminium formant système amortisseur par courants de Foucault est monté sur pivots, (3 et 4). Les amenées de courant se font par ressorts spiraux (5) enroulés en sens inverse.

Le dispositif de lecture est formé d'un cadran gradué en regard duquel se déplace une aiguille (6) solidaire du cadre.

Le couple moteur et la déviation  $\alpha$  indiquée par l'aiguille sur le cadran sont proportionnels à l'intensité du courant  $i$  qui parcourt les spires du cadre

$$\alpha = Ki$$

Cette relation montre que le sens de la déviation dépend du sens du courant  $i$ : On dit que ces appareils sont **polarisés**.

### Microampèremètre et milliampèremètre.

Le calibre de l'appareil est défini par le courant  $i_c$  en  $\mu A$  ou  $mA$  (fig. 2a) qui détermine la déviation maximale  $\alpha_M$ .

Exemple. Le courant provoquant la déviation maximale d'un milliampèremètre est  $1mA$ , le calibre est  $1mA$ .

L'utilisation d'un shunt  $S$  accroît le calibre du milliampèremètre (fig. 2b). Les figures 2a, 2b permettent d'établir les relations suivantes :

$$S(i_c - i_g) = g \cdot i_g \rightarrow S i_c = (g + S) i_g$$

On appelle **pouvoir multiplicateur**  $m$ ,

$$\text{le rapport : } m = \frac{i_c}{i_g} = \frac{g + S}{S}$$

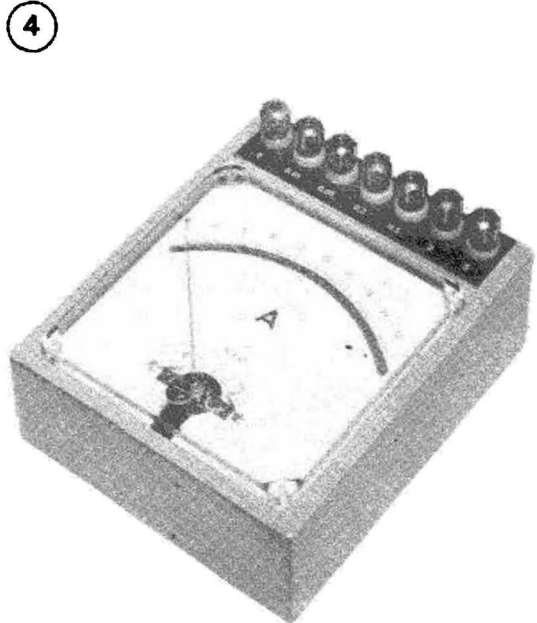
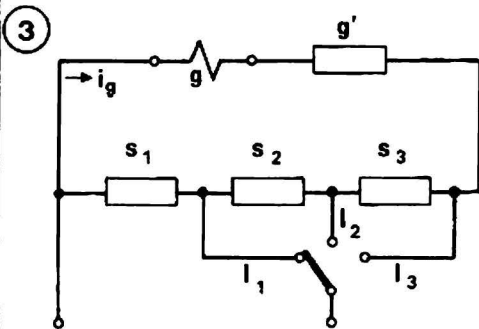
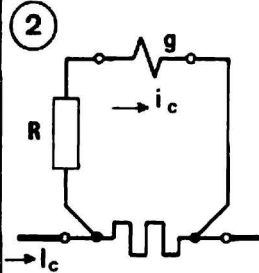
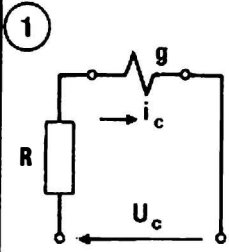
### Millivoltmètre.

Un milliampèremètre de calibre  $i_c$  est aussi un millivoltmètre de calibre  $u_c$ , en effet :  $u_c = g \cdot i_c$  (fig. 3).

Il faut souligner toutefois que si la résistance d'un milliampèremètre doit rester faible, la résistance d'un millivoltmètre doit être élevée. Un compromis est toujours réalisé et c'est par construction que l'appareil est spécialisé.

Pour accroître le calibre d'un millivoltmètre il suffit d'insérer en série avec le cadre une résistance  $R$ . La figure 4 permet d'établir les relations :

$$U_c = R i_c + u_c \rightarrow R = \frac{U_c - u_c}{i_c} \quad (2)$$



**Ampèremètre**

(S.I.C.)

**Ampèremètre.**

Un millivoltmètre associé à un shunt constitue un ampèremètre. La pratique industrielle utilise généralement la grandeur 0,1 V comme tension de référence. Pour modifier le calibre de l'ampèremètre il suffit de changer le shunt.

**Application.** Construire à partir d'un milliampèremètre ( $i_c = 1 \text{ mA}$ ,  $g = 40\Omega$ , un millivoltmètre de calibre  $U_c = 0,1 \text{ V}$ , puis définir le shunt extérieur conférant à ce dernier les caractéristiques d'un ampèremètre de calibre  $I_c = 100 \text{ A}$ .

- Caractéristiques du millivoltmètre : (fig. 1).

$$U_c = Ri_c + gi_c \rightarrow R = \frac{U_c - gi_c}{i_c}$$

$$R = \frac{0,1 - 40 \cdot 10^{-3}}{10^{-3}} = 60\Omega$$

- Caractéristiques de l'ampèremètre : (fig. 2).  $U_c = S(I_c - i_c)$

$i_c$  est négligeable devant  $I_c$  donc :

$$U_c = S \cdot I_c$$

$$S = \frac{U_c}{I_c} = \frac{0,1}{100} = 1\,000 \mu\Omega$$

**Shunt universel** (fig. 3). Utilisé dans les appareils polymesureurs, il est constitué d'une série de résistances calibrées  $s_1, s_2, s_3$ , et d'une résistance fixe  $g'$  en série avec le cadre.

Posons  $s = s_1 + s_2 + s_3$  et  $g + g' + s = r$  constante.

Calibre  $I_1$

$$m_1 = \frac{I_1}{i_g} = \frac{g + g' + s}{s_1} = \frac{r}{s_1}$$

Calibre  $I_2$

$$m_2 = \frac{I_2}{i_g} = \frac{g + g' + s}{s_1 + s_2} = \frac{r}{s_1 + s_2}$$

Calibre  $I_3$

$$m_3 = \frac{I_3}{i_g} = \frac{g + g' + s}{s_1 + s_2 + s_3} = \frac{r}{s}$$

Un commutateur permet d'obtenir des calibres variant du milliampère à quelques ampères. Les différentes résistances internes et chutes de tension correspondantes sont :

$$R_{A1} = \frac{s_1(s_2 + s_3 + g' + g)}{r} = \frac{s_2 + s_3 + g + g'}{m_1}$$

$$R_{A2} = \frac{(s_1 + s_2)(s_3 + g' + g)}{r} = \frac{s_3 + g + g'}{m_2}$$

$$R_{A3} = \frac{(s_1 + s_2 + s_3)(g + g')}{r} = \frac{g + g'}{m_3}$$

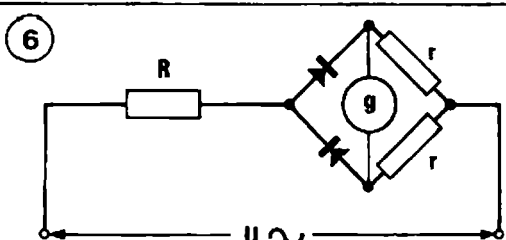
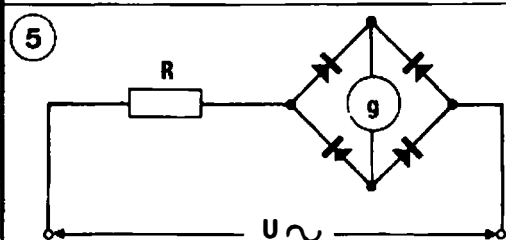
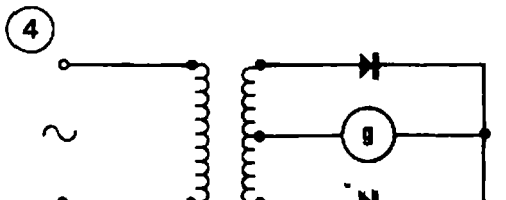
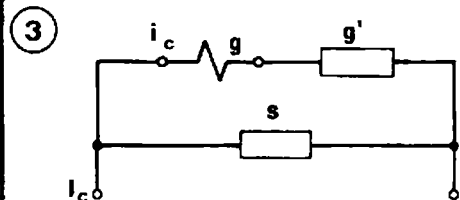
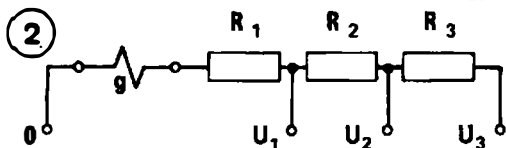
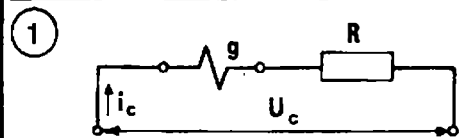
$$u_1 = R_{A1}I_1 = R_{A1}m_1i_g = (s_2 + s_3 + g' + g)i_g$$

$$u_2 = R_{A2}I_2 = R_{A2}m_2i_g = (s_3 + g' + g)i_g$$

$$u_3 = R_{A3}I_3 = R_{A3}m_3i_g = (g + g')i_g$$

Ces relations montrent que pour  $s$  petit devant  $g$  et  $g'$ , les chutes de tension restent sensiblement égales.

APPAREILS  
MAGNÉTOÉLECTRIQUES (3)



**Voltmètre.**

Un voltmètre est obtenu en plaçant (fig. 1) en série avec le cadre de résistance  $g$  une grande résistance  $R$  :

$$R = \frac{U_c}{i_c} - g \text{ et } U_c = (R + g) i_c$$

La figure (2) représente un voltmètre à plusieurs calibres  $U_1$ ,  $U_2$  et  $U_3$ .

$$U_1 = (R_1 + g) i_c$$

$$U_2 = (R_1 + R_2 + g) i_c$$

$$U_3 = (R_1 + R_2 + R_3 + g) i_c$$

*Remarque.* Lorsque le cadre  $g$  n'est pas bobiné sur un support métallique, il faut prévoir un montage permettant l'amortissement optimum de l'appareil (fig. 3).

Les résistances  $g'$  et  $s$  sont déterminées à partir des relations suivantes :

$$R_{\text{optimum}} = g + g' + s$$

$$m = \frac{i_c}{i_c} = \frac{g + g' + s}{s} = \frac{R_0}{s}$$

d'où  $s = \frac{R_0}{m}$  et  $g' = R_0 - g - s$ .

**Emploi en courant alternatif.**

Le cadre parcouru par un courant périodique  $i(t)$  de période  $T$ , est soumis à un couple moteur de valeur instantanée :

$$C_M(t) = \Phi_0 i(t)$$

La valeur moyenne de ce couple pour

un intervalle de temps égal à la période  $T$  est égale à :

$$C_M = \frac{1}{T} \int_0^T C_M(t) dt = \frac{1}{T} \Phi_0 \int_0^T i(t) dt = \Phi_0 I_{\text{moyen}}$$

Si  $T$  très petite devant la période propre  $T_0$  de l'équipage mobile, lorsque le couple moteur moyen est égal au couple de rappel, l'appareil indique une déviation permanente :  $\alpha = K I_{\text{moyen}}$ .

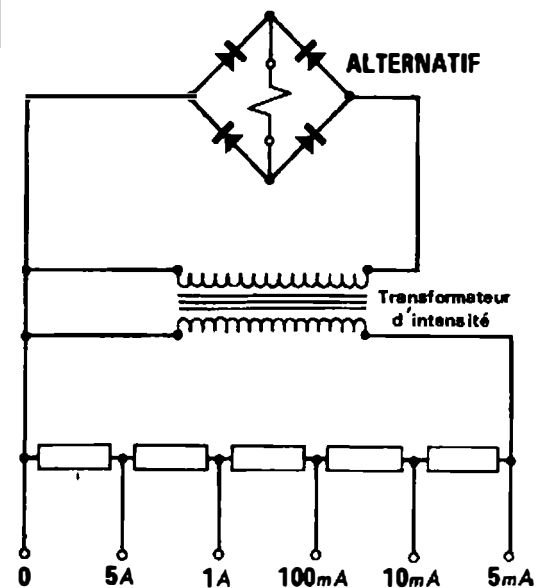
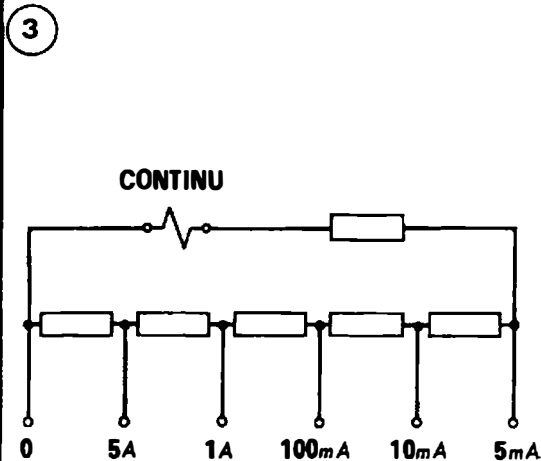
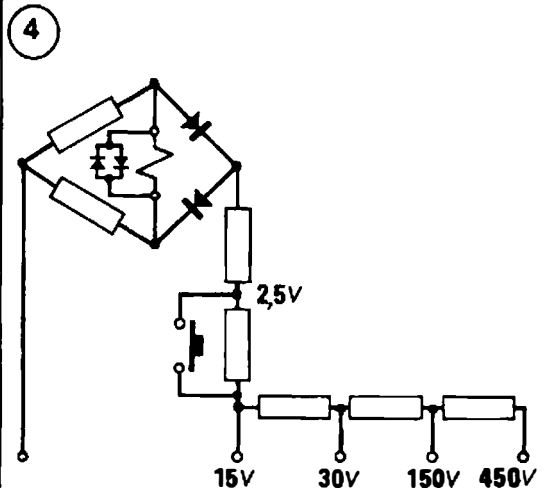
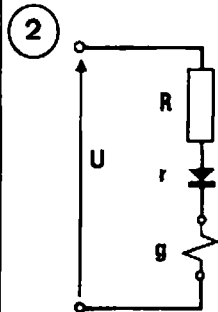
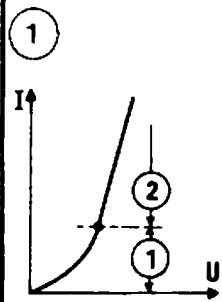
Si le courant  $i(t)$  est sinusoïdal :  $i(t) = I \sqrt{2} \sin \omega t$ , sa valeur moyenne au cours d'une période est nulle et l'appareil indique zéro. Il y a risque de détérioration par effet *joule* à cause du courant efficace non nul.

Pour être utilisable en alternatif l'appareil est muni d'éléments redresseurs à semi-conducteurs.

Transformateur à prise médiane (fig. 4). Ce montage permet la mesure de faibles tensions par le choix du rapport de transformation.

Montage en pont à quatre ou deux redresseurs (fig. 5).

Dans le montage de la fig. 6, deux cellules redresseuses sont remplacées par des résistances  $r$  élevées, ce qui permet d'obtenir des appareils peu sensibles aux variations de température.



Echelles de l'appareil. Du fait des caractéristiques courant tension des cellules redresseuses, le constructeur est parfois amené à définir deux échelles distinctes : l'une pour les faibles calibres, l'autre pour les calibres élevés. La fig. 1 donne la caractéristique  $I = f(U)$  d'un élément redresseur à oxyde de cuivre.

(1) Zone à variation parabolique; (2) Zone à variation linéaire.

Pour les faibles tensions la fig. 2 montre que la variation de la résistance  $r$  du redresseur (zone à variation parabolique) n'est pas négligeable devant  $(R + g)$  : par contre pour des tensions élevées  $R$  étant très grand, la résistance  $r$  n'intervient plus.

L'étalonnage se fait par comparaison en régime sinusoïdal pur et les échelles sont graduées en valeurs efficaces.

Exemples de réalisation d'appareils magnéto-électriques (fig. 3, 4).

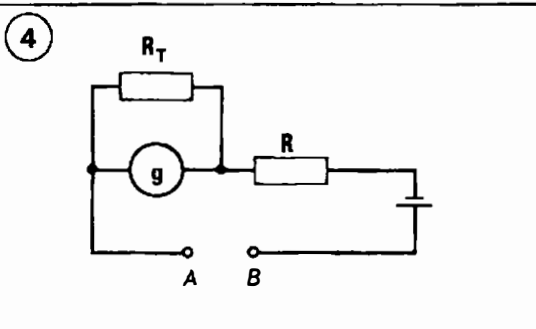
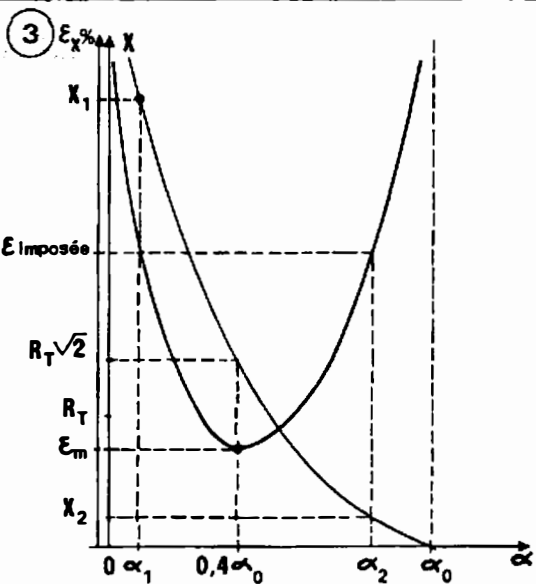
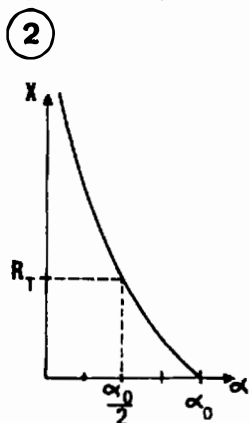
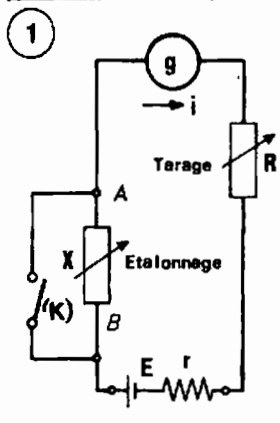
**Conclusions.**

Un polymesureur magnéto-électrique comporte généralement trois échelles :

- Sans redresseur; une échelle noire parfaitement linéaire, graduée en valeurs moyennes pour le courant continu.
- Avec redresseur; deux échelles rouges linéaires ou non, graduées en valeurs efficaces pour le courant alternatif. Quelle que soit l'échelle rouge utilisée, le signal sinusoïdal doit être pur, dans le cas contraire l'erreur de mesure est fonction du taux d'harmoniques.

Les appareils à cadre mobile ont une consommation généralement très faible mais la capacité interne des cellules redresseuses, limite leur réponse en fréquence à 10 kHz.

**OHMMÈTRE**



**OHMMÈTRE À UN CADRE**

Un microampèremètre ou milliampèremètre à cadre mobile peut être utilisé pour mesurer des résistances.

**Étalonnage** (fig. 1).

• Lorsque l'interrupteur K est fermé, la déviation maximale  $\alpha_0$  est réglée et obtenue par R. Il vient :

$$i_0 = \frac{E}{r + g + R} = \frac{E}{R_T} = K \cdot \alpha_0 \quad (1)$$

avec  $R_T = r + g + R$   
 et K : Constante de l'appareil en A/div  
 • Lorsque l'interrupteur (K) est ouvert, le courant devient :

$$i = \frac{E}{R_T + X} = K \cdot \alpha \quad (2)$$

Des relations (1) et (2) on déduit :

$$X = R_T \frac{(\alpha_0 - \alpha)}{\alpha}$$

• Si X est variable on peut définir une nouvelle échelle de lecture en ohms :  $X = f(\alpha)$ .

• L'appareil étant étalonné, il suffit de remplacer entre les bornes AB, la résistance d'étalonnage par la résistance à mesurer et lire sa valeur.

Loi de variation  $x = f(\alpha)$  (fig. 2).

**Incertitude de la mesure** (voir M<sub>A</sub>20).

$$\frac{\Delta X}{X} = \frac{\Delta R}{R} + \frac{\Delta \alpha_0}{\alpha_0} \left[ \frac{\alpha_0}{\alpha_0 - \alpha} + \frac{\alpha_0^2}{\alpha(\alpha_0 - \alpha)} \right]$$

En négligeant l'erreur de construction de la résistance R, l'incertitude résulte seulement de la classe de précision de l'appareil.

$$\varepsilon = \frac{\Delta X}{X} = \frac{\Delta \alpha_0}{\alpha_0} \left[ \frac{\alpha_0}{\alpha} + \frac{\alpha_0 + \alpha}{\alpha_0 - \alpha} \right]$$

$\frac{\Delta \alpha_0}{\alpha_0}$  représente la classe de précision de l'appareil, si celle-ci est 1 :

$$\varepsilon \% = 1 \cdot \left[ \frac{\alpha_0}{\alpha} + \frac{\alpha_0 + \alpha}{\alpha_0 - \alpha} \right] = \varphi(\alpha)$$

On peut tracer X et  $\varepsilon$  en fonction de  $\alpha$  sur un même graphe et pour une précision  $\varepsilon$  imposée définir la plage de lecture (fig. 3).

*Exemple.* Si la précision imposée définit les déviations  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  la lecture de X se limitera entre ces deux valeurs.

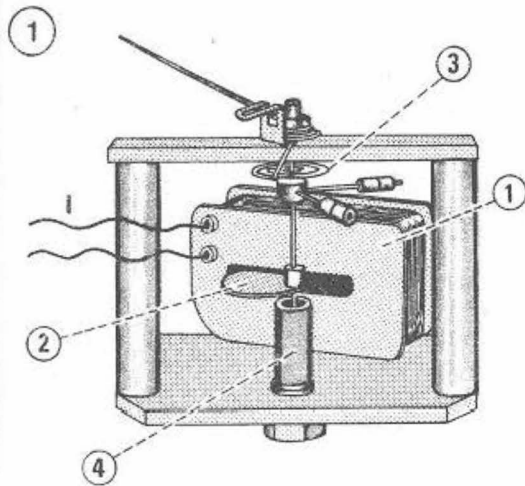
**Tarage de l'ohmmètre.**

Il permet de corriger le vieillissement de la pile.

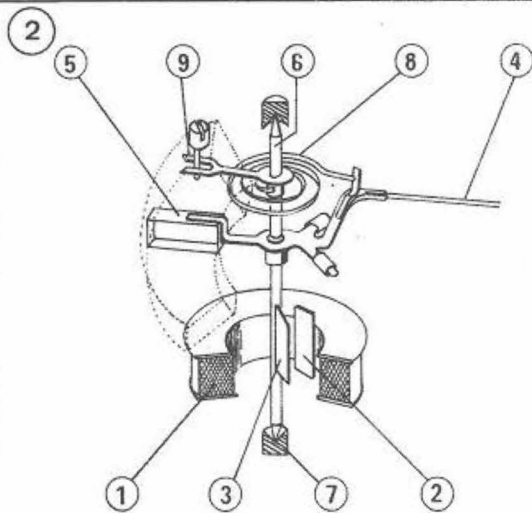
• **Shunt magnétique.** On ajuste la constante K de l'appareil en modifiant le flux utile de l'aimant permanent.

• **Shunt électrique** fig. 4. On ajuste le pouvoir multiplicateur de l'appareil en réglant  $R_T$ .

Le tarage doit être vérifié avant toute mesure. Pour cela on court-circuite les bornes A et B et on ajuste le bouton de tarage pour amener l'aiguille en position  $\alpha_0$  : on peut alors effectuer la mesure en connectant A et B aux bornes de la résistance inconnue.



Appareil ferromagnétique



Ces appareils sont basés sur les forces électromagnétiques qu'un champ d'induction magnétique exerce sur une ou plusieurs pièces magnétiques.

**Appareils à attraction** (fig. 1).

Une bobine fixe (1) parcourue par le courant  $I$  attire une pièce de fer doux (2) qui, supportant l'aiguille indicatrice et les masselottes d'équilibrage, constitue l'équipage mobile.

Un ressort spiral (3) détermine le couple antagoniste.

L'amortissement (4) se fait souvent par viscosité et le pivotage sur crapaudines.

La bobine parcourue par le courant  $I$  crée un champ d'induction  $B$ , le noyau de fer doux est attiré. Son déplacement

entraîne un mouvement de rotation de l'aiguille. Pour une rotation  $d\theta$  de celle-ci, l'inductance propre  $L$  de l'ensemble bobine-noyau, varie de  $dL$  et le travail du couple moteur  $C_M$  est égal à :

$$C_M d\theta = d \left[ \frac{1}{2} L I^2 \right] = \frac{1}{2} I^2 dL$$

$$\text{d'où } C_M = \frac{1}{2} I^2 \left( \frac{dL}{d\theta} \right) = I^2 \varphi(\theta)$$

A ce couple moteur s'oppose le couple de rappel de ressorts spiraux, et l'angle correspondant à l'équilibre se déduit des relations :

$$\frac{1}{2} I^2 \frac{dL}{d\theta} = C_H \quad \text{ou} \quad \left( \frac{1}{2C} \frac{dL}{d\theta} \right) I^2$$

Si  $\left( \frac{dL}{d\theta} \right)$  constante,  $\theta = kI^2$ , la déviation  $\alpha$  est donc de la forme :

$\alpha = KI^2$ , l'échelle est quadratique.

Cette technologie a tendance actuellement à être abandonnée au profit des appareils à répulsion.

**Appareils à répulsion** (fig. 2).

La bobine fixe (1) parcourue par le courant à mesurer attire deux pièces de fer doux, l'une fixe (2), l'autre mobile (3). Les aimantations étant de même sens, ces deux pièces se repoussent, assurant le déplacement de l'aiguille indicatrice (4) et du volet amortisseur (5).

La répulsion a lieu quel que soit le sens du courant, sa force est fonction du carré de l'intensité  $I$ , par suite la déviation  $\alpha$  est égale à :

$$\alpha = f(I^2)$$

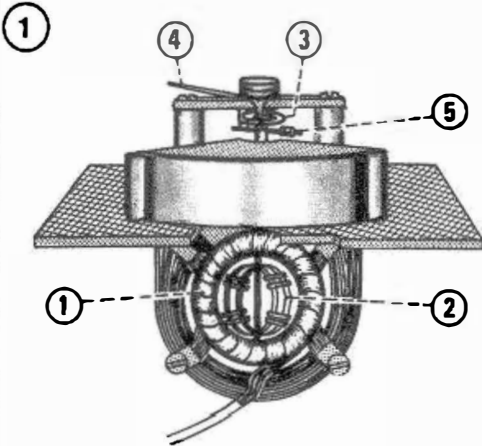
Les appareils ferromagnétiques ont une déviation fonction du carré de l'intensité. Ils fonctionnent donc indifféremment en continu et en alternatif et donnent la valeur efficace d'un signal sinusoïdal. Leur domaine d'utilisation, limité en fréquence, ne permet de définir qu'une valeur efficace approchée d'un signal riche en harmoniques.

Très robustes, ils sont réalisés même en classe 0,5 et 0,2.

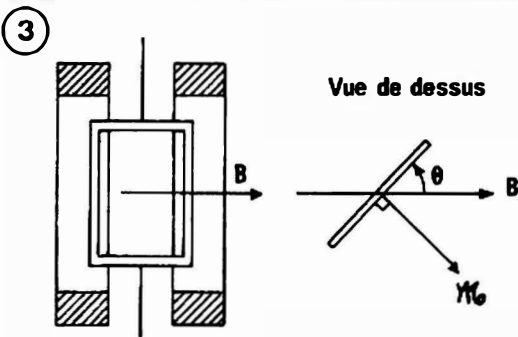
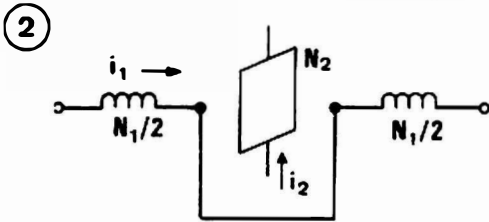
En ampèremètres, le changement de calibre se fait par la mise en série ou en parallèle de deux demi-bobines.

En voltmètres, leur consommation est assez élevée car leur résistance interne est relativement faible (quelques milliers d'ohms). Le changement de calibres s'obtient par résistances additionnelles.





Appareil électrodynamique



Ces appareils, sans fer, sont basés sur les actions électrodynamiques mutuelles qui s'exercent entre deux circuits parcourus par des courants (fig. 1).

Un circuit inducteur fixe (1) formé de deux enroulements connectés en série ou en parallèle, crée un champ d'induction B dans lequel peut se mouvoir un cadre mobile (2) réalisé en fil fin (faible inertie) et muni d'un dispositif de rappel à ressorts spiraux (3).

Le cadre mobile supporte l'aiguille indicatrice (4) et les masselottes d'équilibrage (5).

**Expression du couple moteur** (fig. 2, 3).  
 Le champ d'induction B normal aux

plans des deux bobines fixes est proportionnel à  $i_1$ .  $B = K_1 N_1 i_1$

$\mathcal{M} = N_2 S_2 i_2$ , étant le moment magnétique du cadre, le couple moteur  $C_M$  a pour expression :  $C_M = \mathcal{M} \cdot B \cdot \cos \theta$

$$C_M = (K_1 N_1 N_2 S_2 \cos \theta) i_1 i_2$$

Pour  $i_1$  et  $i_2$  constants,  $C_M$  varie avec la position angulaire  $\theta$  et est maximum pour  $\theta = 0$ , c'est à dire lorsque B est dans le plan du cadre.

Les deux circuits sont couplés par induction mutuelle, le flux créé par les inducteurs fixes et embrassé par le cadre a pour valeur :

$$\Phi = N_2 B S_2 \sin \theta = (K_1 N_1 N_2 S_2 \sin \theta) i_1 = (M_0 \sin \theta) i_1 = M i_1$$

$M_0$ , M : coefficients d'induction mutuelle pour  $\theta = \pi/2$  et  $\theta$  quelconque. L'expression de  $C_M$  devient alors :

$$C_M = (M_0 \cos \theta) i_1 i_2$$

En remarquant que  $M_0 \cos \theta$  est la dérivée de  $M_0 \sin \theta$  :

$$C_M = i_1 i_2 \frac{dM}{d\theta}$$

Lorsque le couple moteur  $C_M$  est équilibré par le couple de rappel  $C_R = C\theta$ , le cadre accuse une rotation  $\theta$  égale à :

$$\theta = \frac{1}{C} \frac{dM}{d\theta} i_1 i_2$$

Si par construction, le terme  $\left(\frac{dM}{d\theta}\right)$  est rendu sensiblement constant dans la zone angulaire décrite par le cadre, la déviation  $\alpha$  de l'aiguille est proportionnelle au produit des courants :

$$\alpha = K i_1 i_2$$

**Emploi en courant alternatif.**

L'équipage mobile ayant une période propre très supérieure à celle des courants  $i_1$  et  $i_2$ , est soumis à un couple moteur moyen de valeur :

$$C_{M \text{ moyen}} = \frac{dM}{d\theta} \cdot \frac{1}{T} \int_0^T i_1 i_2 dt$$

d'où une déviation permanente :

$$\alpha = K \frac{1}{T} \int_0^T i_1 i_2 dt$$

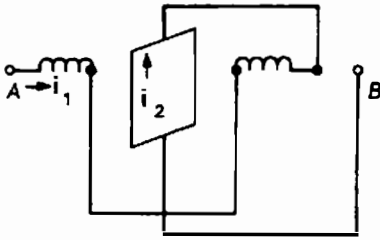
Pour  $i_1 = I_1 \sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi_1)$

et  $i_2 = I_2 \sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi_2)$  :

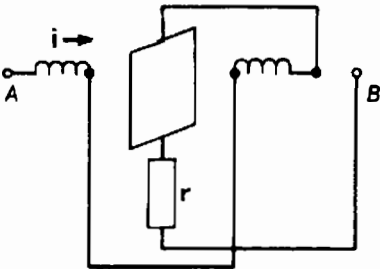
$$\alpha = K I_1 I_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)$$

Si  $(\varphi_1 - \varphi_2) = 0$ , la déviation est proportionnelle aux produits des valeurs efficaces  $I_1 \cdot I_2$ .

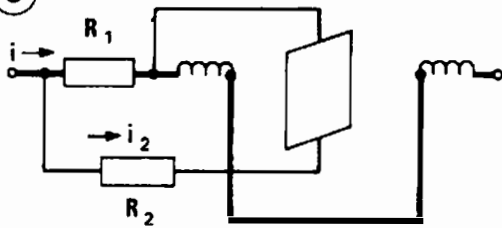
①



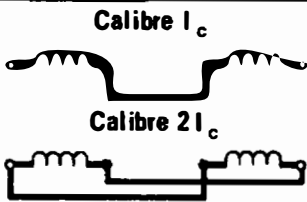
②



③



④



**Milliampèremètre** (fig. 1).

Les deux circuits sont connectés en série :  $i_1 = i_2 = i$  et  $\alpha = ki^2$

La déviation est proportionnelle au carré de l'intensité du courant. L'échelle quadratique étalonnée en continu, demeure valable en alternatif.

**Voltmètre** (fig. 2).

Un voltmètre est obtenu en disposant une résistance additionnelle  $r$  en série avec le milliampèremètre.

• Si  $R_V$  est la résistance totale du circuit :

$$\alpha = ki^2 = k \frac{u^2}{R_V^2} = k'u^2$$

Pour conserver les mêmes échelles en continu et en alternatif, l'inductance  $L\omega$  des bobines doit rester négligeable devant  $R_V$  dans le domaine nominal des fréquences d'utilisation.

**Ampèremètre** (fig. 3).

Le cadre est connecté en dérivation sur un shunt  $R_1$  à travers une résistance  $R_2$ . Les bobines fixes comportent quelques spires de gros fil, et  $i_2$  demeure faible devant  $i$ . L'échelle est quadratique et le changement de calibre s'opère par la mise en parallèle des enroulements fixes (fig. 4). En alternatif, le courant  $i_2$  doit rester en phase avec  $i$  pour que l'appareil mesure la valeur efficace quelle que soit la fréquence, cette condition est remplie par les résistances  $R_1$  et  $R_2$ .

**Wattmètre électrodynamique** (fig. 1, M<sub>A</sub>47).

L'inducteur fixe en gros fil constitue le circuit intensité du wattmètre. Sa résistance est repérée  $r_A$ .

Le cadre en fil fin est le circuit tension du wattmètre. Sa résistance est repérée  $R_V$ .

Deux montages sont possibles :

**Montage aval** (fig. 2, M<sub>A</sub> 47)

$$i_1 = i_2 + I, \quad i_2 = \frac{U}{R_V} \quad \text{donc} \quad i_1 = \frac{U}{R_V} + I$$

$$\alpha = kl_1 i_2 = k \left( \frac{U}{R_V} + I \right) \frac{U}{R_V}$$

$$= \frac{k}{R_V} \left( UI + \frac{U^2}{R_V} \right)$$

L'appareil indique la puissance absorbée par le récepteur  $UI$  augmentée de la puissance consommée par son circuit tension.

**Montage amont** (fig. 3, M<sub>A</sub>47)

$$i_1 = I, \quad i_2 = \frac{r_A}{R_V} I + \frac{U}{R_V}$$

$$\alpha = kl_1 i_2 = kI \left( \frac{r_A}{R_V} I + \frac{U}{R_V} \right)$$

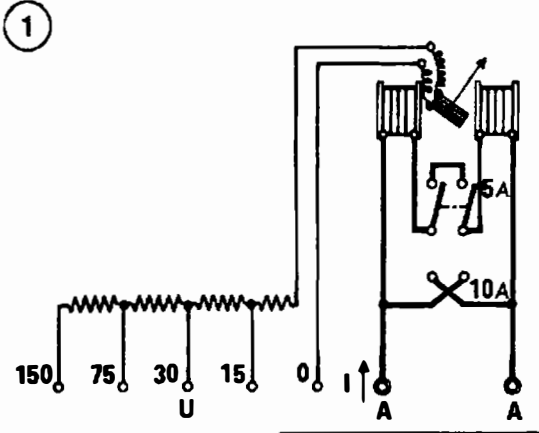
$$\alpha = \frac{k}{R_V} (UI + r_A I^2)$$

Dans ce montage, c'est la puissance consommée par le circuit intensité qui est mesurée en excès.

**Echelle de l'appareil.** Les relations qui viennent d'être établies indiquent que la déviation  $\alpha$  est proportionnelle à la puissance absorbée par le circuit.

En réalité, l'échelle n'est pas parfaitement linéaire puisque le couple moteur dépend de la position angulaire  $\theta$ .

# APPARELS DE MESURE WATTMÈTRE ÉLECTRODYNAMIQUE



**Emploi en alternatif**

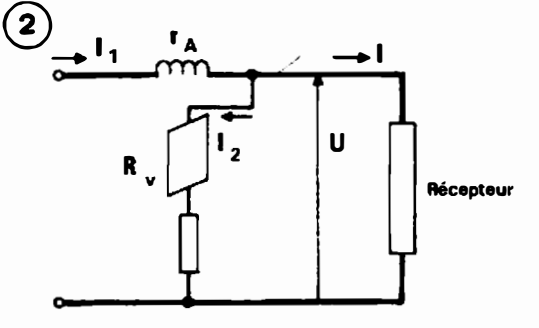
L'appareil étalonné en courant continu, mesure en alternatif la puissance active  $P = UI \cos \varphi$ , soient :  
 $u = U\sqrt{2} \cos \omega t$  et  $i = I\sqrt{2} \cos (\omega t + \varphi)$   
 les valeurs instantanées d'excitation.

La déviation moyenne est :

$$\alpha = \frac{1}{T} \int_0^T k i_1 i_2 dt \text{ avec } i_1 = i \text{ et } i_2 = \frac{u}{R_v}$$

$$\alpha = \frac{1}{T} \int_0^T k \frac{2 UI}{R_v} \cos \omega t \cos (\omega t + \varphi) dt$$

$$= \frac{k}{R_v} UI \cos \varphi$$

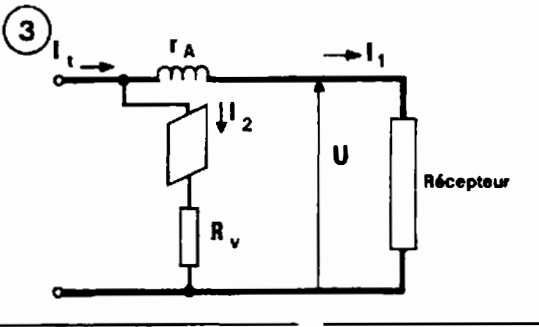


**Influence de l'inductance L du cadre.**

Le courant dans le circuit tension est déphasé d'un angle  $\psi$  par rapport à la d.d.p appliquée à ses bornes (fig. 4).

$$\text{tg } \psi = \frac{L\omega}{R_v}, \quad Z_v = \sqrt{L^2\omega^2 + R_v^2}$$

L et  $R_v$  sont respectivement l'inductance et la résistance du circuit fil fin.



$$i_1 = i = I\sqrt{2} \cos (\omega t + \varphi)$$

$$i_2 = \frac{u}{Z_v} = \frac{U\sqrt{2}}{Z_v} \cos (\omega t - \psi) \text{ avec } Z_v = \frac{R_v}{\cos \psi}$$

$$\alpha = \frac{K}{T} \int_0^T k \frac{2 UI}{Z_v} \cos (\omega t + \varphi) \cos (\omega t - \psi) dt$$

$$= \frac{k UI}{R_v} \cos \psi \cdot \cos (\varphi + \psi)$$

La puissance mesurée est  $P' = UI \cos \psi \cos (\varphi + \psi)$

or la puissance exacte est  $P = UI \cos \varphi$

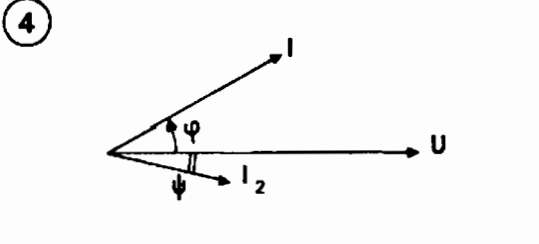
$$P' = UI \cos \psi (\cos \varphi \cos \psi - \sin \varphi \sin \psi)$$

$$= UI \cos \varphi \cos^2 \psi (1 - \text{tg } \varphi \text{ tg } \psi)$$

L'erreur systématique est  $\epsilon = \frac{P' - P}{P}$

$$\epsilon = \frac{1 - \text{tg } \psi \text{ tg } \varphi}{1 + \text{tg}^2 \psi} - 1 = \frac{\text{tg } \varphi \text{ tg } \psi + \text{tg}^2 \psi}{1 + \text{tg}^2 \psi}$$

$\psi$  étant généralement faible,  $\text{tg}^2 \psi$  est négligeable :  $\epsilon \approx - \text{tg } \varphi \text{ tg } \psi$ .



**Calibres de l'appareil**

La conservation d'un wattmètre impose, lors de son branchement, le respect de deux calibres :  $I_c$  et  $U_c$  correspondant au calibre puissance en watts.

**Constante K en W/division**

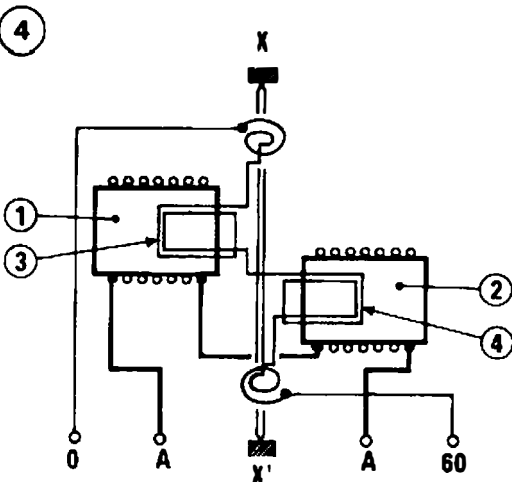
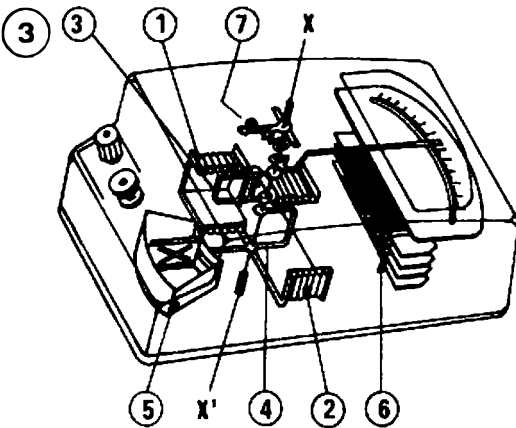
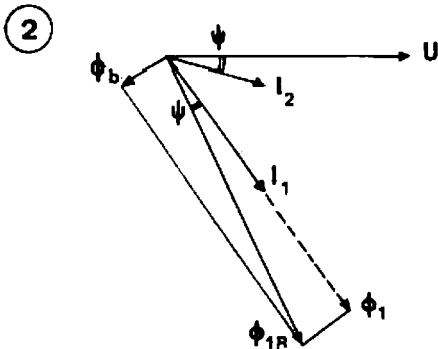
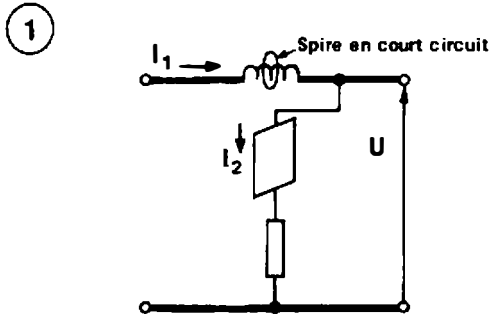
$$K = \frac{P_e}{\alpha_{\text{Max}}} = \frac{U_c I_c}{\alpha_{\text{Max}}}$$

Pour $\varphi = 0$	$\epsilon = 0$	$P' = P$
$\varphi_{\text{arrière}} < 0$	$\epsilon > 0$	$P' > P$
$\varphi_{\text{avant}} > 0$	$\epsilon < 0$	$P' < P$

L'erreur devient très importante lorsque  $\varphi$  tend vers  $+\pi/2$  ou  $-\pi/2$  ce qui correspond à une lecture en début d'échelle.

# APPAREILS DE MESURE WATTMÈTRE ASTATIQUE

M<sub>A</sub> 48



Les constructeurs s'efforcent de rendre le déphasage interne  $\psi$  aussi faible que possible en diminuant la réactance  $L\omega$ . Cette condition est remplie avec des cadres à faible nombre de spires et connectés en série avec des résistances additionnelles élevées et dépourvues d'inductance. Généralement, l'erreur  $\epsilon$  demeure négligeable tant que  $\cos \varphi > 0,5$ . Il existe des dispositifs de compensation, par exemple le dispositif de *Frager* (fig. 1) qui consiste à coupler une spire en court-circuit au circuit intensité afin de déphaser le flux intensité d'un angle égal à  $\psi$  (fig. 2).

La spire est le siège d'une f.e.m. d'induction déphasé de  $\pi/2$  en arrière de  $\Phi_1$  et crée un flux  $\Phi_2$  qui se compose avec  $\Phi_1$  pour donner le flux résultant  $\Phi_{1R}$ .

### Influences parasites.

— La fréquence modifie les impédances des enroulements :

— Si la puissance n'est pas sinusoïdale, la mesure est entachée d'une erreur fonction du taux d'harmoniques.

— Les champs magnétiques externes : champs parasites et terrestre.

On peut annuler l'influence des champs extérieurs en effectuant deux mesures et en faisant leur moyenne :

Entre les deux mesures l'appareil est pivoté de  $180^\circ$ .

Des wattmètres dits astatiques (fig. 3-4) annulent par construction les influences des champs parasites.

Le bobinage inducteur fixe est formé de deux enroulements (1) et (2) légèrement décalés en hauteur.

Deux cadres (3) et (4), bobinés en sens inverse, constituent la partie motrice de l'équipage mobile.

Cette disposition **astatique** insensibilise rigoureusement l'appareil aux influences extérieures.

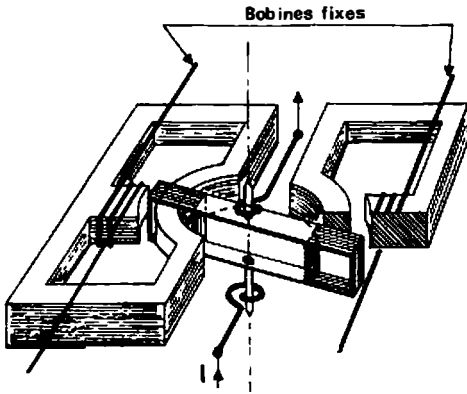
(5) Amortissement à air ; (6) Résistances additionnelles en série avec les cadres mobiles ; (7) Réglage du zéro.

### Remarques.

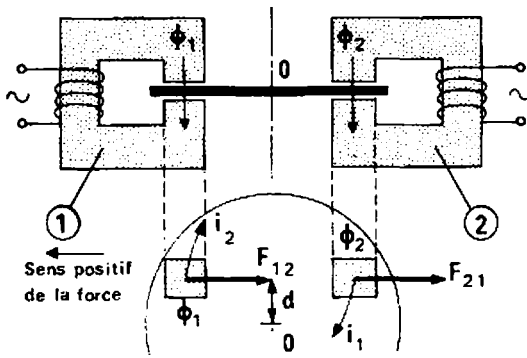
• Sur un wattmètre, les bornes I sont plus grosses que les bornes U.

Dans la mesure d'une puissance à l'aide d'un wattmètre, toujours prévoir un ampèremètre et un voltmètre dans le montage, afin de contrôler que le courant et la tension ne dépassent les calibres du wattmètre.

①



②



**APPAREILS FERRODYNAMIQUES**

Ces appareils (fig. 1) fonctionnent suivant le même principe que les électrodynamiques, mais les flux sont canalisés par des circuits magnétiques feuilletés pour diminuer les courants de Foucault. Les couples moteurs sont plus importants, les appareils plus robustes mais moins fidèles que les électrodynamiques.

**APPAREILS À INDUCTION**

Ces appareils fonctionnent suivant le même principe que les moteurs à induction et par conséquent ne sont utilisables qu'en courant variable.

Le couple moteur est dû aux actions d'un ou plusieurs champs magnétiques inducteurs sur les courants de Foucault qu'ils induisent dans un disque ou un cylindre conducteur mobile.

Les champs magnétiques inducteurs sont produits par des électro-aimants

fixes dont les enroulements sont parcourus par des courants alternatifs. Aussi l'équipage mobile est soumis à des flux magnétiques de direction fixe mais d'amplitudes variables avec le temps.

**Expression du couple moteur.**

Soit (fig. 2) un disque conducteur traversé par deux flux  $\Phi_1$  et  $\Phi_2$  produits par deux électro-aimants (1 et 2), qui ne sont pas disposés sur un même diamètre.

Soient  $\Phi_1 = \Phi_{1M} \sin \omega t$   
 et  $\Phi_2 = \Phi_{2M} \sin (\omega t - \varphi)$   
 les valeurs instantanées des flux agissants. Ces flux induisent respectivement dans le disque les courants  $i_1$  et  $i_2$  que l'on peut supposer circulaires dans un but de simplification.

Si  $\rho$  est la résistivité du disque, les expressions des courants sont :

$$i_1 = -\frac{K}{\rho} \cdot \frac{d\Phi_1}{dt} = -\frac{K}{\rho} \omega \Phi_{1M} \cos \omega t.$$

$$i_2 = -\frac{K}{\rho} \omega \Phi_{2M} \cos (\omega t - \varphi)$$

Les lignes de courant sont centrées sur l'axe du pôle qui les induit. Si l'on considère la force instantanée  $f_{21}$  découlant de l'action du flux émis par le pôle 2 sur les courants induits par le pôle 1 :

$$f_{21} = k_1 \Phi_2 i_1 = -k_1 \Phi_{2M} \Phi_{1M} \omega \frac{k}{\rho} \sin (\omega t - \varphi) \cos \omega t.$$

La valeur moyenne de  $f_{21}$  est :

$$F_{21} = +\frac{k_1}{2\rho} \Phi_{2M} \Phi_{1M} \omega k \sin \varphi$$

La direction et le sens de cette force sont définis par la règle des trois doigts après avoir fixé le sens de  $i_1$  et  $\Phi_2$ .

Un calcul analogue donne la valeur de la force  $F_{12}$  :

$$F_{12} = -\frac{k_2}{2\rho} \Phi_{1M} \Phi_{2M} \omega k \sin \varphi.$$

La règle des trois doigts définit le sens positif de cette force : de droite à gauche sur la figure.

$F_{12}$ , étant affectée du signe moins, est donc dirigée de gauche à droite, et ajoute son action à celle de  $F_{21}$  pour donner une force résultante :

$$F = F_{12} + F_{21}$$

et puisque  $|F_{12}| = |F_{21}|$  il vient

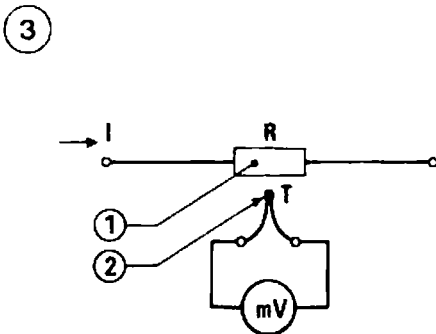
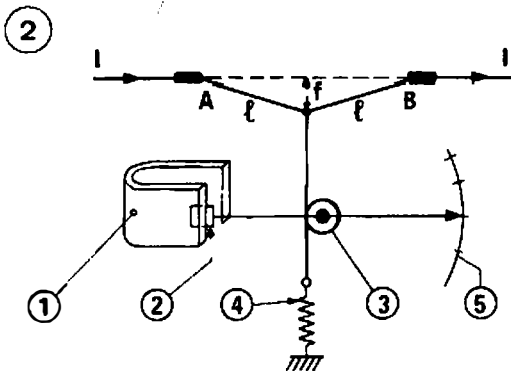
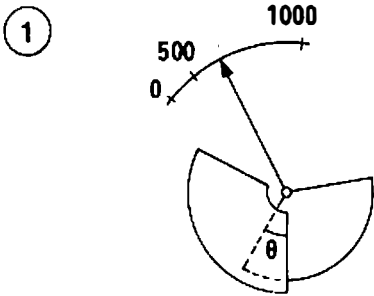
$$F = \frac{k_2 \Phi_{1M} \Phi_{2M} \omega k}{\rho} \sin \varphi$$

En appelant  $d$  la distance du centre  $O$  de disque à la direction de  $F$ , le moment du couple moteur appliqué au disque est alors :

$$C_M = F.d = k \Phi_{1M} \Phi_{2M} \sin \varphi$$

Remarque. Cette expression du couple n'est qu'approximative mais elle reste suffisante pour expliquer le fonctionnement de ces appareils.

Utilisés surtout pour le comptage des énergies actives et réactives et comme relais de protections, les appareils à induction possèdent un fort couple moteur et sont très robustes.



**APPAREILS ÉLECTROSTATIQUES**  
(fig. 1).

Les voltmètres électrostatiques dérivent de l'électromètre à quadrants. L'armature mobile porte une aiguille indicatrice, et l'amortissement peut être réalisé soit par un frein à air soit par un disque conducteur se déplaçant entre les pôles d'un aimant permanent.

Le moment du couple moteur pour une tension U appliquée entre les armatures fixe et mobile est :

$$C_M = \frac{1}{2} U^2 \frac{dC}{d\theta}$$

A l'équilibre, si a, représente la constante de torsion des spiraux de rappel :  $C_M = C_R = a.\theta$ .

$$\theta = \frac{1}{2a} U^2 \frac{dC}{d\theta}$$

Par construction,  $\frac{dC}{d\theta}$  est constante, donc la déviation de l'appareil est proportionnelle au carré de la tension appliquée :  $\alpha = KU^2$

En alternatif, l'appareil mesure la valeur efficace de la tension quelle que soit sa forme. Il est en effet pratiquement insensible à la fréquence.

S'il est peu sensible, par contre sa consommation est nulle (lorsque C est chargé, la résistance interne est infinie).

**APPAREILS THERMIQUES**

Ces appareils basés sur l'effet thermique du courant se divisent en deux catégories :

— Les appareils à action directe dans lesquels on utilise l'allongement d'un fil conducteur qui, traversé par le courant à mesurer s'échauffe et se dilate.

— Les appareils à action indirecte dans lesquels on mesure la force électromotrice d'un thermocouple chauffé par le courant à mesurer.

**Appareils à action directe** (fig. 2).

Le courant à mesurer I traverse un fil AB en bronze spécial qui se dilate, un ressort maintient le fil tendu et un système à poulie transforme la flèche f en une rotation  $\theta$ . Solidaire de la poulie, une aiguille se déplace devant un cadran.

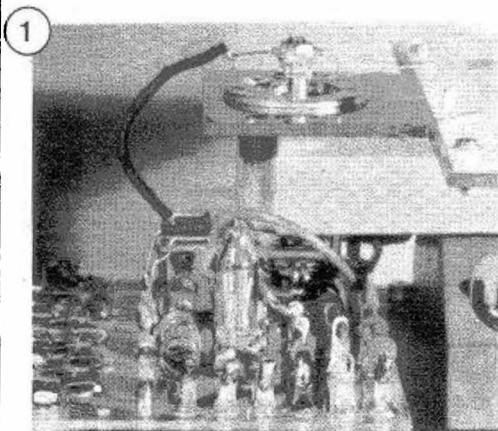
L'amortissement est assuré par une palette de cuivre se déplaçant entre les pôles d'un aimant permanent.

La puissance développée dans le fil de résistance R est  $RI^2$  : celui-ci s'échauffe et se dilate. A l'équilibre thermique l'apport de chaleur  $RI^2$  est égal à la chaleur dissipée par rayonnement et convection. Les forces mécaniques résultant de l'action du ressort sur le fil s'équilibrent, engendrant une déviation  $\alpha$  de l'aiguille.

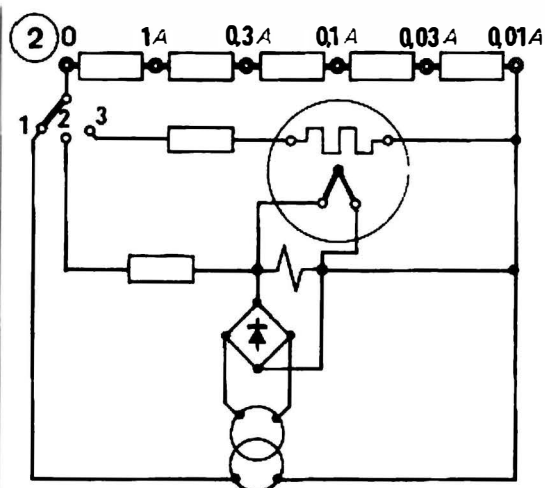
$$\alpha = KI^2 \text{ l'échelle est quadratique}$$

Pour que l'appareil ait une bonne sensibilité et une rapidité de réponse convenable, il faut que le fil AB ait une longueur aussi grande que possible et un diamètre faible, ce qui augmente la résistance interne.

(1) Aimant permanent; (2) Palette de cuivre; (3) Poulie; (4) Ressort; (5) Cadran.



Ampèremètre



**Emploi en alternatif.**

L'intensité efficace d'un courant périodique est définie à partir de l'effet thermique du courant :

$$RI^2_{\text{efficace}} = \frac{1}{T} \int_0^T Ri^2 dt$$

ou  $I^2_{\text{efficace}} = \frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt$

L'appareil thermique mesure donc rigoureusement l'intensité efficace quelle que soit la forme d'onde du courant.

$$\alpha = \frac{K}{T} \int_0^T i^2 dt = KI^2_{\text{efficace}}$$

L'échelle quadratique, étalonnée en courant continu est directement utilisable en courant alternatif.

**Conclusions.**

L'appareil thermique à action directe fonctionne indifféremment en continu et en alternatif.

Insensible aux champs magnétiques extérieurs il donne qu'elle que soit la forme de la grandeur mesurée sa valeur efficace.

Malheureusement sa consommation est élevée.

Son manque de fidélité et de sensibilité impose des étalonnages fréquents.

Ses indications sont influencées par la température ambiante et son temps de réponse est médiocre (30 s environ).

Toutes ces raisons limitent son emploi et lui font préférer les appareils à action indirecte.

**Appareils à action indirecte (fig. 3, M<sub>A</sub>50).**

Le courant à mesurer I traverse une résistance R, consommant une puissance Joule RI<sup>2</sup>. Cette puissance chauffe une

soudure thermo-électrique T dont la f.e.m. E est mesurée à l'aide d'un millivoltmètre à cadre mobile.

La force électromotrice E est proportionnelle à la quantité de chaleur reçue par seconde par la soudure, c'est-à-dire au carré de l'intensité.

On définit la sensibilité du thermocouple (soudure + élément chauffant) par le rapport :

$$s = \frac{E}{RI^2} \text{ en mV/mW.}$$

Le millivoltmètre a une échelle quadratique.

Pour les calibres élevés on utilise des thermocouples à chauffage direct. Le couple thermo-électrique est dans l'air et n'est pas isolé de l'élément chauffant.

Pour les faibles calibres, le thermocouple est placé avec l'élément chauffant dans une enceinte fermée, vide d'air.

L'ensemble millivoltmètre, sonde est étalonné en courant continu. Pour éviter l'effet Peltier on effectue la moyenne de deux mesures réalisées en inversant les polarités de l'appareil.

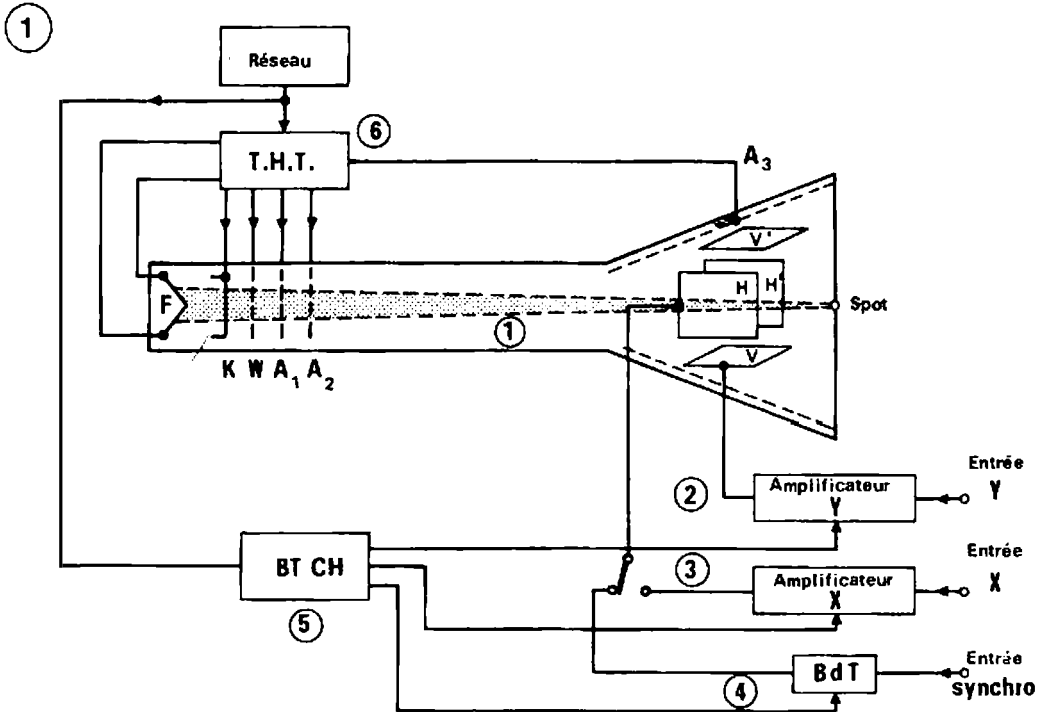
Comme l'appareil thermique à action directe, l'appareil à thermocouple mesure la valeur efficace de la grandeur qu'elle que soit sa forme.

Malgré son prix relativement élevé, sa sensibilité accrue le font préférer à l'appareil thermique classique.

Fig. 1. Ampèremètre à thermocouple. Vue intérieure.

Fig. 2. Schéma de principe.

0-1, 0-2 : mesure préalable en alternatif ou en continu (contrôle de I<sub>max</sub>).  
0-3: mesure définitive par thermocouple.



L'oscilloscope est à la fois un appareil d'observation et de mesure. A ce titre son utilisation par l'électricien devient indispensable.

**Constitution générale (fig. 1).**

1 Tube cathodique. Il est constitué par une ampoule à vide poussé comportant :

- La cathode K, chauffée par le filament F et émettant des électrons.
- Une grille W, appelée « Whenelt » commandant la densité de flux électronique.
- Une première anode A<sub>1</sub> destinée à concentrer le faisceau électronique.
- Une deuxième anode A<sub>2</sub> jouant le rôle d'accélérateur d'électrons.
- Les deux plaques H, H' de déviation horizontale.
- Les deux plaques V, V' de déviation verticale.
- L'écran fluorescent où l'énergie cinétique des électrons est transformée en énergie lumineuse en donnant un point lumineux appelé spot.
- Des blindages en mumétal disposés autour du tube permettent d'éviter les effets d'inductions parasites.

2. L'entrée Y vient à travers un amplificateur, exciter les plaques de déviation verticale.

3. L'entrée X vient à travers un amplificateur et un commutateur exciter les plaques de déviation horizontale.

4. La base de temps BdT, délivre un signal en dent de scie qui assure une déviation horizontale proportionnelle au

temps et appelée balayage : un système de synchronisation permet d'asservir la période de balayage à celle du phénomène observé.

5. Une alimentation en basse tension assure le chauffage et le fonctionnement des circuits amplificateurs et de la base de temps.

6. Une alimentation en très haute tension assure le fonctionnement du tube.

**Organes de réglage.**

Les organes de réglages, accessibles pour la plupart des oscilloscopes sur la face avant, sont constitués par des commutateurs et des potentiomètres.

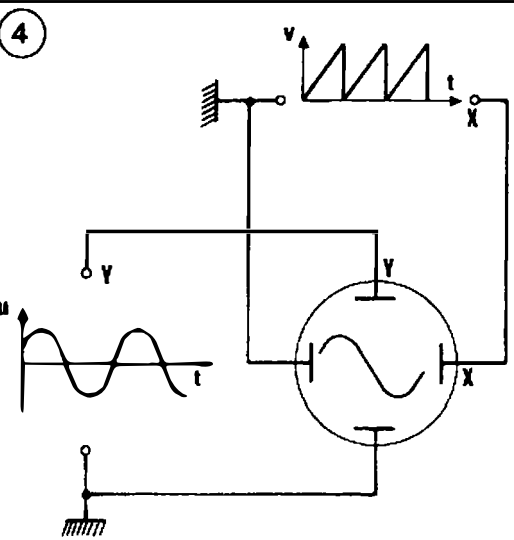
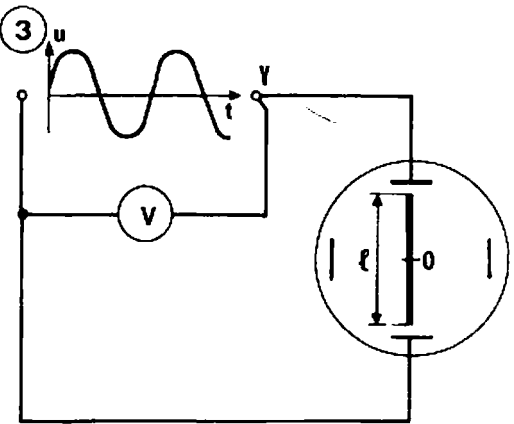
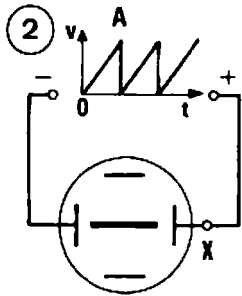
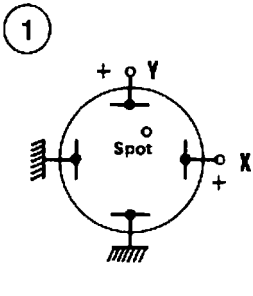
— **Luminosité du spot.** Un potentiomètre agit sur la tension du Whenelt.

— **Concentration du spot.** Un potentiomètre agit sur le potentiel de l'anode A<sub>1</sub>.

— **Cadrage horizontal et vertical du spot.** Deux potentiomètres agissant séparément sur le potentiel des plaques de déviations verticales et horizontales permettent d'obtenir une trace bien centrée.

— **Réglage du gain.** Ces réglages continus ou discontinus sont obtenus par des potentiomètres et commutateurs qui régissent les signaux d'entrée avant l'attaque des amplificateurs.





— **Vitesse de balayage.** Ces réglages utilisent l'action combinée de commutateurs et potentiomètres qui ajustent la période des signaux en dents de scie. La position du commutateur sur X ou lissajous permet d'isoler les plaques de déviation horizontale de la base de temps pour les raccorder à l'entrée X.

— **Balayage relaxé.** La tension en dents de scie est appliquée en permanence aux plaques H.

— **Balayage déclenché.** C'est le phénomène à observer qui déclenche le balayage.

**Principe de fonctionnement.**

Si les plaques horizontales et verticales de l'oscilloscope sont soumises à des potentiels variables, les champs électriques développés entre ces mêmes plaques modifient la trajectoire du faisceau électronique dont la charge est négative, il s'ensuit une modification de la position du spot sur l'écran.

Pour alléger les explications, les plaques de déviation horizontale seront appelées plaques X, les plaques de déviation verticale seront appelées plaques Y (fig. 1).

**1<sup>er</sup> Cas (fig. 2).**

Les plaques X sont soumises à une tension en dent de scie délivrée par la base de temps. Le champ électrique qui en résulte est horizontal, le déplacement du spot sur l'écran est dans le même sens. A tout instant la position de ce dernier est l'image de la tension appliquée v.

Si la variation v(t) est lente, l'opérateur voit le spot se déplacer de la gauche vers la droite.

Si la variation v(t) est rapide, l'opérateur voit sur l'écran une ligne qui est le lieu géométrique de toutes les positions possible du spot : cette ligne résulte des rémanences conjuguées de la couche fluorescente déposée sur l'écran et de la rétine de l'opérateur (fig. 2).

*Remarque.* Le retour du spot de A en O est tellement rapide que son impression sur l'écran est impossible.

**2<sup>e</sup> Cas (fig. 3).**

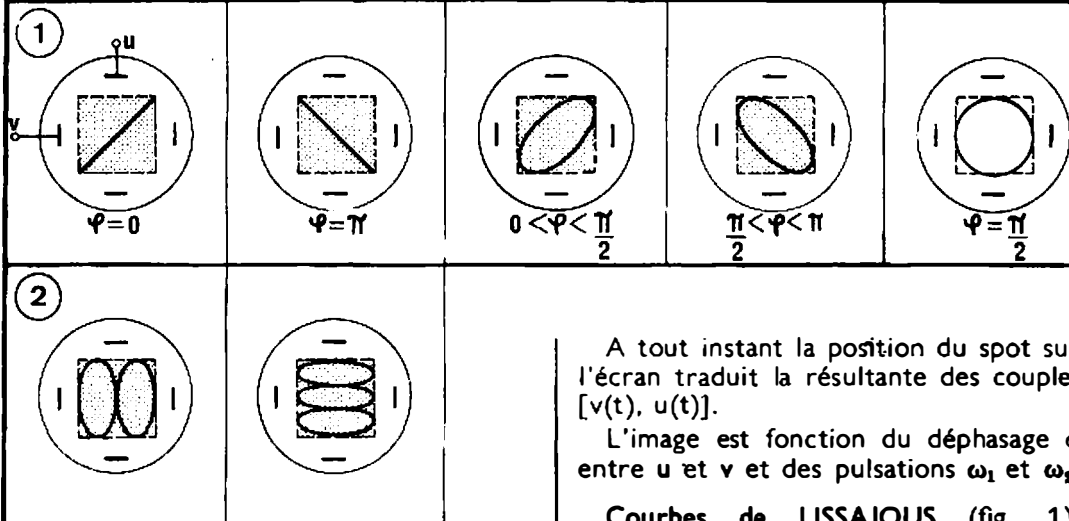
Les plaques Y sont soumises à une tension sinusoïdale u délivrée par un signal extérieur :  $u = U_{\text{Max}} \sin \omega t$

Le spot non excité horizontalement décrit une course alternative verticale d'amplitude totale  $2 U_{\text{Max}}$ , de part et d'autre du point O. Si L est la longueur de la trace on peut écrire :  $L = 2U_{\text{Max}}$

On peut mesurer la tension U appliquée et en déduire l'échelle de la déviation verticale pour une position donnée de l'atténuateur.

$$\text{Echelle } \frac{\text{Volt}}{\text{cm}} = \frac{2U\sqrt{2}}{L} \text{ (v/cm)}$$

*Remarque.* Les plaques horizontales étant isolées de la base de temps et en



autre raccordées à l'entrée X, le même principe permet de définir l'échelle des déviations horizontales.

**3° Cas (fig. 4, M<sub>A</sub> 53).**

Les plaques X sont soumises à la tension  $v(t)$  issue de la base de temps, les plaques Y sont soumises à la tension  $u = U \sin \omega t$  du signal extérieur.

La position du spot résulte à tout instant des valeurs combinées des couples  $[v(t), u(t)]$  et le nombre de sinusoïdes visualisées dépendra des périodes respectives de ces tensions.

Soient  $T_v$  la période de  $v(t)$  et  $T_u$  la période de  $u(t)$  :

$T_v = T_u$ , la trace reproduit une seule sinusoïde, en effet les vitesses d'évolution des tensions  $u$  et  $v$  sont identiques.

$T_v = T_u/2$ , la trace reproduit deux sinusoïdes, en effet la vitesse d'évolution de  $u$  est deux fois plus rapide que la vitesse d'évolution de  $v$ .

•  $T_v = 2 T_u$ , la trace reproduit une seule alternance.

• Si le rapport  $T_u/T_v$  n'est pas commensurable, l'image semble défilier devant l'opérateur (phénomène stroboscopique).

*Remarque.* Les oscilloscopes modernes ont des réglages de synchronisation qui permettent d'asservir les périodes  $u(t)$  et  $v(t)$ , dans un rapport commensurable.

**4° Cas.**

Les plaques X sont isolées de la base de temps et raccordées à l'entrée X. Les tensions extérieures appliquées en X et Y sont respectivement :  $v = V_M \sin \omega_1 t$  et  $u = U_M \sin (\omega_2 t + \varphi)$ .

A tout instant la position du spot sur l'écran traduit la résultante des couples  $[v(t), u(t)]$ .

L'image est fonction du déphasage  $\varphi$  entre  $u$  et  $v$  et des pulsations  $\omega_1$  et  $\omega_2$ .

**Courbes de LISSAJOUS (fig. 1).**

$\omega_1 = \omega_2$  : l'image s'inscrit dans un rectangle dont les dimensions sont proportionnelles aux amplitudes de  $v$  et  $u$ .

La courbe obtenue est fonction de l'angle de déphasage  $\varphi$ .

$\varphi = 0, \varphi = \pi,$

l'image est un segment de droite incliné.

$\varphi \neq \pi, \text{ avec } 0 < \varphi < \pi,$

l'image est une ellipse.

$\varphi = \frac{\pi}{2},$  l'image est un cercle.

**Courbes de LISSAJOUS (fig. 2).**

$\omega_1 \neq \omega_2$  : l'ellipse se déforme continuellement et semble se vriller. Lorsque les pulsations sont dans un rapport commensurable l'image obtenue reste fixe.

**Mise en service.**

Alimenter l'oscilloscope sous sa tension nominale.

Fermer l'interrupteur de mise sous tension et attendre quelques minutes pour permettre le chauffage de tous les éléments.

Mettre le commutateur base de temps en position *Lissajous*.

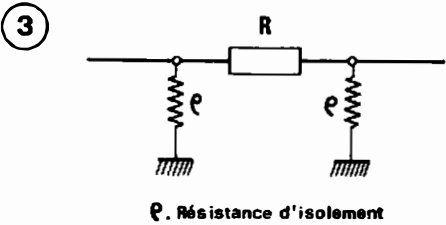
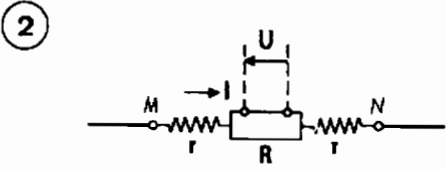
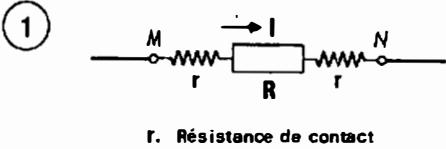
Régler la luminosité et le cadrage du spot.

Appliquer le signal d'entrée à visualiser en Y puis ajuster la vitesse du balayage et le gain de l'amplificateur Y pour obtenir une image correcte.

Eviter de laisser le spot allumé, immobile sur l'écran ce qui amènerait une détérioration rapide de la couche fluorescente.



**MESURE  
DES  
RÉSISTANCES**



Le degré d'opposition au déplacement du courant électrique dans un circuit définit la résistance électrique de ce circuit. Cette résistance est directement liée à l'effet calorifique du courant (effet Joule).

(1)

$W = R \cdot I^2 \cdot t$			
J	Ω	A	s

(2)

$P = R \cdot I^2$		
W	Ω	A

Dans tous les cas où les mesures sont effectuées en courant continu, la formule (2) devient, puisque  $P = UI$  :

(3)

$U = R \cdot I$		
V	Ω	A

L'expression (1) se prête difficilement à une exploitation expérimentale.

L'expression (2) est utilisée pour des mesures en courant alternatif et en courant continu mais reste d'une précision moyenne.

L'expression (3) permet une variété étendue, de méthodes de mesures de plus ou moins bonne précision. Elle impose l'utilisation de courant continu.

**Analyse d'une très faible résistance.**

Le schéma équivalent fig. 1 montre que la connexion électrique peut modifier la valeur de la résistance du circuit MN.

La résistance réelle entre les points MN est  $R + 2r$  et non pas  $R$ . L'important est de rendre  $r$  négligeable vis à vis de  $R$ .

Suivant le soin apporté aux connexions (propreté des surfaces, pression de contact) la résistance des contacts électriques peut être très faible. Toutefois elle descend difficilement au dessous de quelques dizaines de  $\mu\Omega$ , et prend d'autant plus d'importance que  $R$  est faible.

Pour les très faibles résistances les constructeurs ont imaginé de séparer prises « tension » et prises « intensité ».

Voir schéma fig. 2.

La résistance  $R$  est alors calibrée entre les 2 points de prise tension avec  $R = \frac{U}{I}$  :

les résistances de contact sont éliminées.

**Applications.** Shunts d'ampèremètre.

**Analyse d'une très grande résistance.**

Si les très grandes résistances ont des applications réduites en électricité, elles interviennent souvent parasitairement dans les montages (résistance d'isolement d'un câble, d'un isolateur, d'une installation).

Une très grande résistance insérée dans un montage se traduit en réalité par un ensemble constitué par la résistance proprement dite avec en parallèle la résistance d'isolement du montage (fig. 3).

**Classification des résistances.**

Pour permettre le choix des méthodes de mesure, on peut classer, sans que ce classement ait une valeur absolue, les résistances en :

**très faibles.**  $R < 0,01 \Omega$

**faibles.**  $0,01 \Omega < R < 10 \Omega$

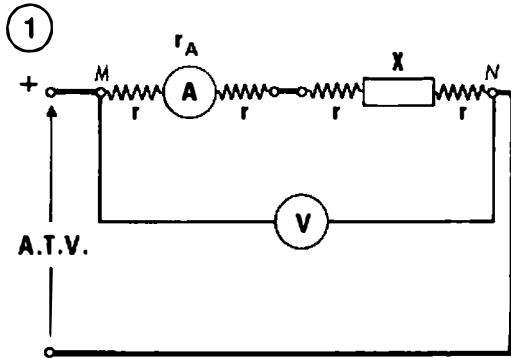
**moyennes.**  $10 \Omega < R < 10^4 \Omega$

**grandes.**  $10^4 \Omega < R < 10 M\Omega$

**très grandes.**  $R > 10 M\Omega$

# RÉSISTANCES ÉLECTRIQUES MÉTHODE VOLTAMPÈREMÉTRIQUE (1)

M<sub>A</sub> 56



## MESURE DE RÉSISTANCES MOYENNES

### Montage amont (fig. 1).

Le courant  $I$  qui traverse le circuit électrique développe aux points MN, une d.d.p.  $U$ . La loi d'ohm donne :

$$R = \frac{U}{I} \text{ avec } R = X + r_A + r$$

$r_A$ . Résistance interne de l'ampèremètre.

$r$ . Ensemble des résistances de contact. Si les connexions sont soignées,  $r$  est très petit devant  $r_A$  et peut être négligé. Il vient :

$$(1) \quad R = X + r_A \\ X = R - r_A \rightarrow X = \frac{U}{I} - r_A.$$

La formule (1) montre que  $R$  (grandeur mesurée) est d'autant plus proche de  $X$  (grandeur cherchée) que  $X \gg r_A$ .

### Erreur systématique.

L'erreur systématique  $\epsilon_m$  due à la méthode est :

$$\epsilon_m = \frac{R - X}{X} = \frac{X + r_A - X}{X} = \frac{r_A}{X}.$$

Il est toujours possible connaissant  $r_A$  d'annuler par une correction l'erreur systématique due à la méthode.

Par ailleurs si on réalise lors de la mesure  $X \geq 1000 r_A$ , il est admis de négliger l'erreur systématique par rapport aux erreurs fortuites et

$$X \approx \frac{U}{I}$$

Exemple : Un ampèremètre de résistance interne  $r_A = 1 \Omega$  permet de

mesurer des résistances supérieures ou égales à  $1000 \Omega$ .

$$\text{soit } X \approx \frac{U}{I} \text{ avec } \frac{U}{I} = 1000 \Omega$$

L'erreur systématique due à la méthode est :

$$\epsilon_m = \frac{r_A}{X} = + \frac{1}{1000}$$

### Analyse de la manipulation.

L'évaluation de  $X$  permet le choix de l'ampèremètre et de son calibre :  $X$  doit pouvoir dissiper l'intensité adoptée.

Le réglage du circuit doit définir des déviations aux appareils comprises dans le troisième tiers de l'échelle.

Les relevés de  $U$  et de  $I$  doivent être simultanés, pour qu'entre deux lectures, les grandeurs mises en jeu ne puissent pas varier.

### Application.

La mesure d'une résistance a donné les résultats suivants :

$$r_A = 0,1 \Omega, \quad I \text{ calibre} = 1 \text{ A}, \\ I \text{ mesuré} = 0,6 \text{ A} \\ U \text{ calibre} = 100 \text{ V}, \\ U \text{ mesuré} = 75 \text{ V}.$$

Classe de précision des appareils 1 %.

$$X = \frac{U}{I} - r_A = \frac{75}{0,6} - 0,1$$

$$X = 124,9 \Omega$$

Si l'on ne fait pas la correction,  $X \approx 125 \Omega$

Il y a une erreur systématique due à la méthode.

$$\epsilon_m = + \frac{r_A}{X} = \frac{0,1}{125} \approx 0,8 \%$$

### Erreur fortuite.

$$\frac{\Delta x}{X} \leq \frac{\Delta U}{U} + \frac{\Delta I}{I}$$

$$\Delta U = 1 \text{ V}, \quad \Delta I = 0,01 \text{ A}$$

$$\frac{x \Delta}{X} \leq \frac{1}{75} + \frac{0,01}{0,6}$$

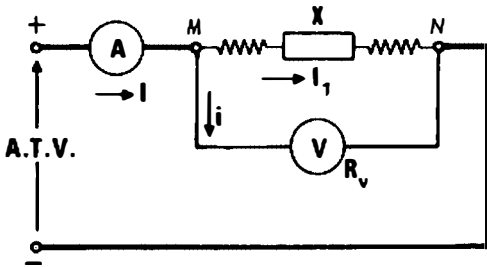
$$\frac{\Delta x}{X} \leq 0,013 + 0,016 \rightarrow \frac{\Delta x}{X} \leq 3 \%$$

Résultat.  $X = 125 \Omega \text{ à } \pm 3 \%$

On vérifie bien que l'erreur systématique due à la méthode est très inférieure à l'erreur fortuite.

# RÉSISTANCES ÉLECTRIQUES MÉTHODE VOLTAMPÈREMÉTRIQUE (2)

①



### MESURE DE FAIBLES RÉSISTANCES

**Montage aval** (fig. 1).

Le courant  $I$  développe aux bornes du circuit MN une d.d.p.  $U$ , avec  $R = \frac{U}{I}$ .

Si  $X$  n'est pas une très faible résistance il est possible de négliger  $r$  (contacts).

$$R = \frac{X \cdot R_v}{X + R_v}$$

$R_v$  : Résistance du voltmètre.

La formule montre que le quotient  $\frac{U}{I}$  définit la résistance équivalente à  $X$  et  $R_v$  en parallèle.

$$\begin{aligned} R \cdot X + R \cdot R_v &= X \cdot R_v \\ X &= \frac{R \cdot R_v}{R_v - R} = \frac{R}{1 - R/R_v} \quad (2) \end{aligned}$$

La résistance mesurée  $R$  sera d'autant plus proche de  $X$  que :  $R_v \gg R$ .

#### Erreur systématique.

$$\delta_m = \frac{R - X}{X} = \frac{(X \cdot R_v / X + R_v) - X}{X}$$

$$\delta_m = - \frac{X}{X + R_v} \approx - \frac{X}{R_v}$$

Il est toujours possible connaissant  $R_v$  d'annuler l'erreur systématique en utilisant la formule (2). Par ailleurs si on réalise lors de la mesure  $R_v \geq 1000 R$ , il est admis de négliger l'erreur systématique par rapport aux erreurs fortuites et  $X \approx U/I$ .

**Exemple :** Un voltmètre de résistance interne  $100\,000 \Omega$  permet de mesurer des résistances inférieures à  $100 \Omega$ .

Soit  $X \approx \frac{U}{I}$  avec  $\frac{U}{I} = 100 \Omega$ .

L'erreur systématique due à la méthode est :

$$\delta_m = - \frac{X}{R_v} = - \frac{100}{100\,000} = - \frac{1}{1\,000}$$

#### Application.

La mesure d'une résistance à l'aide du montage aval donne les résultats suivants.

$I$  calibre =  $1 \text{ A}$ ,  $I$  mesuré =  $0,6 \text{ A}$

$U$  calibre =  $3 \text{ V}$ ,  $U$  mesuré =  $2,4 \text{ V}$

Le voltmètre est marqué  $20\,000 \Omega/V$ .  
 $R_v = 60\,000 \Omega$ ; classe de précision des appareils  $0,5 \%$ .

$$X = \frac{U}{I} = \frac{2,4}{0,6} = 4 \Omega$$

L'erreur systématique due à la méthode est :

$$\delta_m = - \frac{X}{R_v} = - \frac{4}{60\,000}$$

$$\delta_m \approx - \frac{7}{100\,000}$$

#### Erreur fortuite

$$\frac{\Delta X}{X} \leq \frac{\Delta U}{U} + \frac{\Delta I}{I}$$

$$\Delta U = \frac{0,5 \times 3}{100} = 0,015 \text{ V}, \quad \Delta I = 0,005 \text{ A}$$

$$\frac{\Delta X}{X} \leq \frac{0,015}{2,4} + \frac{0,005}{0,6}$$

$$\frac{\Delta X}{X} \leq 0,006 + 0,008 \rightarrow \frac{\Delta X}{X} \leq 1,4 \%$$

#### Résultat.

$X = 4 \Omega \text{ à } \pm 1,4 \%$

#### Remarque.

L'erreur systématique due aux montages amont ou aval peut être rendue très faible par l'utilisation raisonnée des appareils. Si la résistance  $X$  n'est ni assez grande, ni assez petite, le choix du montage peut être expérimental.

1<sup>er</sup> cas. Montage amont : l'ampèremètre est court-circuité puis décourt-circuité, on note au voltmètre le  $\Delta U$  correspondant.

2<sup>o</sup> cas. Montage aval : le voltmètre est branché et débranché, on note à l'ampèremètre le  $\Delta I$  correspondant.

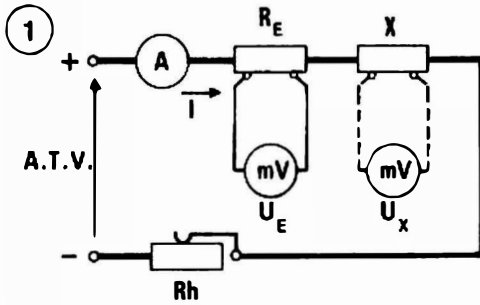
Le plus faible écart relatif repérera le type de montage à retenir.

**Exemple :** si  $\frac{\Delta I}{I} < \frac{\Delta U}{U}$ , il faut utiliser le montage aval.

# RÉSISTANCES ÉLECTRIQUES

## COMPARAISON DE TENSIONS

M<sub>A</sub> 58



### MESURE DE FAIBLES RÉSISTANCES

Pour un courant constant on compare les chutes de tension aux bornes de deux résistances.

#### Schéma (fig. 1.)

Le courant  $I$  développe aux bornes des résistances  $R_E$  et  $X$  les d.d.p. :  $U_E$  et  $U_X$ .

Le millivoltmètre est branché successivement aux bornes de  $R_E$  et  $X$  ; si on admet qu'entre les deux mesures le courant  $I$  reste constant, une relation approchée donne.

$$I = \frac{U_X}{X} = \frac{U_E}{R_E} \rightarrow X = R_E \frac{U_X}{U_E} \quad (1)$$

$R_E$  : Résistance étalon.

En réalité voltmètre et résistance sont en parallèles. La relation complète est donc :

$$I = \frac{U_X}{\frac{X \cdot R_V}{X + R_V}} = \frac{U_E}{\frac{R_E \cdot R_V}{R_E + R_V}}$$

$$\frac{X \cdot U_X + R_V U_X}{X} = \frac{R_E U_E + R_V U_E}{R_E}$$

$$R_E \cdot X \cdot U_X + R_E R_V U_X = X \cdot R_E \cdot U_E + X \cdot R_V \cdot U_E$$

$$X(R_E U_E + R_V U_E - R_E U_X) = R_E \cdot R_V \cdot U_X$$

$$X = \frac{R_E \cdot R_V \cdot U_X}{R_V U_E + R_E (U_E - U_X)}$$

$$X = R_E \cdot \frac{U_X}{U_E + \frac{R_E}{R_V} (U_E - U_X)}$$

Pour retrouver la relation (1) le terme  $\frac{R_E}{R_V} (U_E - U_X)$  doit être nul ou très petit, il faut donc réaliser :

$U_E = U_X$  qui entraîne  $R_E = X$ , ou utiliser un voltmètre de très grande résistance interne  $R_V$  par rapport aux résistances  $X$  ou  $R_E$ .

#### Analyse de la manipulation.

L'évaluation de  $X$  permet le choix de la résistance étalon avec  $R_E \approx X$ .

Le courant  $I$  dans le circuit, tout en restant inférieur au courant nominal des résistances doit permettre le choix d'un fort calibre tension au voltmètre.

Les relevés  $U_E$  et  $U_X$  doivent être effectués avec rapidité de manière à éviter toute variation fortuite de la tension d'alimentation. Deux ou trois tops sont conseillés et permettront de faire une moyenne.

Entre deux mesures, le calibre du voltmètre doit rester le même et si on considère que les tensions sont proportionnelles aux déviations  $\alpha$ , la relation (1) devient :

$$X = R_E \cdot \frac{\alpha_X}{\alpha_E}$$

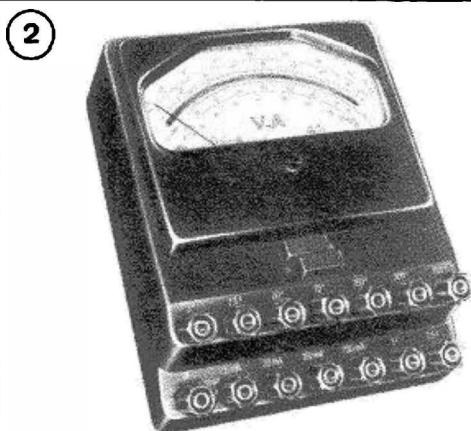
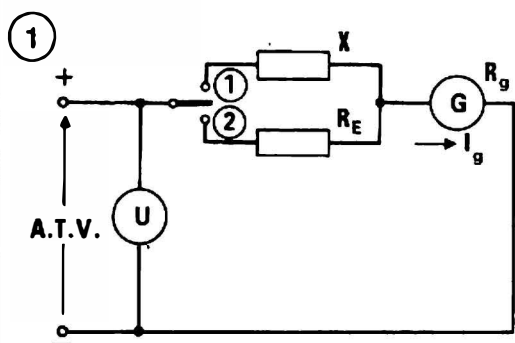
#### Erreur fortuite.

$$\frac{\Delta X}{X} \leq \frac{\Delta R_E}{R_E} + \frac{\Delta \alpha_X}{\alpha_X} + \frac{\Delta \alpha_E}{\alpha_E}$$

$\Delta \alpha_X$ ,  $\Delta \alpha_E$ , représentent les erreurs dues à la classe du voltmètre utilisé. Si pendant la mesure le calibre reste le même :  $\Delta \alpha_X = \Delta \alpha_E$ .

Remarque. Les millivoltmètres et voltmètres actuels ont une résistance interne très grande et rendent négligeable l'erreur systématique due à la méthode.





**Voltampèremètre** (A.O.I.P.)

**MESURE DE GRANDES RÉISTANCES**

Un galvanomètre ou un milliampère-mètre permet de comparer sous tension constante deux courants. Schéma (fig. 1).

**Principe.**

- 1<sup>o</sup> Le commutateur est en position (1)  
 $U = (X + R_g) I_{g1}$  (1)
- 2<sup>o</sup> Le commutateur est en position (2)  
 $U = (R_E + R_g) I_{g2}$  (2)

En égalant les équations (1) et (2), il vient :

$$(X + R_g) I_{g1} = (R_E + R_g) I_{g2}$$

$$X = \frac{R_E I_{g2} + R_g (I_{g2} - I_{g1})}{I_{g1}}$$

Les déviations au galvanomètre étant proportionnelles aux courants, si le calibre de l'appareil reste le même, la relation devient :

$$X = \frac{R_E \alpha_2 + R_g (\alpha_2 - \alpha_1)}{\alpha_1}$$

**Analyse de la manipulation.**

- La résistance du galvanomètre étant très faible devant les résistances X ou R<sub>E</sub> le terme R<sub>g</sub>(α<sub>2</sub> - α<sub>1</sub>) peut être négligé,

il vient :

$$X = R_E \frac{\alpha_2}{\alpha_1}$$

- La très légère erreur systématique introduite par le terme R<sub>g</sub>(α<sub>2</sub> - α<sub>1</sub>) peut être annulée. Pour cela on s'impose α<sub>1</sub> = α<sub>2</sub>. On obtient alors :

$$X = R_E$$

R<sub>E</sub> doit être une résistance étalon variable.

*Remarque.* Cette dernière mesure est une application de la méthode de déviation-substitution.

**Application.**

- Soit à mesurer une grande résistance  
 $X \approx 5 \text{ M}\Omega$ . R<sub>E</sub> = 5 MΩ.
- Galvanomètre. R<sub>g</sub> = 2 000 Ω;
- k = 1.10<sup>-6</sup>A/d; classe 1.

Pour obtenir une déviation de 100 divisions, I<sub>g</sub> = 1.10<sup>-6</sup>A. La tension U doit être : U = 5.10<sup>6</sup> × 1.10<sup>-6</sup> = 5V.

Le montage (fig. 1), étant réalisé, on place le commutateur en position (1) alors que U = 0.

On affiche progressivement U = 5 V en contrôlant que la déviation au galvanomètre ne devienne pas excessive.

On recommence la même opération avec le commutateur en position (2).

Le montage peut alors être expérimenté.

- Commutateur en (1). α<sub>1</sub> = 75 d
- Commutateur en (2). α<sub>2</sub> = 90 d

$$X = 5 \cdot \frac{90}{75} = 6 \text{ M}\Omega$$

**Erreur systématique.**

$$\epsilon_m = \frac{r_g(\alpha_2 - \alpha_1)}{X \cdot \alpha_1} = \frac{2\,000(90 - 75)}{610^6 \cdot 75}$$

$$\epsilon_m \approx \frac{6}{100\,000}$$

L'erreur due à la méthode est négligeable.

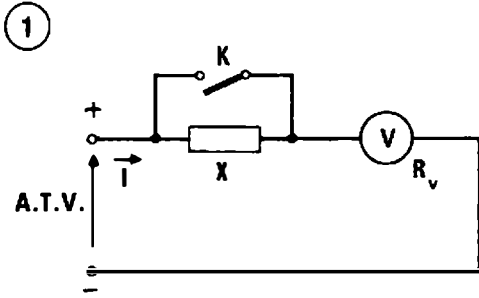
**Erreur fortuite.**

$$\frac{\Delta X}{X} = \frac{\Delta R_E}{R_E} + \frac{\Delta \alpha_1}{\alpha_1} + \frac{\Delta \alpha_2}{\alpha_2}$$

Avec Δα<sub>1</sub> = Δα<sub>2</sub> = 1d, si la classe de précision de R<sub>E</sub> est 1 % la limite supérieure de l'incertitude est :

$$\frac{\Delta X}{X} = \frac{1}{100} + \frac{1}{90} + \frac{1}{75} \approx \frac{3,4}{100}$$

Fig. 2. Un voltampèremètre.



### MESURE DE GRANDES RÉSISTANCES

Schéma (fig. 1).

#### Principe.

Si  $U$  est la tension de la source et  $U_1$  la tension aux bornes du voltmètre, l'équation du circuit peut s'écrire :

$$I = \frac{U}{X + R_V} = \frac{U_1}{R_V} \rightarrow X = R_V \cdot \left( \frac{U - U_1}{U_1} \right)$$

Si l'on considère les déviations  $\alpha$  et  $\alpha_1$  respectivement proportionnelles à  $U$  et  $U_1$ , il vient :

$$X = R_V \cdot \left( \frac{\alpha - \alpha_1}{\alpha_1} \right) \quad (1)$$

#### Manipulation.

- L'interrupteur  $K$  fermé permet de définir  $U$  ou  $\alpha$ .
- L'interrupteur  $K$  ouvert permet de définir  $U_1$  ou  $\alpha_1$ .
- La refermeture de  $K$  permet de vérifier que  $U$  n'a pas varié entre les deux mesures.

*Remarque.* Avec ce montage, si la résistance interne de la source est négligeable, l'erreur systématique est aussi négligeable.

#### Erreur fortuite.

$$\frac{dX}{X} = \frac{dR_V}{R_V} + \frac{d(\alpha - \alpha_1)}{\alpha - \alpha_1} - \frac{d\alpha_1}{\alpha_1}$$

$$\frac{dX}{X} = \frac{dR_V}{R_V} + \frac{\alpha_1 d\alpha - \alpha d\alpha_1 - \alpha d\alpha_1 + \alpha_1 d\alpha_1}{\alpha_1(\alpha - \alpha_1)}$$

$$\frac{dX}{X} = \frac{dR_V}{R_V} + \frac{\alpha_1 d\alpha - \alpha d\alpha_1}{\alpha_1(\alpha - \alpha_1)}$$

$$\frac{dX}{X} = \frac{dR_V}{R_V} + \frac{\alpha}{\alpha - \alpha_1} \cdot \left( \frac{d\alpha}{\alpha} - \frac{d\alpha_1}{\alpha_1} \right)$$

Limite supérieure de l'erreur avec  $\Delta\alpha = \Delta\alpha_1$ .

$$\frac{\Delta X}{X} \leq \frac{\Delta R_V}{R_V} + \frac{\alpha}{\alpha - \alpha_1} \left( \frac{\Delta\alpha}{\alpha} + \frac{\Delta\alpha_1}{\alpha_1} \right)$$

$$\frac{\Delta X}{X} \leq \frac{\Delta R_V}{R_V} + \frac{\alpha_1 + \alpha}{(\alpha - \alpha_1)\alpha_1} \cdot \Delta\alpha$$

#### Meilleures conditions de mesure.

$\frac{\Delta X}{X}$  est minimum pour le minimum

de la fonction  $y = \frac{\alpha_1 + \alpha}{(\alpha - \alpha_1)\alpha_1} = f(\alpha_1)$

Cherchons puis annulons la dérivée.

$$y' = \frac{\alpha_1^2 + 2\alpha_1\alpha - \alpha^2}{(\alpha - \alpha_1)^2\alpha_1^2} = 0$$

$$\alpha_1^2 + 2\alpha_1\alpha - \alpha^2 = 0$$

La racine positive est  $\alpha_1' = 0,41 \alpha$   
Les meilleurs résultats sont obtenus pour  $U_1 = 0,41 U$  avec  $X \approx 1,5 R_V$ .

#### Application.

Soit à mesurer une résistance  $X$  dont la valeur approximative est de  $1 \text{ M}\Omega$ .

Choix du voltmètre :  $R_V \approx 660.000 \Omega$ .

Un voltmètre ayant une résistance interne de  $20.000 \Omega/V$  est retenu. Le calibre choisi est  $30 \text{ V}$ .

Après avoir effectué le montage fig. 1, on règle  $U = 30 \text{ V}$  à l'A.T.V. L'ouverture de l'interrupteur définit  $U_1 = 21 \text{ V}$

$$X = 660.000 \cdot \frac{30 - 21}{21} = 257.000 \Omega$$

**Erreur fortuite.** Le voltmètre est de classe  $1 \%$ . Cette classe fixe la précision de  $R_V$  et de  $\Delta U$ .

$$\frac{\Delta R_V}{R_V} = \frac{1}{100}, \quad \Delta U = 0,3 \text{ V}$$

$$\frac{\Delta X}{X} \leq \frac{1}{100} + \frac{51,0,3}{9,21}$$

$$\frac{\Delta X}{X} \leq 9 \%$$

**Résultat.**  $X = 260.000 \Omega \pm 9 \%$

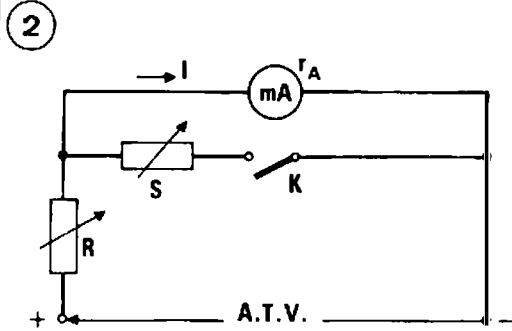
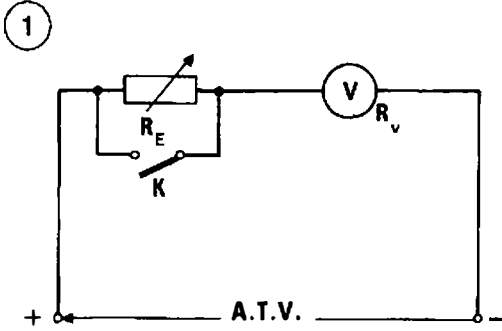
au lieu de  $X = 257.000 \Omega$  en effet le chiffre  $7$  n'est plus significatif pour l'erreur calculée.

*Remarque.*  $X$  mesuré étant très différent de  $X$  évalué, une deuxième mesure est conseillée.

On choisira dans ce cas un voltmètre de  $20.000 \Omega/V$  avec calibre de  $10 \text{ V}$

# RÉSISTANCES INTERNES D'APPAREILS

M<sub>A</sub> 61



## MÉTHODE DITE DE DEMI-DÉVIATION

La mesure de demi déviation est dérivée de la méthode du voltmètre et permet de définir la résistance interne de ce dernier.

**Schéma** (fig. 1).

$R_E$  est une résistance étalon ajustable par bonds de  $1 \Omega$ .

### Manipulation.

- L'interrupteur K est fermé, la tension d'alimentation est ajustée à l'A.T.V pour que le voltmètre dévie de toute l'échelle; soit  $\alpha$  cette déviation.
- L'interrupteur K est ouvert,  $R_E$  est ajustée pour que la nouvelle déviation  $\alpha_1$  soit égale à  $\frac{\alpha}{2}$ .

En utilisant la relation (1) de (M<sub>A</sub> 60) où  $R_V$  est l'inconnue et X la résistance étalon connue  $R_E$ , il vient :

$$R_E = R_V \left( \frac{\alpha - \alpha_1}{\alpha_1} \right) \rightarrow R_V = R_E \frac{\alpha_1}{\alpha - \alpha_1}$$

et puisque  $\alpha_1 = \frac{\alpha}{2} \rightarrow \boxed{R_V = R_E}$

- La fermeture et l'ouverture successive de l'interrupteur K permet de vérifier que la tension de la source reste constante.

**Conclusion.** Cette méthode est rapide et permet une précision souvent suffisante. Il est possible d'effectuer la mesure avec une déviation  $\alpha$  plus faible que la déviation correspondant au calibre, évidemment la précision de la mesure serait moins bonne.

## MÉTHODE D'ÉGALE DÉVIATION

Cette mesure est utilisée pour déterminer la résistance interne des galvanomètres et des milliampèremètres.

**Schéma** (fig. 2).

R et S sont des résistances étalons ajustables.

## Principe et manipulation.

Le montage est alimenté sous une tension U constante.

- L'interrupteur K est ouvert, R est ajusté à une valeur  $R_1$  telle que le courant  $I_1$  dans le milliampèremètre corresponde au calibre.

$$I_1 = \frac{U}{R_1 + r_A} = K \cdot \alpha \quad (1)$$

- L'interrupteur K est fermé, R est réglé à une valeur  $R_1/2$ , le courant  $I_2$  dans le milliampèremètre est ajusté à la valeur  $I_1$  à l'aide de S.

$$I_2 = I_1 = \frac{U}{\frac{R_1}{2} + \frac{r_A \cdot S}{r_A + S}} \cdot \frac{S}{r_A + S}$$

$$I_1 = \frac{U \cdot S}{R_1(r_A + S) + r_A S} \quad (2)$$

En égalant les relations (1) et (2) il vient :

$$\frac{U}{R_1 + r_A} = \frac{U \cdot S}{\frac{R_1 r_A}{2} + \frac{R_1 S}{2} + r_A S}$$

$$R_1 S + r_A S = \frac{R_1 r_A}{2} + \frac{R_1 \cdot S}{2} + r_A S$$

$$\rightarrow \boxed{r_A = S}$$

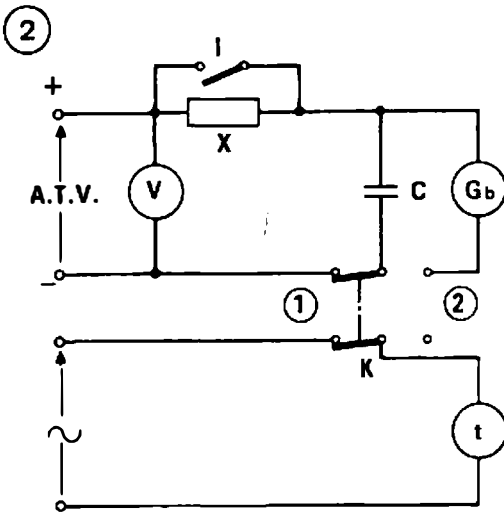
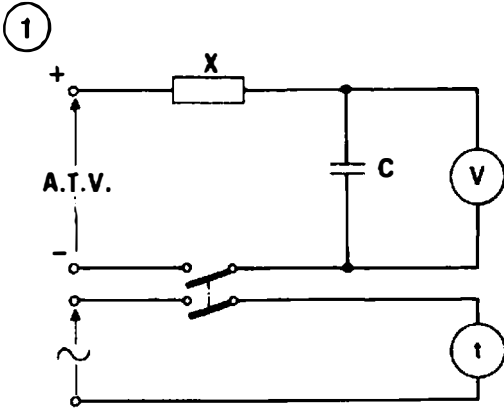
**Remarque.** Pour que l'erreur systématique soit négligeable, la résistance interne de l'alimentation doit être très faible comparativement à la résistance du circuit : cette condition est réalisée si on choisit R très grand, par exemple  $R_1 = 10 \text{ k}\Omega$

**Erreur fortuite.** Elle est fonction des lectures  $I_1$  et  $I_2$  et de S.

$$\frac{\Delta r_A}{r_A} \leq \frac{\Delta S}{S} + 2 \frac{\Delta \alpha}{\alpha}$$

# RÉSISTANCES ÉLECTRIQUES MÉTHODE D'ACCUMULATION

M<sub>A</sub> 62



## MESURE DE TRÈS GRANDES RÉSISTANCES

Cette méthode est une variante de la méthode de perte de charge (M<sub>A</sub> 63).

Un condensateur étalon C est chargé sous une tension U constante à travers la résistance X à mesurer. Un voltmètre électrostatique visualise en permanence la tension aux bornes du condensateur (fig. 1).

### Équation du circuit.

La charge du condensateur C est définie par la relation :

$$u = U \left( 1 - e^{-\frac{t}{xc}} \right)$$

U. Tension constante de l'A.T.V.

u. Tension aux bornes de C à l'instant t.

$$\frac{U-u}{U} = e^{-\frac{t}{xc}} \quad \frac{U}{U-u} = e^{\frac{t}{xc}}$$

$$X = \frac{t}{C \operatorname{Log} \frac{U}{U-u}} = \frac{t}{2,3 \cdot C \cdot \log \frac{U}{U-u}}$$

Remarque. Pour éviter toute charge résiduelle du condensateur il faut avant la mesure décharger la capacité.

Erreur fortuite. Voir (M<sub>A</sub>21)

$$\frac{\Delta X}{X} \leq \frac{\Delta t}{t} + \frac{\Delta C}{C} + \frac{U+u}{U-u} \cdot \frac{\Delta U}{U}$$

$$2,3 \log \frac{U}{U-u}$$

On démontre que les meilleures conditions de mesure sont obtenues pour  $\frac{U}{u} = 2$ .

### Utilisation d'un galvanomètre balistique (fig. 2).

1. L'interrupteur I est fermé, la manœuvre du commutateur K de la position (1) à la position (2) permet la charge de la capacité C puis sa décharge dans le galvanomètre balistique :  $Q = k \cdot \alpha_1$

2. L'interrupteur I est ouvert, le commutateur K en position (1) permet la charge de C à travers la résistance à mesurer X et le comptage du temps. Au bout du temps t choisi, K passe en position (2), le chronoscope s'arrête et la capacité C se décharge dans le balistique :  $q = k \cdot \alpha_2$

$$X = \frac{t}{C \operatorname{Log} \frac{Q}{Q-q}} = \frac{t}{C \operatorname{Log} \frac{\alpha_1}{\alpha_1 - \alpha_2}}$$

Remarque. Pour tenir compte des meilleures conditions d'essai avec  $\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = 2$ ,

il convient d'effectuer deux mesures.

Une première mesure approximative permet d'évaluer  $X_{\text{approché}}$  puis de calculer le temps  $t_0$  correspondant aux meilleures conditions de mesure.

$$X_{\text{approché}} = \frac{t_0}{C \operatorname{Log} \frac{\alpha_1}{\alpha_1 - \alpha_2}}$$

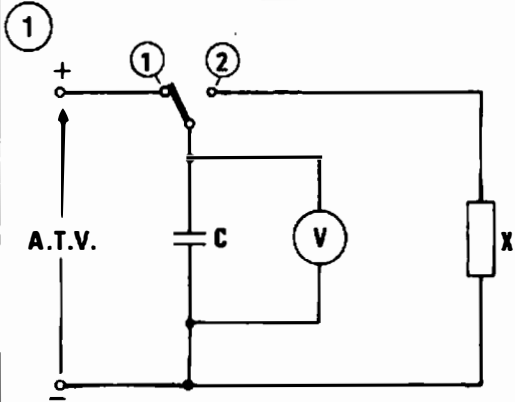
$$t_0 = X_{\text{approché}} \cdot C \cdot 2,3 \log 2$$

$$\approx 0,69 \cdot C \cdot X_{\text{approché}}$$

La seconde mesure est alors réalisée en adoptant le temps optimal calculé  $t_0$ .

$$X = \frac{t}{C \operatorname{Log} \frac{\alpha_1}{\alpha_1 - \alpha_2}}$$

# RÉSISTANCES ÉLECTRIQUES MÉTHODE DE PERTE DE CHARGE (1)



## MESURE DE TRÈS GRANDES RÉSISTANCES

Un condensateur chargé sous une tension connue  $U$  (fig. 1) se décharge dans une résistance suivant une loi exponentielle.

$$u = U \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$$

### Principe.

Les différentes tensions sont mesurées à l'aide d'un voltmètre électrostatique dont la consommation est pratiquement nulle et la capacité interne  $C_v$  négligeable si le condensateur étalon a une capacité  $C \geq 1 \mu F$ .

- Le commutateur est en position (1), le condensateur se charge sous la tension  $U$ .
- Le commutateur est en position (2), le condensateur se décharge dans la résistance inconnue  $X$ ; au bout du temps  $t$  on lit la valeur de la tension résiduelle  $u$  aux bornes de la capacité. Il vient :

$$u = U \cdot e^{-\frac{t}{XC}}$$

$$\text{Log } \frac{U}{u} = \frac{t}{XC} \quad \rightarrow \quad X = \frac{t}{C \text{ Log } \frac{U}{u}}$$

en passant aux logarithmes décimaux

$$X = \frac{t}{2,3 C \log \frac{U}{u}} \quad (1)$$

### Erreur systématique.

C'est une erreur par excès puisque la capacité  $C_v$  du voltmètre électrostatique se trouve connectée en parallèle sur  $C$ . Elle est négligeable si  $C_v \ll C$ .

**Erreur fortuite.** (Voir M<sub>A</sub>20).

$$\frac{\Delta X}{X} = \frac{\Delta t}{t} + \frac{\Delta C}{C} + \frac{1}{2,3 \log n} \left( \frac{\Delta U}{U} + \frac{\Delta u}{u} \right)$$

avec  $\log n = \log \frac{U}{u}$

On démontre que l'erreur est minimale lorsque  $n = 3,59$  : cette condition peut être réalisée par une modification du temps  $t$  de décharge.

### Utilisation d'un galvanomètre balistique. Schéma de montage (fig. 1 M<sub>A</sub> 64).

Il est possible de mesurer non pas la tension de charge du condensateur mais la quantité d'électricité emmagasinée par ce dernier puisque  $Q = CU$ .

Un galvanomètre balistique permettra de traduire en élongations  $\alpha_1$  et  $\alpha_2$  respectivement les charges initiale  $Q$  et résiduelle  $q$  du condensateur.

La relation (1) devient :

$$X = \frac{t}{2,3 C \log \frac{Q}{q}} \rightarrow X = \frac{t}{2,3 C \log \frac{\alpha_1}{\alpha_2}} \quad (2)$$

### Manipulation.

- Pour une mesure précise du temps  $t$ , un chronomètre électrique est utilisé.
- 1° **Mesure de la charge initiale  $Q$ .**
- Le commutateur (1) est en B, le commutateur (2) est en H : le condensateur  $C$  se charge sous la tension  $U$ ,  $Q = CU$ . Le commutateur (1) est alors placé en H, le galvanomètre balistique traduit la charge  $Q$  par l'élongation  $\alpha_1$ .

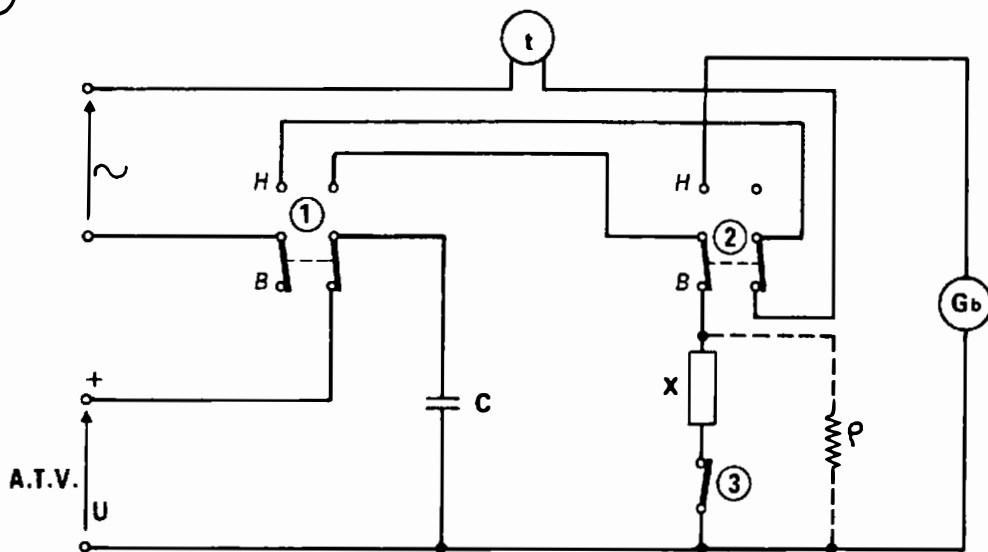
### 2° Mesure de la charge résiduelle $q$ .

- Le commutateur (1) est en B, le commutateur (2) est en B, l'interrupteur (3) est fermé :  $Q = CU$ .
- La manœuvre du commutateur (1) de B en H permet au condensateur  $C$  de se décharger dans la résistance  $X$  et au chronomètre électrique de commencer la mesure du temps.
- La manœuvre du commutateur (2) de B en H arrête le chronomètre et permet de mesurer la charge résiduelle  $q$  du condensateur. L'élongation du galvanomètre balistique est alors  $\alpha_2$  et le temps mesuré  $t$ .
- L'application de la relation (2) permet ensuite de calculer  $X$ .

# RÉSISTANCES ÉLECTRIQUES MÉTHODE DE PERTE DE CHARGE (2)

**M<sub>A</sub> 64**

①



### Montage imparfait.

La détermination de X peut être faussée par un mauvais isolement du montage ou par la résistance de fuite du condensateur. Tout se passe comme si une résistance parasite  $\rho$  se trouvait en parallèle sur X (sur la fig. 1,  $\rho$  est figurée en traits interrompus).

1° L'interrupteur (3) est ouvert, on mesure la résistance parasite  $\rho$  :  $\rho$  pouvant figurer la résistance de fuite du condensateur imparfait ou la résistance d'isolement du montage.

$$\rho = \frac{t}{2,3 C \log \frac{\alpha_1}{\alpha_2}}$$

2° L'interrupteur (3) est fermé, on mesure la résistance équivalente R.

$$R = \frac{\rho \cdot X}{\rho + X} \rightarrow X = \frac{R \cdot \rho}{\rho - R}$$

### Application.

Soit à mesurer la résistance d'isolement X d'un isolateur sale et mouillé.

Le schéma fig. 1 est réalisé. On suppose un isolement infini du montage. L'appareillage a les caractéristiques suivantes :

Capacité;  $C = 1 \mu F$ ; classe de précision 0,5 %.

Chronomètre électrique (t); classe de précision 1 %.

Galvanomètre balistique; classe de précision 0,5 %; échelle = 100 d.

- 1° Mesure de la charge initiale  $\alpha_1 = 85 d$ .
- 2° Mesure de la charge résiduelle. Après un temps de décharge de 15 s mesuré au chronomètre électrique, la charge résiduelle détermine une élévation  $\alpha_2 = 43 d$ .

Les conditions de meilleure mesure avec  $\frac{\alpha_1}{\alpha_2} \approx 3,5$  ne sont pas réalisées : l'opération 2° est donc reconduite.

- 2° Mesure de la charge résiduelle  $t = 25 s$ ;  $\alpha_2 = 24 d$ .

### Valeurs retenues.

$$\alpha_1 = 85 d; \alpha_2 = 24 d; t = 25 s$$

$$X = \frac{25}{2,3 \cdot 1 \cdot 10^{-6} \cdot \log \frac{85}{24}} = 19,7 M\Omega$$

### Erreur fortuite.

$$\frac{\Delta t}{t} = \frac{1}{100}, \frac{\Delta C}{C} = \frac{0,5}{100}, \Delta \alpha = 0,5 d$$

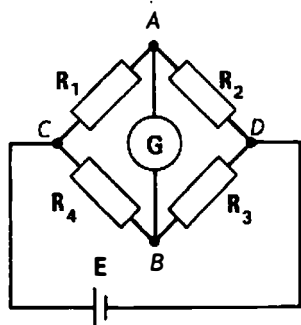
$$\frac{\Delta X}{X} \leq \frac{\Delta t}{t} + \frac{\Delta C}{C} + \frac{1}{2,3 \log \frac{\alpha_1}{\alpha_2}} \left( \frac{\Delta \alpha}{\alpha_1} + \frac{\Delta \alpha}{\alpha_2} \right)$$

$$\frac{\Delta X}{X} \leq \frac{1}{100} + \frac{0,5}{100} + \frac{1}{2,3 \log \frac{85}{24}} \left( \frac{0,5}{85} + \frac{0,5}{24} \right)$$

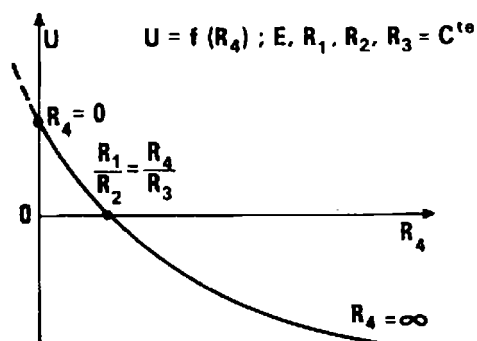
$$\frac{\Delta X}{X} \leq 3,5 \%$$

Résultat.  $X = 19,7 M\Omega \text{ à } \pm 3,5 \%$

①



②



MÉTHODE DE ZÉRO

Par opposition aux méthodes précédentes dites de déviation, les mesures qui vont être analysées dérivent toutes de la méthode de zéro. La grandeur cherchée est définie par une relation mathématique lorsque le détecteur n'est parcouru par aucun courant.

PONT DE WHEATSTONE

Un pont de Wheatstone permet la mesure de faibles et moyennes résistances. Il est constitué par :

- Quatre résistances  $R_1, R_2, R_3, R_4$  formant une maille fermée.
- Une source à courant continu alimentant la diagonale CD.
- Un détecteur qui est généralement un galvanomètre connecté aux bornes AB.

**Schéma** (fig. 1).

Étude en tension.

La tension  $U$  qui apparaît aux bornes A et B est, si l'on considère la résistance du générateur comme négligeable :  $U = U_B - U_A = (V_C - V_A) - (V_C - V_B)$

$$U = E \frac{R_1}{R_1 + R_2} - E \frac{R_4}{R_3 + R_4}$$

$$U = E \left[ \frac{R_1 R_3 - R_2 R_4}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)} \right]$$

A l'équilibre.

$$U = 0, \text{ donc } R_1 R_3 - R_2 R_4 = 0.$$

$$R_1 R_3 = R_2 R_4 \leftrightarrow R_1 = R_4 \cdot \frac{R_2}{R_3}$$

Cette dernière relation permet connaissant  $R_4, R_2, R_3$ , de calculer  $R_1$ .

Recherche de l'équilibre.

Avec un détecteur de résistance interne infinie et en supposant que la résistance  $R_4$  est l'élément variable alors que les résistances  $R_1, R_2, R_3$  gardent une valeur constante, la relation  $U = E \left[ \frac{R_1 R_3 - R_2 R_4}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)} \right]$  est une fonction homographique explicitée (fig. 2).

Si l'on adopte comme résistance inconnue la branche  $R_1$ , la recherche de l'équilibre dans un pont de Wheatstone consiste à donner au rapport  $R_2/R_3$  une certaine valeur puis à faire varier  $R_4$  jusqu'à ce que le détecteur reste au zéro.

Sensibilité en tension d'un pont.

La sensibilité d'un pont est définie par la plus petite variation de la branche de réglage qui provoque un déséquilibre perceptible du pont.

L'expression d'équilibre du pont est :

$$U = \left[ \frac{R_1 R_3 - R_2 R_4}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)} \right] = 0$$

Pour une faible variation  $\Delta R_4$  de la branche de réglage  $R_4$ , une tension de déséquilibre  $\Delta U$  est détectée. Il vient :

$$\Delta U = E \left[ \frac{R_1 R_3 - R_2 (R_4 + \Delta R_4)}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4 + \Delta R_4)} \right]$$

Si on néglige  $\Delta R_4$  par rapport à  $R_3 + R_4$ , et en considérant que  $R_1 R_3 = R_2 R_4$ , on obtient :

$$\Delta U = E \frac{R_2 \Delta R_4}{(R_1 + R_2)(R_3 + R_4)}$$

En divisant numérateur et dénominateur par  $R_2 R_4$ , il vient

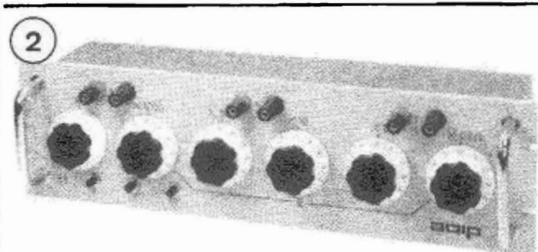
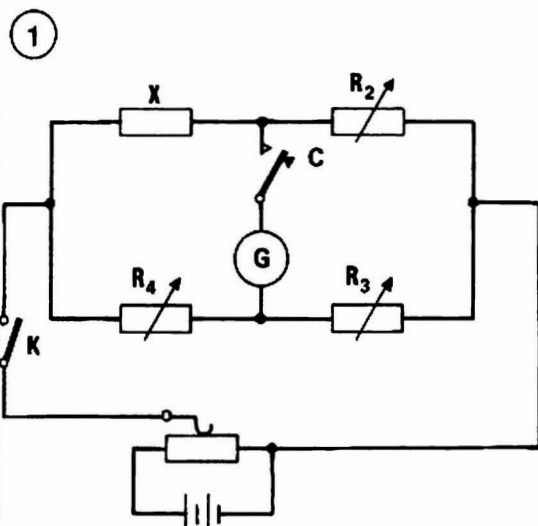
$$\Delta U = E \frac{\Delta R_4 / R_4}{\left( \frac{R_1}{R_2} + 1 \right) \left( \frac{R_3}{R_4} + 1 \right)}$$

Et en appelant  $X$  les rapports  $R_1/R_2 = R_4/R_3$  :

$$\Delta U = E \frac{X \cdot \Delta R_4 / R_4}{(X + 1)^2}$$

Sensibilité du pont :

$$\sigma = \frac{\Delta U}{\Delta R_4} = E \frac{X}{(X + 1)^2} \frac{1}{R_4}$$



**Pont de Wheatstone de laboratoire** (A.O.I.P.)

Cette fonction passe par un maximum pour  $X = R_1/R_2 = 1$ . On peut conclure en soulignant que la sensibilité d'un pont croît avec la tension d'alimentation et est maximum lorsque l'égalité des résistances  $R_1$  et  $R_2$  formant la tête du pont est réalisée.

En réalité, l'équilibre étant généralement vérifié à l'aide d'un galvanomètre, l'étude en tension est incomplète, on peut toutefois éviter une analyse en courant, fastidieuse et inutile, en considérant que si la résistance du détecteur est élevée, les relations établies restent valables.

### Erreur de sensibilité.

L'erreur de sensibilité est définie par le rapport  $\frac{\Delta R_4}{R_4}$  détruisant l'équilibre.

$$\varepsilon_{\text{sensibilité}} \% = 100 \frac{\Delta R_4}{R_4}$$

Expérimentalement on la détermine, en faisant varier  $R_4$  de  $\Delta R_4$  pour provoquer au détecteur une déviation  $\Delta \alpha$  perceptible autour du zéro.

L'erreur de sensibilité est considérée comme négligeable si elle obéit à l'inégalité :

$$\varepsilon_s \leq \frac{\varepsilon_c}{10}$$

$\varepsilon_c$  étant l'erreur de construction de la résistance  $R_4$ .

### Constitution d'un pont.

Pour une conduite systématique de la manipulation, les résistances formant le pont seront, sur la table, disposées dans l'ordre  $R_1, R_2, R_3, R_4$ , voir fig. 1.

$R_1$  représentera toujours la résistance  $x$  à mesurer.

$R_4$  définira la branche de réglage et sera constituée par une boîte de résistances pouvant varier par bonds de 0,1  $\Omega$ , 1  $\Omega$ , 10  $\Omega$ , 100  $\Omega$ , 1 000  $\Omega$ .

$R_2, R_3$  seront des boîtes de résistances pouvant varier par bonds de 1  $\Omega$ , 10  $\Omega$ , 100  $\Omega$ , 1 000  $\Omega$ , 10 000  $\Omega$ .

L'alimentation sera réalisée à partir d'un ou plusieurs éléments batterie.

Un galvanomètre (A.O.I.P. par exemple) assurera la fonction détection.

### Prédétermination des éléments.

Une prédétermination correcte des éléments impose de connaître approximativement la valeur de  $R_1$ .

- Pour obtenir la sensibilité maximale on fera  $R_2 \approx R_1$ .

- La relation  $R_1 = R_4 \cdot \frac{R_2}{R_3}$  montre que la

valeur de  $R_3$  permet de réaliser un rapport  $R_2/R_3$  fonction du nombre de chiffres significatifs désirés. On prendra généralement un rapport simple 1, 1/10, 1/100.

*Exemple :* On désire mesurer une résistance de 200  $\Omega$  environ avec 1 chiffre significatif après la virgule.

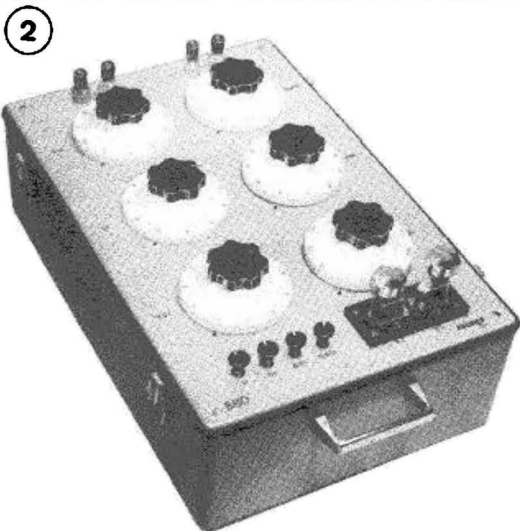
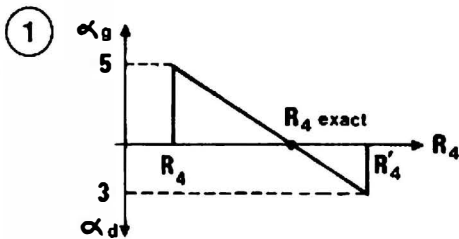
$$R_2 \approx R_1 \rightarrow R_2 = 200 \Omega.$$

$$\frac{R_2}{R_3} = \frac{1}{10} \rightarrow R_3 = 2\,000 \Omega.$$

- Le choix de la tension d'alimentation est fonction des résistances du pont et de leur intensité maximale admissible. Généralement  $E$  est compris entre 1 ou 2 V, mais il est possible de lui donner une valeur plus grande : en effet l'erreur

de sensibilité  $\varepsilon_s = \frac{\Delta R_4}{R_4}$  diminue lorsque  $E$  augmente.





Pont de Wheatstone de précision (A.O.I.P.)

**Manipulation.**

Après avoir réalisé le montage et ajusté les résistances  $R_2, R_3$  l'interrupteur  $K$  est fermé. Le galvanomètre étant sur la plus faible sensibilité on fait,  $R_4 = 0$ , puis  $R_4 = \infty$ , la fermeture de la clé  $c$  permettant à chaque fois de repérer le sens des déviations au galvanomètre. Le montage est correct lorsque les déviations sont inversées; dans le cas contraire il y a erreur de montage ou coupure du circuit des résistances.

La recherche de l'équilibre est conduite de proche en proche par réglages successifs de  $R_4$  et repérages correspondants de l'amplitude de la déviation au galvanomètre. Au fur et à mesure de l'approche du zéro la sensibilité de ce dernier est accrue. La clé  $c$  permet de soumettre le galvanomètre à des impulsions de courant, celui-ci ne restant permanent que lorsque le zéro est presque atteint. A l'équilibre le spot est immobile.

La sensibilité du pont est alors mise en évidence par la variation  $\Delta R_4$  de  $R_4$  qui détruit l'équilibre.

**Incertitude de la mesure.**

$$\frac{\Delta X}{X} \leq \frac{\Delta R_1}{R_1} + \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3} + \epsilon_s$$

$\frac{\Delta R_1}{R_1}, \frac{\Delta R_2}{R_2}, \frac{\Delta R_3}{R_3}$  représentent les erreurs de constructions des boîtes de résistance  $R_1, R_2, R_3$ .

$\epsilon_s$  définit l'erreur de sensibilité :

$$\epsilon_s \% = 100 \frac{\Delta R_4}{R_4}$$

*Remarque :* Pour éliminer les forces électromotrices parasites (couples thermoélectriques de contact) on effectue une seconde mesure après inversion des polarités de la source puis on prend la moyenne des deux mesures.

**Méthode d'interpolation.**

Lorsqu'il n'est pas possible d'obtenir le zéro au détecteur on opère par interpolation. Deux tops sont effectués.

1<sup>er</sup> top La branche de réglage est ajustée à la valeur  $R_4$ , le galvanomètre accuse une déviation  $\alpha_g$  divisions à gauche.

2<sup>e</sup> top La branche de réglage est ajustée à la valeur  $R'_4$ , le galvanomètre accuse une déviation  $\alpha_d$  à droite.

**Calcul de  $R_4$  exact :**

$$R_4 \text{ exact} = R_4 + (R'_4 - R_4) \frac{\alpha_g}{\alpha_g + \alpha_d}$$

*Exemple.*

1<sup>er</sup> top :  $R_4 = 1000 \Omega \rightarrow \alpha_g = 5 \text{ d}$

2<sup>e</sup> top :  $R'_4 = 1005 \Omega \rightarrow \alpha_d = 3 \text{ d}$

$$R_4 \text{ exact} = 1000 + \left( 5 \cdot \frac{5}{8} \right)$$

$$R_4 \text{ exact} = 1003,1 \Omega$$

La valeur de  $R_4$  exact peut être déterminée par la construction fig. 1.

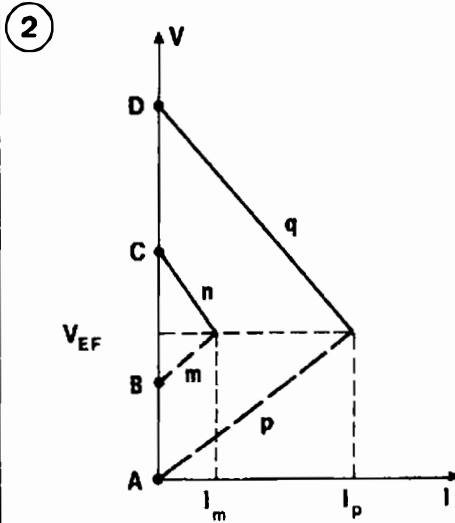
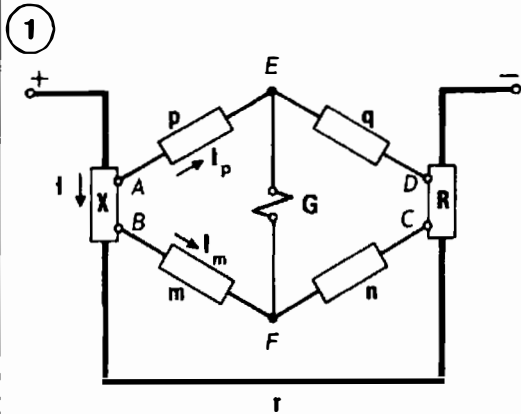
*Remarque.* La méthode d'interpolation n'est valable que pour de petites déviations  $\alpha_g$  et  $\alpha_d$  autour du zéro.

**Méthode de substitution.**

La méthode de substitution permet de diminuer l'incertitude de la mesure.

Après équilibre du pont, on substitue à la résistance  $X$ , une résistance étalon  $R$  réglable avec laquelle on rétablit l'équilibre. On obtient :  $X = R$ .

L'incertitude de la mesure est limitée à l'erreur de construction de  $R$  augmentée de 2 erreurs de sensibilité puisqu'on réalise 2 équilibres.



### MESURE DE TRES FAIBLES RÉSISTANCES

#### Schéma de principe (fig. 1).

A l'équilibre du galvanomètre,

$$I_G = 0; V_E - V_F = 0$$

$$P \cdot I_p = X \cdot I + m \cdot I_m \quad (1)$$

$$q \cdot I_p = R \cdot I + n \cdot I_m \quad (2)$$

$$(1) \cdot \frac{P \cdot I_p}{q \cdot I_p} = \frac{X \cdot I + m \cdot I_m}{R \cdot I + n \cdot I_m}$$

$$(2) \cdot \frac{P \cdot I_p}{q \cdot I_p} = \frac{X \cdot I + m \cdot I_m}{R \cdot I + n \cdot I_m}$$

$$P \cdot R \cdot I + P \cdot n \cdot I_m = q \cdot X \cdot I + q \cdot m \cdot I_m$$

$$X = \frac{P \cdot R \cdot I + (P \cdot n - q \cdot m) \cdot I_m}{q \cdot I}$$

$$X = R \frac{P}{q} + \frac{P \cdot n - q \cdot m}{q} \cdot \frac{I_m}{I} \quad (3)$$

Examinons la boucle BFC (fig. 1) où r représente la résistance de connexion BC.

$$I_m (m + n) = (I - I_m) \cdot r$$

$$\frac{I_m}{I} = \frac{r}{m + n + r}$$

Portons cette expression en (3)

$$X = R \cdot \frac{P}{q} + \frac{P \cdot n - q \cdot m}{q} \cdot \frac{r}{m + n + r}$$

L'expression de X peut être beaucoup plus simple si on réalise lors de la mesure :

$$P \cdot n - q \cdot m = 0.$$

On obtient dans ce cas :  $X = R \cdot \frac{P}{q}$

#### Analyse de la manipulation.

- Le résultat  $P \cdot n - q \cdot m = 0$  est incertain : la classe de précision des résistances  $p, n, q, m$  peut déterminer des différences entre valeurs affichées et réelles. Pour admettre malgré tout comme infiniment petit le terme  $\frac{(P \cdot n - q \cdot m) \cdot r}{q(m + n + r)}$

il faut réaliser :

- Un étalonnage expérimental des branches,  $p, n, q, m$  donnant  $P \cdot n = q \cdot m$ .

- Une connexion BC de résistance  $r$  très faible.

- Une valeur élevée du dénominateur  $q \cdot (m + n + r)$ .

- Si on s'impose  $q = n$ , la recherche de l'équilibre est systématique. Il suffit lors de la mesure de faire varier  $p$  et  $m$  dans le même sens tel que  $p = m$ . La construction graphique, fig. 2 montre que si  $q = n$ , une seule valeur  $p = m$  réalise l'équilibre.

- La prédétermination des résistances  $m, n, p, q$  utilise la relation  $X = R \cdot \frac{P}{q}$ .

Si  $\frac{X}{R}$  est connu, on déduit  $\frac{p}{q} = \frac{m}{n} = \frac{X}{R}$ .

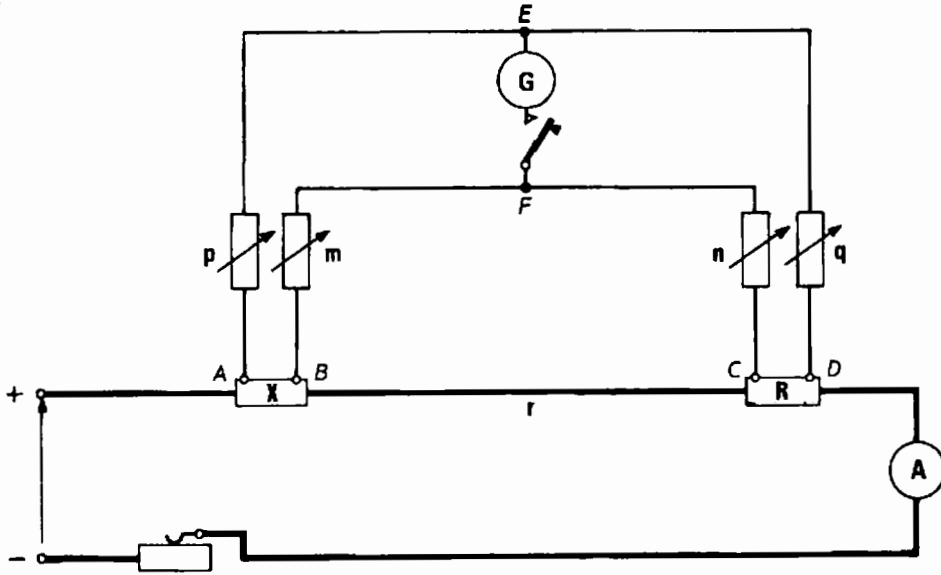
- Les meilleures conditions de mesure sont réalisées pour  $R \approx X$ , et pour un courant  $I$  élevé.  $I$  sera de l'ordre de grandeur du courant nominal de  $X$  et  $R$ .

#### Choix du matériel.

$R$  : Résistance étalon telle que  $R \approx X$ .

$m, n, p, q$  : Résistances de précision de  $10 \text{ K}\Omega$  ajustables par bonds de  $1 \Omega$ .

1



2

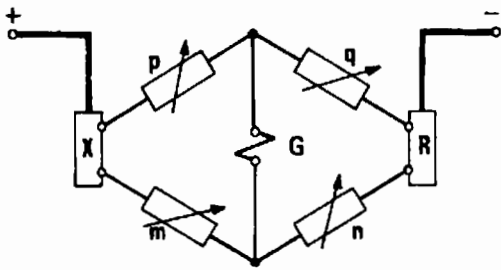


Schéma de montage (fig. 1).

**Manipulation.**

• Soit à mesurer X avec  $\frac{X}{R} \approx 2$ , on déduit  $\frac{p}{q} \approx 2$ .

• Etalonnage du pont (fig. 2).

La connexion r est supprimée, le montage est un pont de Wheatstone classique. R et X de valeur très faible devant m et n n'interviennent pas dans la recherche de l'équilibre.

Afficher :  $p = m = n = 5000 \Omega$ , ajuster q.

A l'équilibre :  $p \cdot n = q \cdot m$  et  $q = \frac{p \cdot n}{m}$

Ne plus dérégler q et n.

• Mesure en pont de Thomson (fig. 1). La connexion r est rétablie.

Regler I proche du courant nominal de X. Définir par le sens de déviation du galvanomètre si p = m doit augmenter ou diminuer.

1° Afficher  $p = m = 10 \text{ K}\Omega$ , déviation à gauche, p = m doit diminuer.

2° Afficher  $p = m = 1 \text{ K}\Omega$ , déviation à droite, p = m doit augmenter.

Réaliser l'équilibre en tenant compte de ces remarques, soit  $m_1 = p_1$  les valeurs correspondant à l'équilibre.

$$X = R \frac{p_1}{q}$$

**Sensibilité du pont.**

C'est le  $\Delta p = \Delta m$  qui détruit l'équilibre.

Soit  $p_1 = m_1$ , les valeurs d'équilibre.

Soit  $p_2 = m_2$ , les valeurs détruisant l'équilibre.  $\Delta p = p_2 - p_1$

$$\epsilon_g \% = \frac{p_2 - p_1}{p_1} \cdot 100$$

**Incertitude de la mesure.**

Si le terme  $\frac{(pn - qm) \cdot r}{q(m + n + r)}$  est petit.

$$\frac{dX}{X} = \frac{dR}{R} + \frac{dp}{p} - \frac{dq}{q}$$

et  $\frac{\Delta X}{X} \leq \frac{\Delta R}{R} + \frac{\Delta p}{p} + \frac{\Delta q}{q} + \epsilon_g$

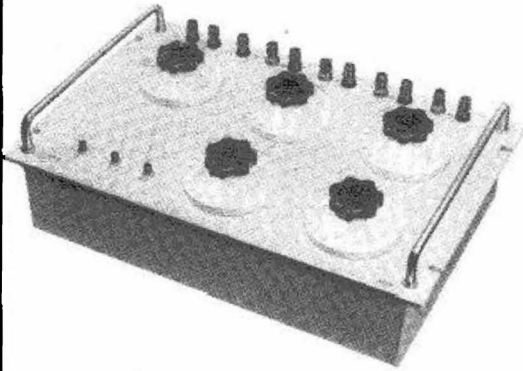
$\frac{\Delta q}{q}$  est l'incertitude définie sur la valeur q calculée à partir de l'étalonnage préalable du pont.  $q = p \cdot \frac{m}{n}$

$$\frac{\Delta q}{q} < \frac{\Delta p}{p} + \frac{\Delta m}{m} + \frac{\Delta n}{n}$$

# RÉSISTANCES ÉLECTRIQUES PONT À FIL

M<sub>A</sub> 70

1



Pont de Thomson Wheatstone (A.O.I.P.)

### Méthode de la pesée croisée.

La méthode dite de la pesée croisée permet de calculer  $q$  avec précision.

Deux mesures sont nécessaires.

1<sup>re</sup> mesure effectuée suivant le montage (fig. 1 M<sub>A</sub> 69). Soit  $P_1 = m_1$  les valeurs réalisant l'équilibre.

$$X = R \cdot \frac{P_1}{q} \text{ et } \frac{X}{R} = \frac{P_1}{q}$$

2<sup>e</sup> mesure. Les résistances  $R$  et  $X$  sont interverties. Soit  $P_2 = m_2$  les nouvelles valeurs d'équilibre.

$$R = X \cdot \frac{P_2}{q} \text{ et } \frac{X}{R} = \frac{q}{P_2} \text{ d'où}$$

$$\frac{P_1}{q} = \frac{q}{P_2} \text{ et } q = \sqrt{P_1 P_2}$$

Avec la méthode de pesée croisée :

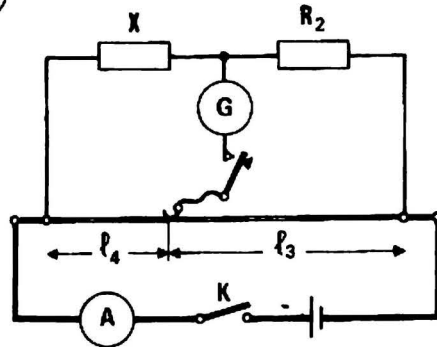
$$X = R \frac{P_1}{\sqrt{P_1 P_2}}$$

*Remarque 1.* Le pont de Thomson réalisé à partir de l'étalonnage expérimental décrit précédemment nécessite seulement 2 résistances réglables de précision : ce sont les résistances  $p$  et  $m$ .

### PONT À FIL (fig. 2)

Dans ce montage dérivé du pont de Wheatstone les résistances  $R_3$  et  $R_4$  sont

2



remplacées par un fil calibré le long duquel peut glisser un contact mobile.

A l'équilibre du galvanomètre :

$$X \cdot \frac{\rho}{S} l_3 = R_2 \cdot \frac{\rho}{S} l_4 \quad \boxed{X = R_2 \frac{l_4}{l_3}}$$

$\rho$  et  $S$  représentent la résistivité et la section du fil calibré.

### Manipulation.

Après avoir ajusté  $R_2 \approx X$ , le circuit est alimenté par la fermeture de  $K$ .

L'équilibre est obtenu en jouant sur la position du curseur, une règle graduée permet de définir  $l_3$ ,  $l_4$ .

**Erreur de sensibilité.** C'est le  $\Delta l_4$  détruisant l'équilibre.

$$\epsilon_s = \frac{\Delta l_4}{l_4}$$

### Incertitude de la mesure.

$$\frac{dX}{X} = \frac{dR_2}{R_2} + \frac{dl_4}{l_4} - \frac{d(L - l_4)}{L - l_4}$$

avec  $l_3 = L - l_4$

La précision de la longueur totale  $L$  n'a aucune importance pour le calcul de l'incertitude.

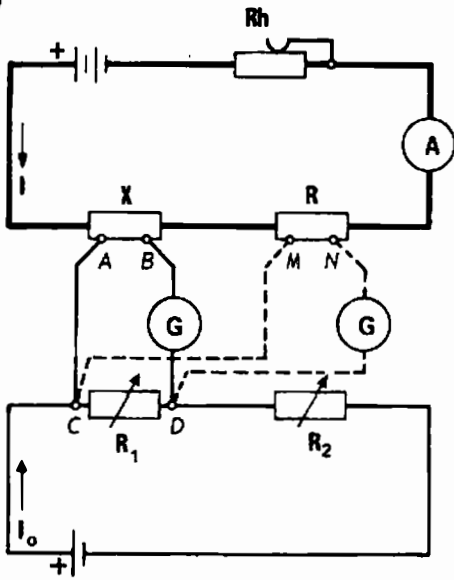
$$\frac{dX}{X} = \frac{dR_2}{R_2} + \frac{L dl_4 - l_4 dl_4 + l_4 dl_4}{l_4 (L - l_4)}$$

$$\frac{\Delta X}{X} = \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{dl_4}{l_4} \cdot \frac{L}{L - l_4} + \epsilon_s$$

L'erreur minimale est obtenue lorsque le dénominateur  $l_4(L - l_4)$  est maximum, soit pour  $l_4 = \frac{L}{2}$  : cette remarque

impose de choisir  $R_2 = X$

1



MESURE DE FAIBLES  
ET TRÈS FAIBLES RÉSISTANCES  
Schéma (fig. 1).

**Principe.** Revoir (M<sub>A</sub> 84).

La mesure dérive de la méthode d'opposition appliquée à la détermination des tensions.

Un premier circuit englobant la résistance X inconnue et la résistance étalon R, est parcouru par l'intensité nominale I.

Un deuxième circuit alimente deux boîtes de résistances réglables et jumelées, R<sub>1</sub> et R<sub>2</sub>. La condition R<sub>1</sub> + R<sub>2</sub> = constante permet d'avoir toujours le même courant I<sub>0</sub>.

1<sup>re</sup> mesure. Le galvanomètre est branché dans la maille ABCD. La condition d'équilibre est :

$$U_{AB} = U_{CD} \rightarrow X \cdot I = R_1 \cdot I_0$$

2<sup>e</sup> mesure. Le galvanomètre est branché dans la maille MNCD. La condition d'équilibre est :

$$U_{MN} = U_{CD} \rightarrow R \cdot I = R'_1 \cdot I_0$$

Le rapport de ces deux relations donne :

$$\frac{X}{R} = \frac{R_1}{R'_1} \rightarrow X = R \frac{R_1}{R'_1} \quad (1)$$

### Analyse de la manipulation.

Le courant I est réglé par le rhéostat Rh à une valeur proche de l'intensité nominale des résistances X et R.

• Le courant I<sub>0</sub> peut avoir une valeur quelconque sans qu'il soit pour cela ni trop faible ni trop élevé : si I<sub>0</sub> est trop faible des tensions et résistances de contacts parasites peuvent apparaître, s'il est trop fort cela peut entraîner la destruction des boîtes de résistances.

On peut admettre, avec des boîtes Carpentier de 11111 Ω chacune, une résistance totale du circuit de 11111 Ω et une source de 2 V, dans ce cas la tension aux bornes C et D est de 2 V au maximum.

• Au début de la mesure si R<sub>1</sub> = 0 et R<sub>2</sub> = 11111 Ω, une augmentation de R<sub>1</sub> entraîne une diminution correspondante de R<sub>2</sub> puisque par hypothèse R<sub>1</sub> + R<sub>2</sub> = constante.

• Les courants ne doivent pas varier, cela suppose donc des tensions d'alimentation stabilisées, (Batterie travaillant sur la partie horizontale de leur courbe de décharge par exemple).

• Le zéro du galvanomètre est recherché par la variation en plus ou en moins des résistances R<sub>1</sub> et R<sub>2</sub>. Si l'équilibre est impossible à réaliser cela suppose soit une inversion des polarités d'une source soit une coupure de circuit.

### Incertitude de la mesure.

Alors qu'un calcul purement mathématique donne :

$$\frac{\Delta X}{X} \leq \frac{\Delta R}{R} + \frac{\Delta R_1}{R_1} + \frac{\Delta R'_1}{R'_1}$$

une analyse physique permet de réduire notablement les limites de l'incertitude. En effet, R<sub>1</sub> et R'<sub>1</sub> sont définies à partir d'une même boîte de résistances et ont donc une valeur commune, R<sub>1</sub> par exemple.

Posons : R'<sub>1</sub> = R<sub>1</sub> + a, la relation (1) devient :

$$X = R \cdot \frac{R_1}{R_1 + a}$$

$$\frac{dX}{X} = \frac{dR}{R} + \frac{dR_1}{R_1} - \frac{dR_1}{R_1 + a} - \frac{da}{R_1 + a}$$

$$\frac{dX}{X} = \frac{dR}{R} + \frac{R_1 dR_1 + a dR_1 - R_1 dR_1 - R_1 da}{R_1(R_1 + a)}$$

$$\frac{dX}{X} = \frac{dR}{R} + \frac{a}{R_1 + a} \left[ \frac{dR_1}{R_1} - \frac{da}{a} \right]$$

En passant à la limite supérieure de l'erreur :

$$\frac{\Delta X}{X} \leq \frac{\Delta R}{R} + \frac{a}{R_1 + a} \left[ \frac{\Delta R_1}{R_1} + \frac{\Delta a}{a} \right]$$

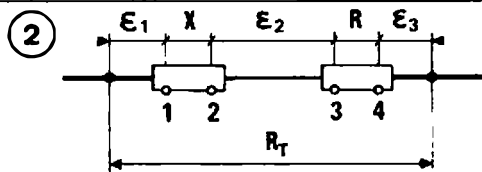
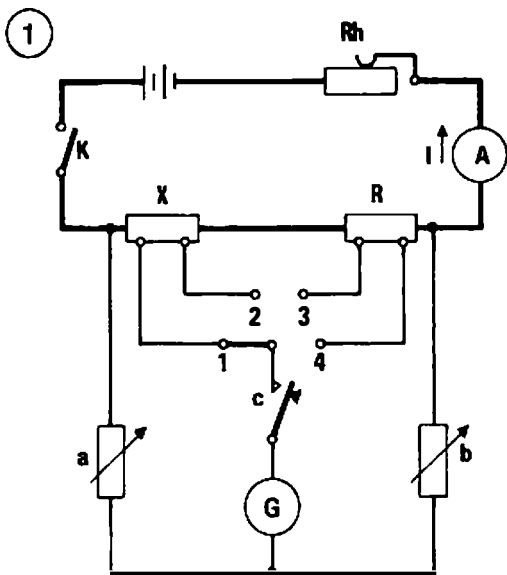
Puisque les erreurs de constructions  $\frac{\Delta R_1}{R_1}$  et  $\frac{\Delta a}{a}$  sont identiques, si l'on tient compte de l'erreur de sensibilité ε, dans les deux mesures, la limite supérieure de l'incertitude est :

$$\frac{\Delta X}{X} \leq \frac{\Delta R}{R} + \frac{a}{R_1 + a} \left[ 2 \frac{\Delta R_1}{R_1} \right] + 2 \epsilon$$

Cette relation montre que la précision de la mesure est d'autant plus élevée que la valeur a est faible donc que R'<sub>1</sub> est proche de R<sub>1</sub> et X proche de R.

Si a = 0, R'<sub>1</sub> = R<sub>1</sub> et X = R.

L'erreur se limite alors à l'erreur de construction sur la résistance étalon R.



## MESURE DE TRÈS FAIBLES RÉSISTANCES

Le pont de Hockin-Mathiesen, dérivé du pont de Wheatstone, permet la mesure de très faibles résistances.

**Schéma** (fig. 1).

### Équations d'équilibre.

L'équilibre du détecteur est réalisé pour quatre points de mesure différents à l'aide des résistances  $a$  et  $b$  variables. Celles-ci satisfont la condition

$$a + b = k = \text{constante}$$

$$\epsilon_1 + X - \epsilon_2 + R - \epsilon_3 = R_T$$

Voir détails du circuit (fig. 2).

● 1<sup>re</sup> mesure : Le galvanomètre étant connecté en 1, l'équilibre est réalisé pour les valeurs  $a_1$  et  $b_1$  des résistances variables avec  $a_1 + b_1 = k$ .

$$\frac{a_1}{b_1} = \frac{\epsilon_1}{R_T - \epsilon_1} \rightarrow \frac{a_1}{a_1 + b_1} = \frac{\epsilon_1}{R_T} \quad (1)$$

● 2<sup>e</sup> mesure : Le galvanomètre étant connecté en 2, l'équilibre est réalisé pour les valeurs  $a_2$  et  $b_2$  des résistances variables avec  $a_2 + b_2 = k$ .

$$\frac{a_2}{b_2} = \frac{\epsilon_1 + X}{R_T - (X - \epsilon_1)} \rightarrow \frac{a_2}{a_2 + b_2} = \frac{\epsilon_1 + X}{R_T} \quad (2)$$

On obtient successivement :

● 3<sup>e</sup> mesure :

$$\frac{a_3}{b_3} = \frac{\epsilon_1 + X + \epsilon_2}{R_T - (\epsilon_1 + X + \epsilon_2)} \rightarrow \frac{a_3}{a_3 + b_3} = \frac{\epsilon_1 + X + \epsilon_2}{R_T} \quad (3)$$

● 4<sup>e</sup> mesure :

$$\frac{a_4}{b_4} = \frac{\epsilon_1 + X + \epsilon_2 + R}{R_T - (\epsilon_1 + X + \epsilon_2 + R)} \rightarrow \frac{a_4}{a_4 + b_4} = \frac{\epsilon_1 + X + \epsilon_2 + R}{R_T} \quad (4)$$

Les relations (1) et (2) puis (3) et (4) permettent d'écrire :

$$\frac{a_2}{k} = \frac{a_1}{k} + \frac{X}{R_T} \rightarrow \frac{X}{R_T} = \frac{a_2 - a_1}{k}$$

$$\frac{a_3}{k} = \frac{a_2}{k} + \frac{R}{R_T} \rightarrow \frac{R}{R_T} = \frac{a_3 - a_2}{k}$$

$$\frac{X}{R} = \frac{a_2 - a_1}{a_3 - a_2} \rightarrow X = R \frac{a_2 - a_1}{a_3 - a_2}$$

### Manipulation.

Après la fermeture de l'interrupteur  $K$ , le courant  $I$  est réglé à une valeur inférieure au courant nominal de la résistance étalon  $R$  et la résistance à mesurer.

De brèves impulsions sur la clé à pousoir  $C$  permettront de repérer sur le galvanomètre l'approche de l'équilibre qui est réalisé par la variation des résistances  $a$  et  $b$ .

La condition,  $a + b = \text{constante}$ , peut être réalisée aisément par l'utilisation de boîtes jumelées ou par l'emploi de boîtes à fiches : avant la mesure toutes les fiches d'une boîte sont ôtées, toutes les fiches de l'autre boîte sont enfoncées; le réglage s'effectue en transportant les fiches d'une boîte à l'autre.

Après chaque équilibre on vérifie l'erreur de sensibilité en provoquant une variation  $\Delta a$  de  $a$

$$\epsilon_s = \Delta a / a$$

### Incertitude de la mesure.

$$\frac{dX}{X} = \frac{dR}{R} + \frac{d(a_2 - a_1)}{a_2 - a_1} - \frac{d(a_3 - a_2)}{a_3 - a_2}$$

Si on passe à la limite supérieure de l'erreur les remarques suivantes sont nécessaires.

1<sup>er</sup>. La boîte de résistance  $a$  est toujours la même pendant les mesures par conséquent la précision de la différence des résistances  $(a_2 - a_1)$  doit rester dans les limites fixées par la classe de précision de la boîte de résistances  $a$ . Il vient :

$$\frac{\Delta(a_2 - a_1)}{a_2 - a_1} = \frac{\Delta a}{a}$$

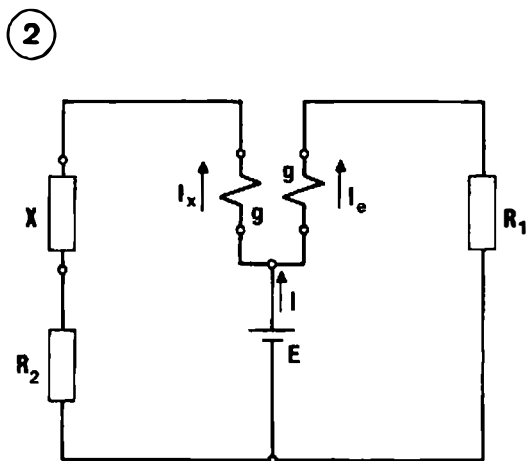
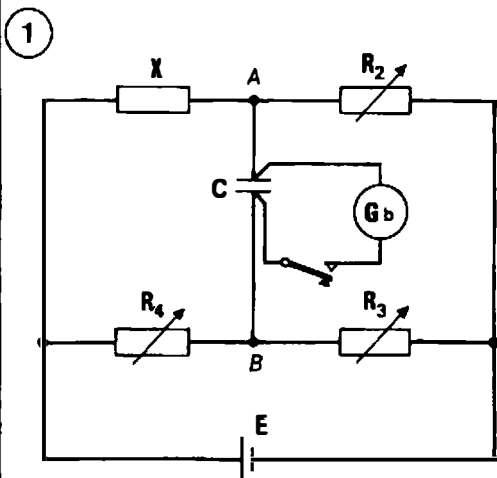
Le même raisonnement appliqué à la différence  $(a_3 - a_2)$  donne :

$$\frac{\Delta(a_3 - a_2)}{a_3 - a_2} = \frac{\Delta a}{a}$$

2<sup>e</sup>. La détermination de  $X$  nécessite quatre équilibres, par conséquent quatre erreurs de sensibilité viennent augmenter l'incertitude.

On obtient :

$$\frac{\Delta X}{X} \leq \frac{\Delta R}{R} + 2 \frac{\Delta a}{a} + 4 \epsilon_s$$



**MÉGOHMMÈTRE À PONT**

Le mégohmmètre à pont est destiné à la mesure de très grandes résistances.

**Principe. Schéma** (fig. 1).

Dans un pont de Wheatstone lorsque l'on mesure des résistances moyennes, les parasites, la résistance interne du détecteur ne perturbent pas la recherche de l'équilibre. Ce n'est plus le cas lorsque les branches du pont sont de valeur très élevées (Mégohmmètre). On préfère alors travailler avec un détecteur tension : une capacité C de très bonne qualité est un détecteur de résistance interne infinie, en effet elle développe, chargée, une tension V égale et opposée à la tension V<sub>AB</sub> de déséquilibre.

$$V = \frac{q}{C} \rightarrow V_{AB} - V = 0.$$

Il est évident que la charge de la capacité n'étant pas instantanée, la recherche de l'équilibre peut réclamer un certain temps. Soulignons par ailleurs que la capacité joue aussi un rôle d'intégrateur : q = i.t, i étant le courant de déséquilibre.

Le galvanomètre balistique permet par des tops espacés de vérifier la quantité d'électricité emmagasinée par le condensateur. L'équilibre sera réalisé lorsque la charge sera nulle.

q = 0 entraîne V = V<sub>AB</sub> = 0, on obtient :

$$X \cdot R_3 = R_2 \cdot R_4 \rightarrow X = R_4 \frac{R_2}{R_3}$$

*Remarque :* Si les branches du pont ont les valeurs, R<sub>4</sub> = R<sub>2</sub> = 1 MΩ, R<sub>3</sub> = 10 KΩ. Une résistance X de 100 MΩ peut être mesurée.

**OHMMÈTRE À DEUX CADRES**

Cet ohmmètre du type logomètre permet la mesure de très grandes résistances par lecture directe.

**Schéma** (fig. 2).

**Principe.** Voir (M<sub>A</sub> 31).

La rotation de l'équipage mobile et par suite la déviation est fonction du rapport des courants I<sub>e</sub> et I<sub>x</sub>

$$\alpha = K \left( \frac{I_x}{I_e} \right)$$

$$I_e = \frac{E}{R_1 + g} \quad I_x = \frac{E}{R_2 + X + g}$$

g représente la résistance d'un cadre. Si par construction g est beaucoup plus faible que R<sub>1</sub> ou R<sub>2</sub> il vient :

$$I_e = \frac{E}{R_1} \cdot I_x = \frac{E}{R_2 + X}$$

$$\frac{I_x}{I_e} = \frac{R_1}{R_2 + X} \text{ donc } \alpha = K \left( \frac{R_1}{R_2 + X} \right)$$

Et α = f(X)

L'étalonnage de l'appareil utilise la méthode directe, où X est une résistance étalon réglable.

**Applications.**

L'ohmmètre à deux cadres est utilisé pour la mesure de résistances d'isolement sur les chantiers : le générateur E est alors une magnéto actionnée par une manivelle. Les variations de E ne perturbent pas les mesures puisque le rapport  $\frac{I_x}{I_e}$  est indépendant de la f.e.m.

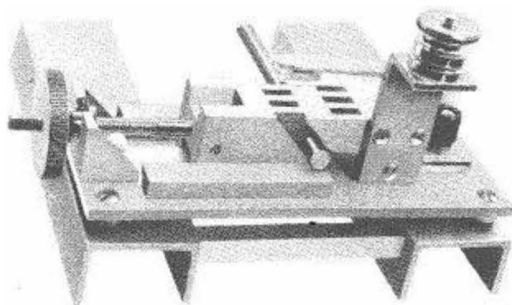
Le choix de R<sub>1</sub> et R<sub>2</sub> permet d'affecter la lecture d'un coefficient multiplicateur.

1



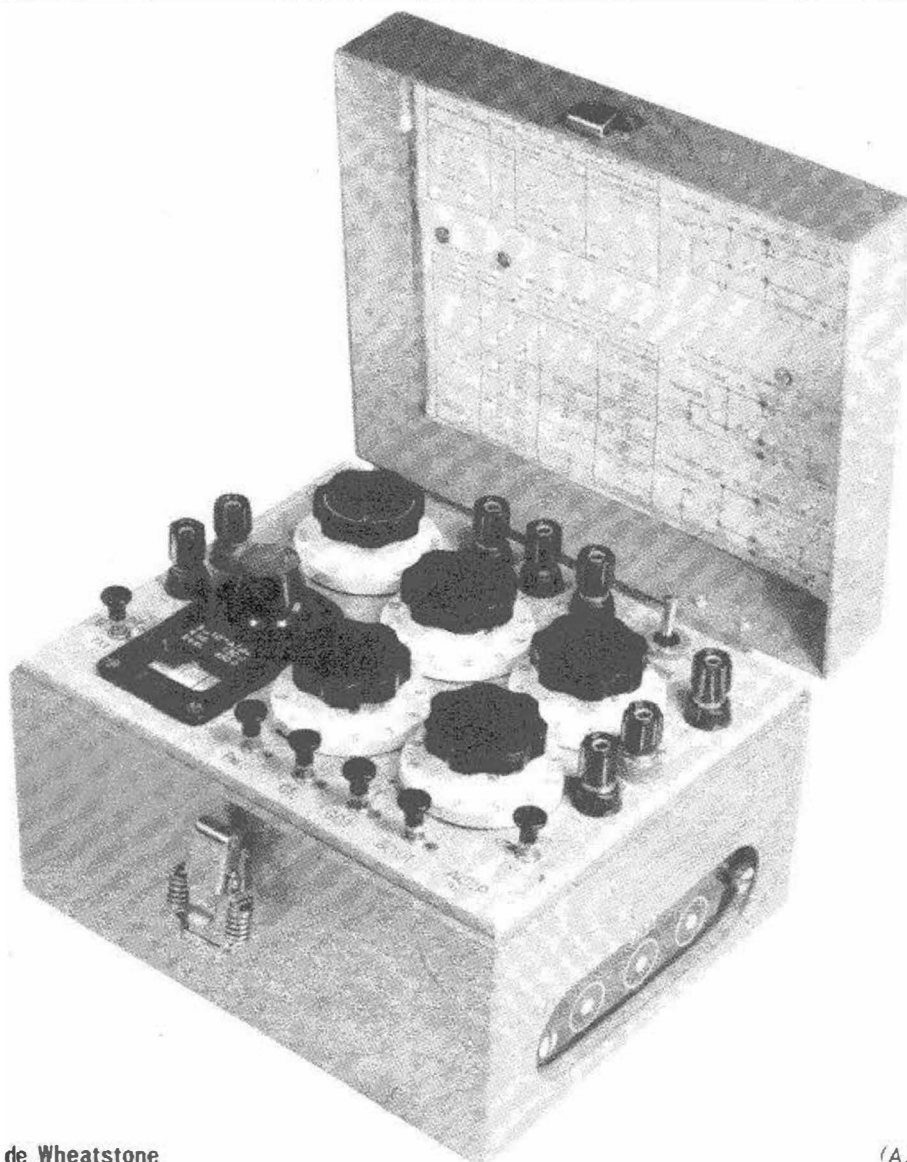
Ohmmètre numérique (Chauvin-Arnoux)

2



Mors de serrage (A.O.I.P.)

3



Pont de Wheatstone

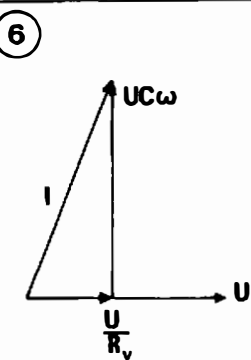
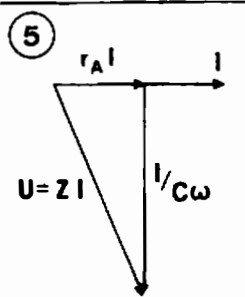
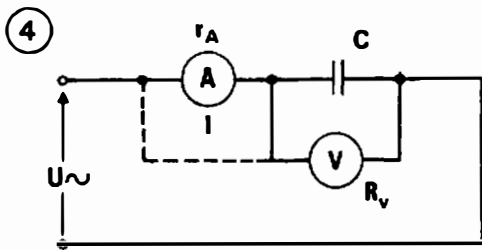
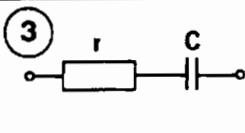
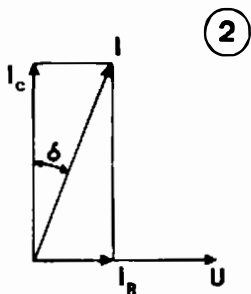
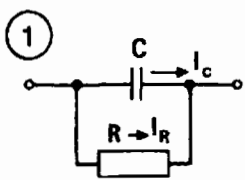
(A.O.I.P.)





# MESURE DES IMPÉDANCES

# CONDENSATEURS ÉQUIVALENCES : PARALLÈLE, SÉRIE



### Équivalence parallèle (fig. 1).

La résistance en parallèle représente les pertes.

Le diagramme des courants (fig. 2) permet de définir l'angle de perte  $\delta$  du condensateur.

$$tg \delta = \frac{I_R}{I_C} = \frac{U}{R} : UC\omega \quad \boxed{tg \delta = \frac{1}{RC\omega}}$$

Le déphasage courant-tension n'est pas  $\frac{\pi}{2}$  mais  $(\frac{\pi}{2} - \delta)$

### Équivalence série (fig. 3).

Les pertes sont représentées ici par une résistance série.

$$\boxed{tg \delta = rC\omega}$$

Remarque. Ces deux équivalences trouveront une application lors de l'étude des ponts en alternatif.

## MESURE DE CONDENSATEURS

### Montage volt-ampèremétrique.

La mesure a lieu en courant alternatif et ne s'applique qu'aux condensateurs non polarisés. Suivant les impédances de ces derniers on utilisera le montage amont ou aval (fig. 4).

$$Z = \frac{U}{I} \text{ avec } Z = \frac{1}{C\omega} \rightarrow C = \frac{1}{U \cdot \omega}$$

### Correction de l'erreur systématique.

**Montage amont.** Le diagramme des courants fig. 5 permet d'établir.

$$\frac{I^2}{C^2\omega^2} = Z^2I^2 - r_A^2I^2$$

$$C = \frac{1}{\omega} \cdot \frac{1}{\sqrt{Z^2I^2 - r_A^2I^2}}, \text{ mais } Z = \frac{U}{I} :$$

$$C = \frac{1}{\omega} \cdot \frac{1}{\sqrt{U^2 - r_A^2I^2}}$$

$$\text{si } r_A I \ll U \rightarrow C \approx \frac{1}{U\omega}$$

**Montage aval.** Le diagramme des tensions fig. 6 permet d'établir.

$$U^2C^2\omega^2 = I^2 - \frac{U^2}{R_V^2}$$

$$C = \frac{1}{U\omega} \sqrt{I^2 - \frac{U^2}{R_V^2}}$$

$$\text{si } \frac{U}{R_V} \ll I \rightarrow C \approx \frac{1}{U\omega}$$

Remarque. Dans ce montage on suppose le condensateur sans pertes.

## GÉNÉRALITÉS

Un condensateur électrique est défini par sa capacité c'est-à-dire le rapport de sa charge électrique sur sa différence de potentiel. L'unité de capacité est le farad.

### Relations utilisées.

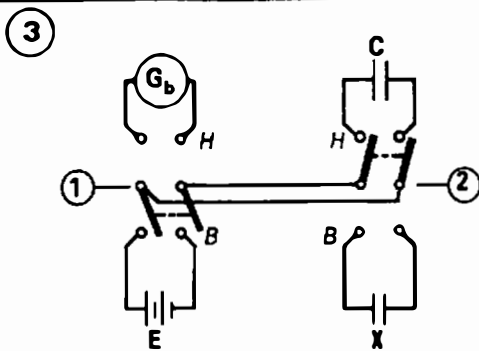
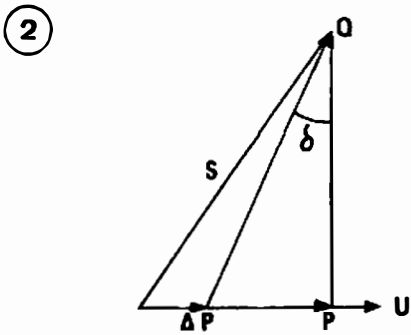
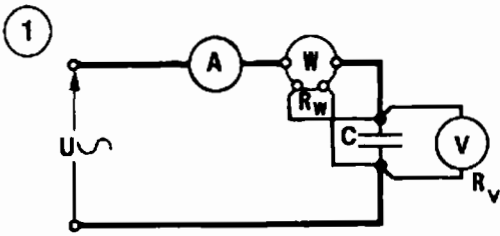
$$\frac{Z = U/I}{\Omega | V/A}$$

$$\frac{C = I/U \cdot \omega}{F | A/V | rd/s}$$

Chargé, un condensateur est un interrupteur ouvert en courant continu. En courant alternatif il présente une impédance  $Z = \frac{1}{C\omega}$  et déphase le courant de  $\pi/2$  en avant de la tension.

En réalité un condensateur réel n'est jamais parfait et on appelle pertes d'un condensateur l'énergie active dissipée consécutivement aux fuites d'isolement et aux pertes dues à l'hystérésis diélectrique.

Deux équivalences électriques permettent de figurer un condensateur réel.



**Montage wattmétrique (fig. 1).**

Ce montage utilisé en courant alternatif permet la mesure rapide de la capacité et des pertes d'un condensateur.

On obtient successivement :

P. Valeur lue au wattmètre

S. Produit des lectures U et I

ΔP. Puissance absorbée par les enroulements tensions du voltmètre (R<sub>v</sub>) et du wattmètre (R<sub>w</sub>)

$$\Delta P = \frac{U^2}{R_v} + \frac{U^2}{R_w}$$

Le diagramme des puissances (fig. 2) permet de définir :

$$Q = \sqrt{S^2 - P^2} = U^2 C \omega$$

$$C = \frac{\sqrt{S^2 - P^2}}{U^2 \omega}$$

Les pertes intéressant le condensateur sont P - ΔP.

$$\text{tg } \delta = \frac{P - \Delta P}{Q} = \frac{P - \Delta P}{\sqrt{S^2 - P^2}}$$

*Remarque.* Les condensateurs n'absorbent qu'une puissance active très faible ce qui nécessite l'emploi de wattmètres spéciaux : wattmètre à cos φ 0,1 par exemple. Dans ces appareils, le couple de déviation maximum est obtenu lorsque le cos φ du circuit est égal à 0,1.

**Mesure par comparaison. (fig. 3).**

A l'aide d'un galvanomètre balistique on compare les charges emmagasinées par un condensateur étalon C et le condensateur X lorsqu'ils sont alimentés sous une tension continue constante.

• 1<sup>o</sup> Le commutateur (2) est en position H, le commutateur (1) est en position B, le condensateur C se charge sous la tension E : Q<sub>c</sub> = CE. Lorsque le commutateur (1) passe en position H le condensateur C se décharge dans le galvanomètre balistique provoquant une élévation θ<sub>c</sub>.

$$CE = k \cdot \theta_c$$

• 2<sup>o</sup> Le commutateur (2) est en position B, le commutateur (1) est en position B. On recommence le processus cité en 1<sup>o</sup>. Le condensateur X se charge puis se décharge.

$$X \cdot E = k \cdot \theta_x$$

Il vient :

$$\frac{X}{C} = \frac{\theta_x}{\theta_c} \rightarrow X = C \cdot \frac{\theta_x}{\theta_c}$$

**Meilleures conditions de mesure.**

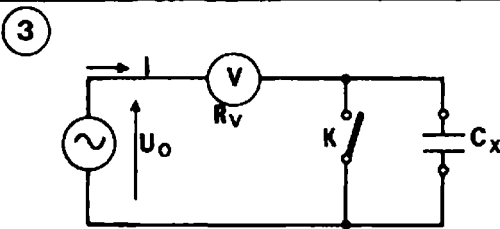
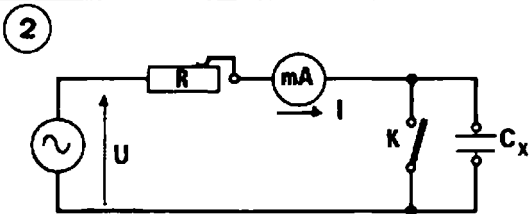
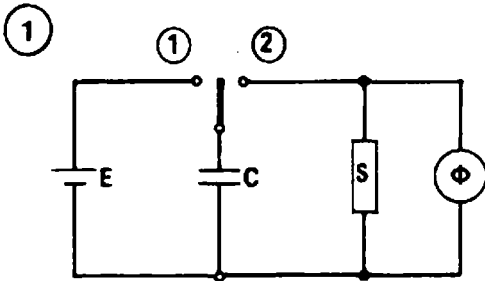
Les condensateurs X et C doivent être sensiblement de même valeur. Une première mesure, permet d'évaluer X puis de choisir C.

La manœuvre du commutateur (1) doit être rapide de façon à éviter toute décharge parasite.

*Remarque :* La mesure par comparaison permet de définir si le condensateur X est à fortes ou faibles pertes.

Une 1<sup>re</sup> mesure avec manœuvre rapide du commutateur (1) détermine une élévation θ<sub>1</sub> au galvanomètre balistique.

La 2<sup>e</sup> mesure consiste à ouvrir le commutateur et à attendre un certain temps avant de passer en position H, soit θ<sub>2</sub> la seconde élévation. Si θ<sub>1</sub> > θ<sub>2</sub> le condensateur est à fortes pertes, en effet il s'est déchargé pendant le temps Δt dans sa propre résistance de fuite.



4

C (en nF)	0,5	1	1,5	2	3	4
U (en V)	15,7	30	42,7	53,2	68,7	78,5

**Mesure au fluxmètre (fig. 1).**

Le fluxmètre fonctionne en coulombmètre. (Voir M<sub>A</sub> 35).

• Le commutateur est en position (1), la capacité C se charge sous la tension connue E.

$$Q = C \cdot E$$

• Le commutateur est en position (2), la capacité C se décharge dans le fluxmètre shunté.

$$Q = \frac{k}{S} \theta \rightarrow CE = \frac{k}{S} \theta$$

$$C = \frac{k \cdot \theta}{S \cdot E}$$

**Capacimètre.**

Le capacimètre est un appareil spécialisé permettant de mesurer des condensateurs par lecture directe. On peut utiliser

indifféremment un voltmètre ou un milliampèremètre.

**Cas du milliampèremètre (fig. 2).**

1° L'interrupteur K est fermé.

$$I_0 = \frac{U}{R}$$

2° L'interrupteur K est ouvert.

$$I_c = \frac{U}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{C^2 \omega^2}}}$$

Tous calculs faits il vient :

$$C = \frac{1}{R \omega \sqrt{\frac{I_0^2}{I_c^2} - 1}}$$

• Si I<sub>0</sub> est fixé il est possible de graduer l'échelle du milliampèremètre en valeurs de capacités.

• L'échelle du milliampèremètre peut être étalonnée expérimentalement C<sub>x</sub> est alors remplacé par des capacités de différentes valeurs.

**Cas du voltmètre (fig. 3).**

• L'interrupteur K étant fermé, l'indication U du voltmètre définie par son calibre est U<sub>0</sub> ; U<sub>0</sub> est maintenu constant.

• L'interrupteur K étant ouvert, on déduit :

$$I = \frac{U_0}{\sqrt{R_v^2 + \frac{1}{C^2 \omega^2}}} \text{ et } U = R_v I$$

d'où :

$$C = \frac{U}{\omega R_v \sqrt{U_0^2 - U^2}} \text{ ou } U = U_0 \cdot \frac{C \omega R_v}{\sqrt{1 + C^2 \omega^2 R_v^2}}$$

Exemple : Voltmètre de calibre 100 V, résistance R<sub>v</sub> = 1 MΩ.

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \times 50 = 314 \text{ rd/s.}$$

On obtient le tableau d'étalonnage fig. 4.

**Changement de calibre :**

Le calibre en volts étant toujours U<sub>0</sub>, le changement de calibre en capacimètre est obtenu par modification de la résistance R<sub>v</sub> du voltmètre en plaçant à ses bornes une résistance r.

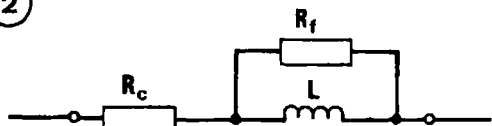
La déviation du voltmètre est alors :

$$U = U_0 \frac{C \omega R'_v}{\sqrt{1 + C^2 \omega^2 R_v'^2}} \text{ avec } R'_v = \frac{r R_v}{r + R_v}$$

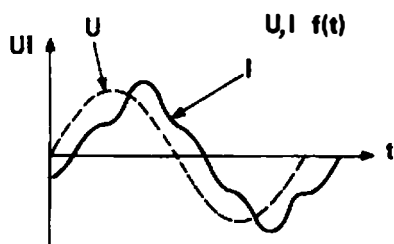
①



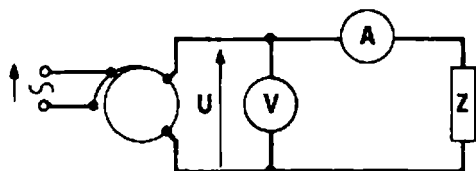
②



③



④



**GÉNÉRALITÉS**

Une bobine parcourue par un courant variable est le siège d'une F.E.M d'auto-induction. Celle-ci est d'autant plus élevée que le coefficient d'autoinduction ou inductance L est important. Suivant que la bobine est avec ou sans fer, l'équivalence électrique est diverse.

**Relations utilisées.**

$$Z = U/I$$

Ω	V	A
---	---	---

$$Z = \sqrt{R^2 + L^2 \omega^2}$$

Ω	Ω	H	rd/s
---	---	---	------

**Bobine sans fer (fig. 1).**

Le schéma équivalent représente disposées en série, la résistance ohmique R<sub>c</sub> et l'inductance L de l'enroulement. L'impédance d'une telle bobine est définie par la relation :

$$Z = \sqrt{R_c^2 + L^2 \omega^2} \text{ et } L = \frac{1}{\omega} \sqrt{Z^2 - R_c^2}$$

Dans une bobine sans fer, L reste une

constante quelle que soit l'intensité circulant dans l'enroulement.

**Bobine avec fer (fig. 2).**

Une résistance supplémentaire R<sub>f</sub> en parallèle aux bornes fictives de l'inductance L figure la puissance active dissipée, correspondant aux pertes fer : pertes par hystérésis magnétique, pertes par courants de Foucault. R<sub>f</sub> est à considérer aux bornes de L car ces pertes dépendent de l'induction et de la fréquence.

Pertes fer = Pertes par hystérésis + Pertes par courants de Foucault.

Pertes par hystérésis : P<sub>H</sub> ~ K<sub>1</sub> . f . B<sup>2</sup>

Pertes par courants de Foucault :

$$P_F = K_2 . f^2 . B^2$$

Dans une bobine avec fer, l'inductance L est fonction de l'état d'induction du circuit magnétique : A la saturation en particulier L devient très faible. Par conséquent la définition d'une inductance avec fer doit toujours être suivie de la valeur du courant ayant servi au cours de l'essai.

Remarque: Dans les circuits comportant des inductances avec fer, si la tension est sinusoïdale, l'intensité ne l'est pas. La fig. 3 montre la sinusoïde intensité déformée par l'harmonique 3. Les ampèremètres du type à cadre mobile et redresseurs ne conviennent plus pour donner la valeur efficace du courant. Seuls les appareils thermiques et à un degré moindre, les appareils électrodynamiques, électromagnétiques ou ferromagnétiques sont susceptibles d'en donner l'indication exacte.

**MESURE D'INDUCTANCES**

**Inductance sans fer (fig. 4).**

Deux mesures sont nécessaires.

1° Une mesure en courant continu permet de définir R<sub>c</sub>. Les méthodes utilisées sont : montage volt-ampèremétrique, mesure par comparaison, pont de Wheatstone industriel.

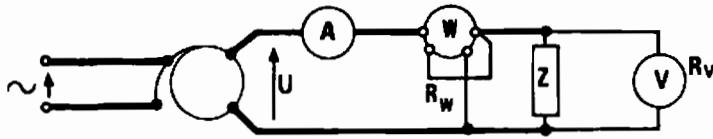
2° Une mesure en courant alternatif permet de définir l'impédance Z de la bobine. La valeur de Z conditionne le type de montage (amont ou aval).

$$\text{On obtient : } Z = \frac{U}{I}$$

En considérant comme négligeables les consommations d'appareils.

$$L = \frac{1}{\omega} \sqrt{Z^2 - R^2} \text{ avec } \omega = 2\pi f.$$

1

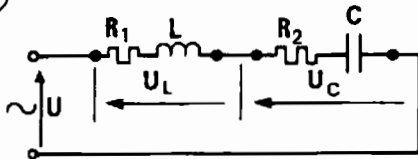


résis, courants de Foucault et de la puissance consommée par les appareils.

• Puissance consommée par les appareils :

$$\Delta P = \frac{U^2}{R_W} + \frac{U^2}{R_V}$$

2



• Puissance dissipée par effet Joule :

$$P_J = R_c \cdot I^2$$

• Les pertes fer sont :

$$P_f = P_{lue} - (P_J + \Delta P)$$

**Coefficient de qualité Q.**

On appelle coefficient de qualité d'une impédance quelconque le rapport de la réactance sur la résistance.

Réactance inductive.  $Q = L\omega/R$ .

Réactance capacitive. Si l'équivalence adoptée est série :  $Q = 1/C\omega R$ .

**Coefficient de surtension (fig. 2).**

Dans un circuit inductance, capacitance, résistance, le coefficient de surtension est le rapport de la tension aux bornes de chaque élément réactif sur la tension d'alimentation lorsque l'on atteint la pulsation de résonance  $\omega_0$ . En réalité on ne peut jamais dans une bobine par exemple, dissocier la résistance de l'inductance. Toutefois si le coefficient de qualité de chaque dipôle est grand,  $Q > 100$ , on peut confondre coefficient de surtension et de qualité.

A la résonance :

$$\frac{U_L}{U} = \frac{U_C}{U} = \frac{L\omega_0}{R_1} = \frac{1}{C\omega_0 R_2}$$

**Q-mètre (fig. 3).**

Le Q mètre est un appareil spécialisé qui permet de mesurer la réactance et le coefficient de qualité d'un dipôle, il utilise les propriétés de la résonance.

Principe. Pour une fréquence déterminée, U restant constant, si C varie, la résonance est réalisée pour  $LC\omega_0^2 = 1$  : La tension V passe par un maximum. On lit alors les valeurs de V et de C. On en déduit :  $Q = V/U$  et  $L = 1/C\omega^2$ .

**Inductance avec fer (fig. 1).**

La méthode précédente ne peut être appliquée; en effet la présence du circuit magnétique introduit, lors de la mesure en courant alternatif, des pertes supplémentaires qui modifient la résistance  $R_c$ . Pour obtenir une précision correcte, il faut réaliser une mesure de puissances active et apparente.

Principe. Lorsque U atteint la tension d'essai, on mesure :

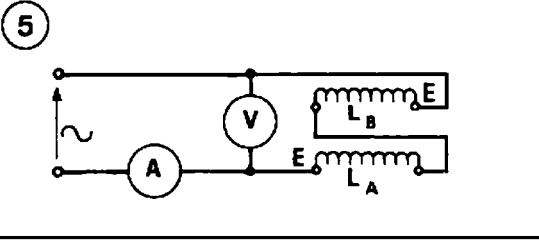
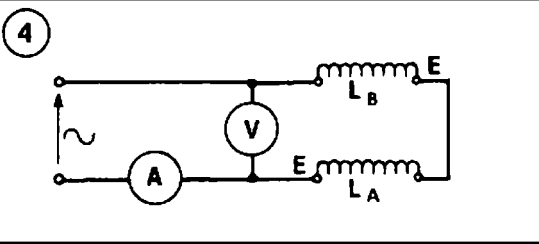
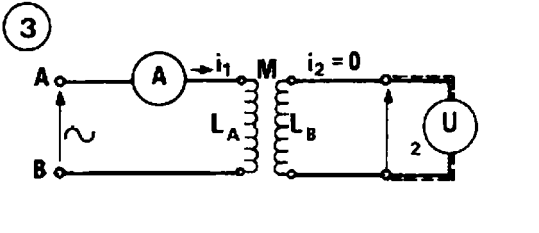
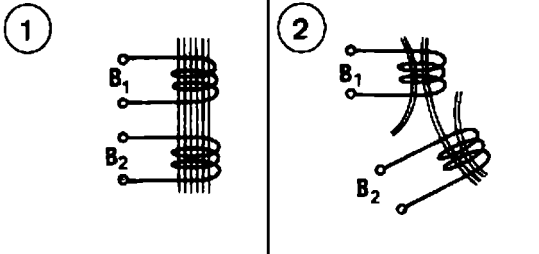
• Au wattmètre, la puissance totale absorbée,  $P_{lue}$ .

• A l'ampèremètre et au voltmètre, la puissance apparente,  $S = U \cdot I$ .

$$Q = \sqrt{S^2 - P_{lue}^2} \rightarrow L \approx \frac{U^2}{Q \omega}$$

**Calcul des pertes fer.**

La méthode permet de définir les pertes fer si l'on connaît la résistance  $R_c$  de la bobine. En effet la puissance lue est la somme des pertes : Joule, par hysté-



Le coefficient de mutuelle induction représente le degré de couplage magnétique existant entre deux bobines.

**Couplage parfait (fig. 1).**

Tout le flux émis par B<sub>1</sub> est embrassé par B<sub>2</sub> et réciproquement.

**Couplage imparfait (fig. 2).**

Seule une partie du flux émis par B<sub>1</sub> est embrassée par B<sub>2</sub> et réciproquement.

Les inductances mutuelles sont définies en Henry. Elles peuvent être mesurées par des méthodes industrielles ou si la précision l'exige, par des méthodes de pont.

**1<sup>re</sup> méthode industrielle.**

**Principe. Schéma (fig. 3).**

Le circuit secondaire étant ouvert (i<sub>2</sub> = 0), à ses bornes apparaît une f.e.m. de valeur instantanée :

$$e_2 = -M \frac{di_1}{dt}$$

Si  $i_1 = I_1 \sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi)$   
 $e_2 = M \omega I_1 \sqrt{2} \sin(\omega t + \varphi)$   
 En valeur efficace  $E_2 = M \omega I_1$

d'où  $M = \frac{E_2}{\omega I_1}$

Si le voltmètre mesurant E<sub>2</sub> est de grande impédance interne on peut admettre que l'hypothèse, i<sub>2</sub> = 0 est respectée. Il suffit donc d'appliquer une tension sinusoïdale aux points A et B et de mesurer I<sub>1</sub> et E<sub>2</sub>.

**2<sup>e</sup> méthode industrielle.**

Soient L<sub>A</sub>, L<sub>B</sub> les coefficients d'autoinduction de chaque bobine, R leur résistance totale et M leur coefficient d'induction mutuelle. Deux mesures sont nécessaires :

**1<sup>re</sup> mesure (fig. 4).**

Le flux d'induction mutuelle de chaque bobine s'ajoute à son flux propre. Le flux total embrassé par l'ensemble des deux bobines est :

$$\Phi_1 = (L_A i_1 + M i_1) + (L_B i_1 + M i_1)$$

L'inductance de l'ensemble des deux bobines est : L<sub>1</sub> = L<sub>A</sub> + L<sub>B</sub> + 2M. (1)

Avec :  $L_1 = \frac{1}{\omega} \sqrt{\left(\frac{U_1}{I_1}\right)^2 - R^2}$

**2<sup>e</sup> mesure (fig. 5).**

Le flux d'induction mutuelle de chaque bobine est opposé à son flux propre : la bobine B a ses entrée et sortie croisées. Le flux total embrassé par l'ensemble des deux bobines est :

$$\Phi_2 = (L_A i_2 - M i_2) + (L_B i_2 - M i_2)$$

L'inductance de l'ensemble des deux bobines est L<sub>2</sub> = L<sub>A</sub> + L<sub>B</sub> - 2M (2).

Avec :  $L_2 = \frac{1}{\omega} \sqrt{\left(\frac{U_2}{I_2}\right)^2 - R^2}$

Si l'on fait la différence des expressions (1) et (2) il vient :

(1) - (2) →  $M = \frac{L_1 - L_2}{4}$

**Manipulation.**

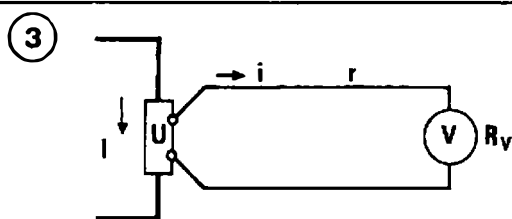
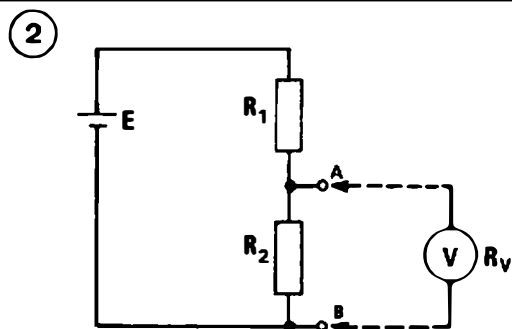
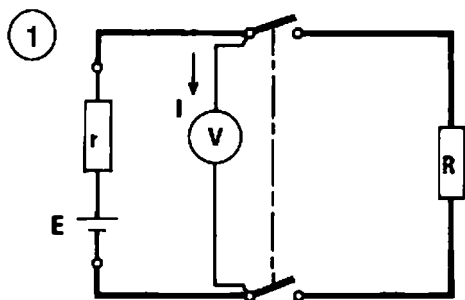
Le circuit est alimenté en courant alternatif et la tension d'entrée est ajustée à l'aide d'un alternostat.

A priori rien ne peut indiquer si le montage est à flux additif ou soustractif, cette détermination résultera de la Mesure : c'est le rapport U/I le plus élevé qui précisera qu'un des deux montages est additif.





**MESURE DES TENSIONS  
ET DES INTENSITÉS**



MESURE DE F.E.M.

Par définition la f.e.m. d'un générateur est la tension développée par ce dernier lorsque le courant débité est nul.

**Méthode directe** (fig. 1).

Le récepteur R étant isolé à l'aide d'un interrupteur un voltmètre de très grande résistance interne mesure la tension développée par le générateur. Il vient :  $E = U + rI$

Le courant I étant très faible, si la résistance interne r du générateur est faible, le terme r.I peut être considéré comme négligeable et :  $U \approx E$

Remarque 1. L'incertitude de la mesure résultant de la classe de précision de l'appareil utilisé reste grande.

Remarque 2. Un phénomène de polarisation, lorsqu'on utilise des générateurs chimiques, peut apparaître, accroissant anormalement la résistance interne du générateur et faussant par suite les résultats.

**Conclusions.**

La méthode de mesure directe de forces électromotrices est utilisée en courant continu et en courant alternatif dans tous les cas où une grande précision n'est pas nécessaire. Pour des mesures de laboratoire on a recours à des méthodes plus fines.

MESURE DE TENSIONS

Une tension continue ou alternative peut être mesurée directement à l'aide d'un appareil indicateur : voltmètre à déviation, voltmètre à affichage numérique, oscilloscope, etc. La précision des résultats est fonction de la classe des appareils utilisés et de l'erreur systématique due aux impédances respectives du circuit à mesurer et du voltmètre.

Exemple 1: soit à mesurer la d.d.p. entre les deux points A et B du circuit fig. 2.

Le théorème de Thevenin permet de figurer le schéma équivalent avec :

$U_0$ . Tension à vide (rien n'est connecté aux bornes A, B).

$R_1$ . Impédance mesurée à partir des bornes A, B, les sources étant court circuitées.

$R_v$ . Impédance du voltmètre.

$$(1) \quad U_0 = \frac{E \cdot R_2}{R_1 + R_2}, \quad R_1 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$(2) \quad U_{\text{mesure}} = \frac{U_0 \cdot R_v}{R_1 + R_v}$$

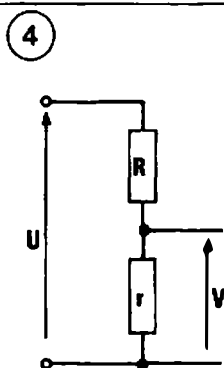
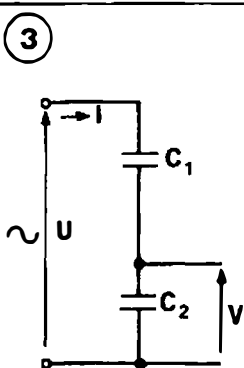
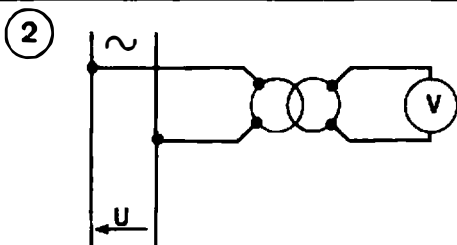
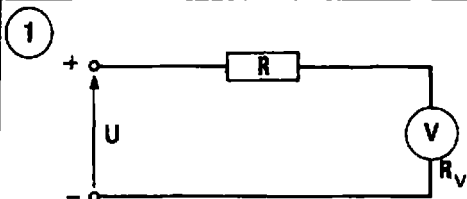
Pour que U mesure soit sensiblement égal à  $U_0$ ,  $R_v$  doit être beaucoup plus grand que  $R_1$ .

Exemple 2 (fig. 3).

Soit à mesurer la d.d.p. aux bornes d'un shunt à l'aide d'un millivoltmètre de résistance interne  $R_v$ , les impératifs techniques imposant une distance relativement grande entre appareil de mesure et shunt. Dans de telles conditions les cordons de résistance r introduisent une erreur systématique : en effet si U est la tension aux bornes du shunt, le millivoltmètre n'indique que la valeur V. On peut établir que :

$$V = R_v \cdot i \text{ avec } i = \frac{U}{R_v + r} \text{ donc}$$

$$V = U \cdot \frac{R_v}{R_v + r}$$



Pour que  $V$  soit sensiblement égal à  $U$  le rapport  $\frac{R_v}{R_v + r}$  doit être égal à 1, ce qui impose  $R_v \gg r$ .

L'erreur systématique peut être négligée si  $R_v > 1000 r$ , sinon une correction doit être apportée.

Il vient : 
$$U = V \cdot \frac{R_v + r}{R_v}$$

**Conclusion.** L'erreur systématique engendrée lors de la mesure directe d'une tension est d'autant plus élevée que les rapports  $\frac{R_v}{R_1}$  ou  $\frac{R_v}{r}$  sont faibles. Il est bon avant toute mesure d'évaluer ces rapports même si la résistance interne des millivoltmètres et surtout des voltmètres actuels est très élevée.

On admet que les erreurs systématiques restent négligeables si,

$$\frac{R_v}{R_1} > 1000 \text{ et } \frac{R_v}{r} > 1000.$$

## ACCESSOIRES DE MESURE

### Résistances additionnelles.

Une résistance additionnelle insérée en série dans le circuit d'un voltmètre permet de réduire la tension à une valeur mesurable. Exemple (fig. 1.).

Puisque la tension lue au voltmètre est,  $V = U \frac{R_v}{R_v + R}$ , le coefficient multiplicateur  $m$  à lui appliquer est :

$$m = \frac{U}{V} = \frac{U}{U \cdot \frac{R_v}{R_v + R}} = \frac{R_v + R}{R_v}$$

Généralement le constructeur livre avec le voltmètre un jeu de résistances additionnelles étalonnées.

### Transformateur de potentiel.

C'est un transformateur de tension dont le rapport de transformation ajusté de façon très précise permet d'abaisser la tension à une valeur mesurable : les T.P. ne fonctionnent qu'en courant alternatif.

Exemple (fig. 2).

Si  $V$  est la tension lue au voltmètre, le coefficient multiplicateur  $m$  à lui appliquer est :  $m = \frac{n_1}{n_2} \rightarrow U = m \cdot V$

### Réducteur capacitif (fig. 3).

$$\frac{1}{I} = \frac{1}{U\omega} \cdot \left[ \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \right] = \frac{1}{V\omega C_2}$$

Si  $m = \frac{U}{V}$ , il vient  $m = \frac{C_1 + C_2}{C_1}$

Ce type de réducteur est utilisé comme abaisseur de tension sur les réseaux alternatifs haute tension.

Il peut être utilisé en courant continu, sous réserve que l'appareil mesurant  $V$  soit du type électromètre : les capacités ne doivent pas avoir de fuites.

### Réducteur potentiométrique (fig. 4).

$$I = \frac{U}{R + r} = \frac{V}{r}$$

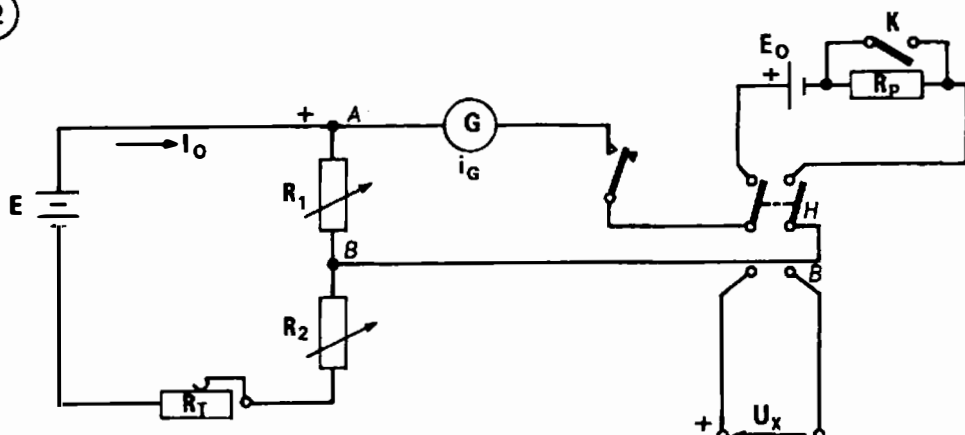
Si  $m = \frac{U}{V}$ ,  $m = \frac{R + r}{r}$

$U$  est connue :  $V = U \cdot \frac{r}{R + r} = \frac{U}{m}$

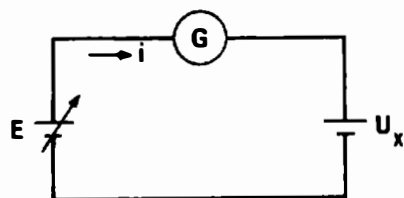
$V$  est connue :  $U = V \cdot \frac{R + r}{r} = V \cdot m$

Ce réducteur peut être utilisé en courant continu et sous réserve que les résistances n'aient aucune réactance en courant alternatif.

②



①



Encore appelée méthode potentiométrique cette mesure de laboratoire utilisée en courant continu permet de déterminer avec une très grande précision une d.d.p. ou une F.E.M.

### Principe (fig. 1).

On oppose la d.d.p. inconnue à une d.d.p. de référence ajustable. Lorsque le courant  $i_G$  est nul, équilibre du galvanomètre,  $U_x = E$ .

### Schéma de montage (fig. 2).

On distingue trois circuits.

- Un circuit taré encore appelé potentiomètre constitué de deux résistances  $R_1$ ,  $R_2$  dont la somme reste constante et une résistance de tarage  $R_T$ .
- Un circuit d'étalonnage constitué par une pile étalon  $E_0$ .
- Un circuit de mesure de la tension  $U_x$ .

### Analyse de la manipulation.

- $R_1$ ,  $R_2$  sont des boîtes de résistances ajustables dont la somme reste toujours constante :  $R_1 + R_2 = \text{constante}$  (boîtes à fiches par exemple).
- Le commutateur placé en position H permet de régler à l'aide de la résistance  $R_T$  le courant  $I_0$  dans le circuit.

A l'équilibre :  $I_0 = E_0 \cdot R_1$ .

Après tarage  $R_T$  ne doit plus être déréglée.

• Le commutateur en position B permet la mesure de  $U_x$  en ajustant  $R_1$  et  $R_2$ . Soit à l'équilibre du galvanomètre  $R'_1$  et  $R'_2$  les nouvelles valeurs de  $R_1$  et

$R_2$  avec :  $R'_1 + R'_2 = R_1 + R_2$

Puisque  $I_0$  n'a pas varié :

$$U_x = R'_1 \cdot I_0$$

$$U_x = \frac{R'_1 \cdot E_0}{R_1}$$

Généralement le courant  $I_0$  est choisi tel qu'il ait une valeur simple, puissance de 10 par exemple. Il ne doit pas être trop élevé (difficulté du réglage), il ne doit pas être trop faible (apparition de résistances de contacts parasites). Il est d'usage de fixer  $I_0$  tel que

$$10^{-5} \text{ A} \leq I_0 \leq 10^{-3} \text{ A}$$

La source alimentant le circuit de tarage est soit une alimentation stabilisée, soit une batterie travaillant dans la partie horizontale.

La résistance  $R_p$  est une résistance de protection limitant le débit de la pile. Elle est court-circuitée lorsque l'on est proche de l'équilibre.  $R_p = 1 \text{ M}\Omega$ .

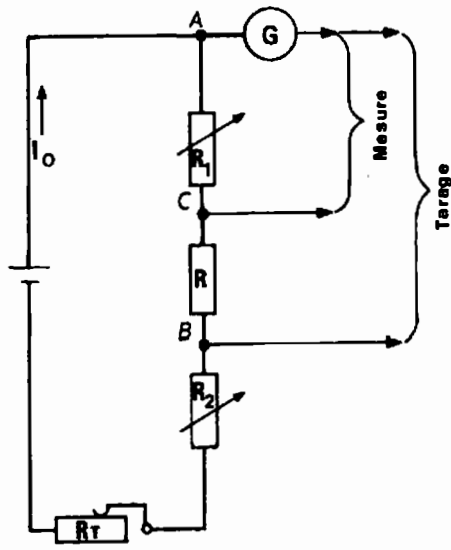
*Remarque.* Il peut arriver que l'équilibre soit impossible à réaliser : le galvanomètre dévie toujours dans le même sens par exemple.

Deux causes principales sont à retenir :

1° Les tensions ne sont pas en opposition.

2° Le circuit de tarage est coupé.

1



### Incertitude de la mesure.

$R'_1$  et  $R_1$  étant définies à partir de la même boîte de résistances elles ont une valeur commune  $R_1$  avec :  $R'_1 = R_1 \pm a$ .  
Un calcul d'erreur identique à celui effectué en M<sub>A</sub>71 donne.

$$\frac{\Delta U_x}{U_x} = \frac{\Delta E_0}{E_0} + 2 \frac{\Delta R_1}{R_1} \left[ \frac{a}{R_1 + a} \right] + 2 \varepsilon_s$$

Il y a deux erreurs de sensibilité  $\varepsilon_s$  car deux équilibres distincts sont effectués.

**Application 1.** Mesurer une F.E.M., de valeur :  $E_x \approx 1$  V.

### • Détermination des éléments

Choix de  $I_0$  :  $I_0 = 10^{-4}$  A

Choix de la pile étalon. On retiendra la pile Weston  $E_0 = 1,019$  V. Classe 1 ‰

Choix des résistances  $R_1$ ,  $R_2$  : ce sont des boîtes à fiches de valeur 11 111  $\Omega$  variant par bonds de 0,1  $\Omega$ . Classe 0,2 %.

Valeur de  $R_1$  :

$$R_1 = \frac{E_0}{I_0} = \frac{1,019}{10^{-4}} = 10\,190 \Omega$$

Valeur de  $R_2$  :

$$R_2 = 11\,111 - 10\,190 = 921 \Omega$$

avec  $R_1 + R_2 = 11\,111 \Omega$

Ordre de grandeur de  $R_T$  : si la tension E du circuit de tarage est 2 V la résistance totale du circuit de tarage est :

$$\frac{2}{10^{-4}} = 20\,000 \Omega$$

$$R_T = 20\,000 - 11\,111 = 8\,889 \Omega$$

• **Montage.** (fig. 2. M<sub>A</sub>83).

• **Tarage.** Le commutateur est en H, l'équilibre est obtenu en ajustant  $R_T$ .

On réalise donc :  $I_0 = \frac{1,019 \text{ V}}{10\,190 \Omega} = 10^{-4}$  A. avec  $R_1 = 10\,190 \Omega$ ,  $R_2 = 921 \Omega$ .

L'équilibre du pont est rompu pour une variation  $\Delta R_1$  de 0,2  $\Omega$ .  $\varepsilon_s \approx \frac{0,2}{10000}$

• **Mesure.** Le commutateur est en B, l'équilibre est obtenu en ajustant  $R_1$  et  $R_2$ . On trouve  $R'_1 = 9000 \Omega$ ,  $R'_2 = 2111 \Omega$ .

L'équilibre du pont est rompu pour une variation  $\Delta R_1$  de 0,2  $\Omega$  :  $\varepsilon_s = \frac{0,2}{9000}$

• **Incertitude de la mesure.**

Puisque  $R'_1 < R_1$ , en considérant l'erreur de sensibilité comme négligeable :

$$\frac{\Delta U_x}{U_x} = \frac{\Delta E_0}{E_0} + \frac{2 \Delta R'_1}{R'_1} \left[ \frac{a}{R'_1 + a} \right]$$

$R'_1 = 9\,000 \Omega$ ,  $R_1 = 10\,190 \Omega$ ,  $a \approx 1\,000 \Omega$

$$\frac{\Delta U_x}{U_x} = \frac{1}{10\,000} + \frac{4}{1\,000} \cdot \frac{1}{10} = \frac{5}{10\,000}$$

• **Calculs.**

$$U_x = E_0 \frac{R'_1}{R_1} = 1,019 \cdot \frac{9\,000}{10\,190} = 0,9 \text{ V}$$

$$U_x = 0,9 \text{ V} \pm \pm 5 \text{‰}$$

**Application 2** (fig. 1). Soit à mesurer la F.E.M. d'un thermo-couple dont la tension peut varier de 0 à 100  $\mu$ V.

### Détermination des éléments.

Choix de  $I_0$ . Pour que la mesure soit possible il faut apprécier le  $\mu$ V. Si on choisit des boîtes de résistances à fiches permettant d'ajuster le 1/10 d'ohm, le courant  $I_0$  doit être de  $10^{-5}$  A.

Choix de la pile étalon. On retiendra la pile Weston  $E_0 = 1,019$  V.

Choix de  $R_1$  :  $R_1 = \frac{E_0}{I_0} = 101\,900 \Omega$

$R_1$  est l'addition d'une boîte Carpentier ajustée à 1900  $\Omega$  et d'une résistance étalon R fixe de 100 000  $\Omega$ .

$R_2$  est une boîte Carpentier ajustée à 11 111 - 1 900 = 9 211  $\Omega$ .

Ordre de grandeur de  $R_T$  :

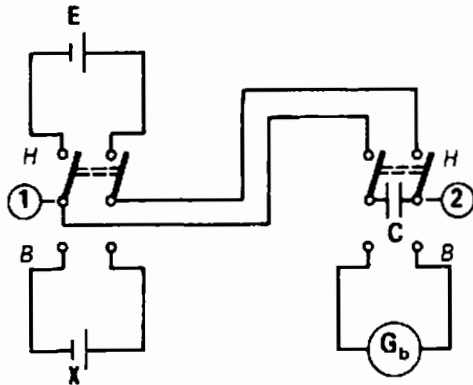
$$R_T = 200\,000 - 111\,111 = 88\,889 \Omega$$

Un commutateur à deux directions permet le tarage défini par la tension aux bornes AB et la mesure définie par la tension aux bornes AC.

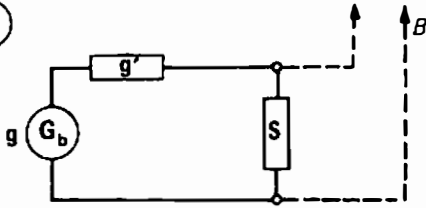
### Conclusions.

La méthode d'opposition permet de mesurer avec précision des tensions continues  $U_x$  plus faibles que la tension E du circuit potentiométrique.

1



2



On peut accroître la limite  $U_x$  en choisissant pour l'alimentation du circuit potentiométrique une tension  $E$  et un courant  $I_0$  plus élevés.

Exemple. Si  $U_x \approx 3 \text{ V}$ ,  $E = 4 \text{ V}$ ,  $I_0 = 10^{-3} \text{ A}$ .

Pour la mesure de tensions très élevées il faut utiliser un réducteur étalon (fig. 4 M<sub>A</sub> 82). La tension mesurée est  $u_x$  d'où :

$$U_x = u_x \left( \frac{R + r}{r} \right)$$

$$U_x = E_0 \frac{R'_1}{R_1} \cdot \frac{R + r}{r}$$

**Méthode de l'électromètre.**

(Voir M<sub>A</sub> 37).

**Méthode du fluxmètre.** (Voir M<sub>A</sub> 35).

**Méthode de comparaison** (fig. 1).

La f.é.m. ou la d.d.p. inconnue  $X$ , est comparée à une f.e.m. étalon  $E$ , par l'intermédiaire d'une capacité de bonne qualité.

1° Le commutateur (1) est en position  $H$ , le commutateur (2) est en position  $H$ , le condensateur  $C$  se charge :  $Q_E = C \cdot E$

Lorsque le commutateur (2) est placé en position  $B$  la capacité se décharge dans le galvanomètre balistique provoquant une élévation :  $k \cdot \alpha_E = C \cdot E$

2° Le commutateur (1) en position  $B$ , le commutateur (2) est en position  $H$ , le condensateur  $C$  se charge à nouveau :  $Q_X = C \cdot X$

Lorsque le commutateur (2) est placé en position  $B$  le galvanomètre balistique subit une élévation :

$$k \cdot \alpha_X = C \cdot X$$

On peut écrire :

$$\frac{C \cdot X}{C \cdot E} = \frac{k \alpha_X}{k \alpha_E} \rightarrow X = E \cdot \frac{\alpha_X}{\alpha_E}$$

**Analyse de la manipulation.**

On mesure bien la f.é.m. ou la d.d.p. inconnue et ceci quelle que soit la résistance interne du circuit : en effet en fin de charge, la tension aux bornes du condensateur est égale et opposée à celle-ci et  $i = 0$ . Il n'y a donc aucune chute de tension pouvant fausser le résultat.

La pile étalon débite un bref courant pendant la charge du condensateur. La période transitoire durant quelques millisecondes, on admet le raccordement sans précautions spéciales d'une pile étalon avec un condensateur de quelques microfarads.

La capacité doit être parfaitement isolée, ce qui exclut les capacités électrochimiques. Si l'on n'est pas sûr des qualités du condensateur, la manœuvre du commutateur (2) (position  $H$  à  $B$ ) doit être très rapide.

Lorsque les F.E.M. mises en jeu sont très différentes on utilise le galvanomètre balistique shunté.

Schéma (fig. 1 et 2).

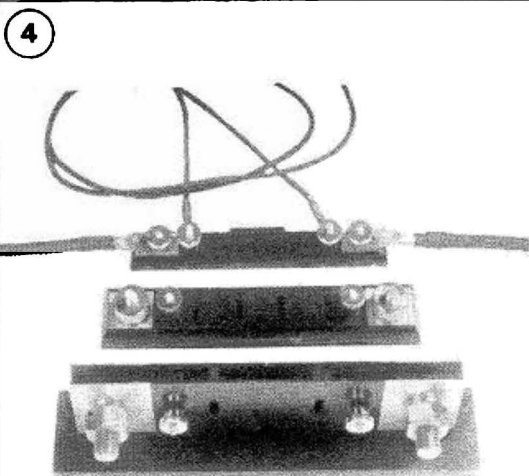
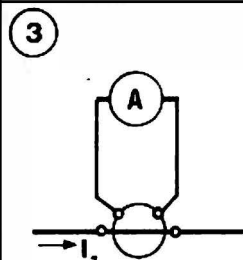
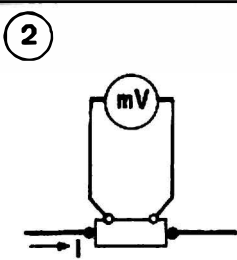
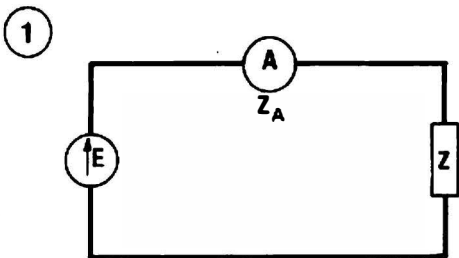
Lors des deux mesures, l'expérimentateur s'attachera à obtenir des élévations identiques en ajustant judicieusement  $g'$  et  $S$ .

$$1^{\circ} \cdot C \cdot X = k \cdot \frac{g + g'_1 + S_1}{S_1} \cdot \alpha_X \quad (1)$$

$$2^{\circ} \cdot C \cdot E = k \cdot \frac{g + g'_2 + S_2}{S_2} \cdot \alpha_E \quad (2)$$

En divisant (1) par (2) avec  $g + g'_1 + S_1 = g + g'_2 + S_2 = R_{\text{optimum}}$  il vient (voir M<sub>A</sub> 31)

$$\frac{X}{E} = \frac{S_2 \cdot \alpha_X}{S_1 \cdot \alpha_E} \rightarrow X = E \cdot \frac{S_2 \cdot \alpha_X}{S_1 \cdot \alpha_E}$$



Schunts de contrôle

(Chauvin Arnoux)

## MESURE DES INTENSITÉS

### Méthode directe.

Une intensité continue ou alternative peut être mesurée directement à l'aide d'un appareil indicateur. Comme pour la mesure de tensions, la précision est fonction de l'erreur de classe des appareils et de l'erreur systématique. Cette dernière apparaît parce que l'insertion de l'ampèremètre dans le circuit modifie l'impédance de celui-ci (fig. 1).

L'erreur systématique est négligeable si  $Z_A < \frac{\sum |Z|}{100}$ . Cette condition est réa-

lisée dans la plupart des cas en effet un ampèremètre possède généralement une impédance interne très faible.

**Shunt** (fig. 2). Le shunt développe à ses bornes une tension proportionnelle à sa résistance  $r$  et au courant  $I$  qui le traverse. Cette tension est mesurée à l'aide d'un millivoltmètre et l'ensemble constitue un ampèremètre.

La séparation des prises intensité et tension permet l'élimination des résistances de contact et le calibrage précis, de la résistance  $r$  du shunt.

Les shunts sont utilisés pour augmenter le calibre des ampèremètres à cadre mobile en courant continu. La liaison du shunt à l'ampèremètre doit être normalement assurée par des cordons étalonnés de résistance bien déterminée. Celle-ci ne dépend pas des caractéristiques du shunt mais seulement de celles de l'appareil utilisé.

L'emploi de shunts peut être étendu au courant alternatif pourvu que l'ampèremètre soit prévu à cet usage, il faudra alors tenir compte des inductances propres de chaque circuit.

### Transformateur d'intensité (fig. 3).

Le transformateur d'intensité permet en basse tension d'adapter le courant le traversant au calibre d'un ampèremètre : en haute tension, sa fonction supplémentaire est d'isoler le circuit de mesure, son pouvoir multiplicateur est :

$$m = \frac{n_2}{n_1} = \frac{I_1}{I_2}$$

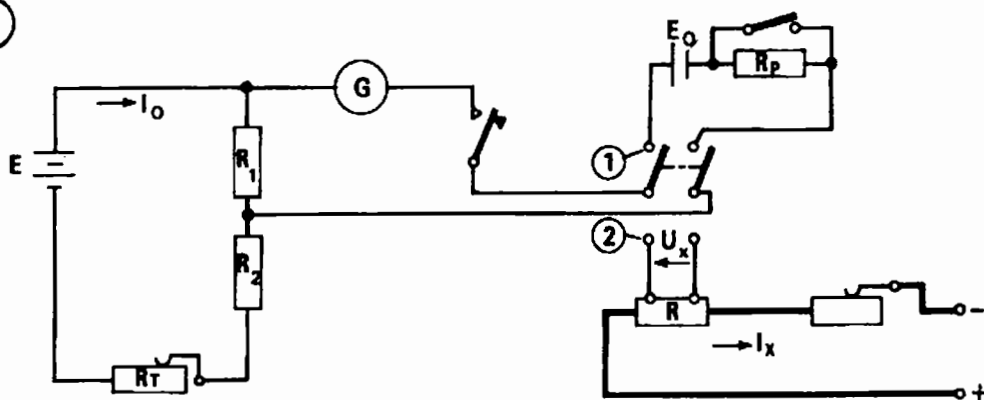
Si  $I_2$  représente le courant dans l'ampèremètre, le courant en ligne est :  $I_1 = m I_2$ . Généralement les T.I. développent 5 A au secondaire, lorsque le primaire est parcouru par le courant nominal. Leur puissance, définie en volt-ampères permet de calculer la charge maximale qu'ils peuvent supporter sans que la classe de précision en soit affectée.

*Exemple.* Un T.I. dont les caractéristiques sont :  $I_n = 5 \text{ A}$ ,  $S = 10 \text{ VA}$ , ne doit pas alimenter une impédance dont la valeur excède  $0,4 \Omega$ .

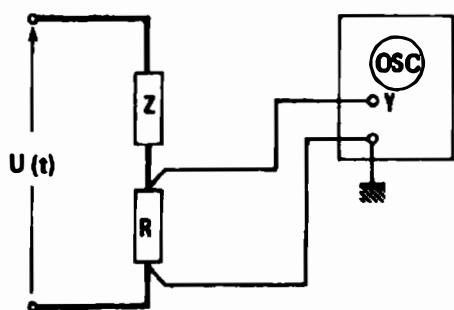
*Remarque.* Le secondaire d'un T.I. doit toujours être relié à sa charge ou shunté. En effet les ampères tours primaires et secondaires doivent se neutraliser pour que l'induction n'atteigne jamais la saturation et ne provoque un échauffement dû à des pertes par hystérésis exagérées et des surtensions dangereuses au secondaire.



1



2



La méthode d'opposition est utilisée en courant continu et se ramène à définir la tension développée aux bornes d'une résistance étalon par le courant à mesurer  $I_x$ .

Schéma (fig. 1).

**Principe.**

Voir (M<sub>A</sub> 83) mesure d'une tension par la méthode d'opposition.

Les résistances étalon  $R_1$  et  $R_2$  conservent pendant les mesures leur somme constante.

1. Le commutateur est en position (1), à l'équilibre :

$$E_0 = I_0 R_1 \rightarrow I_0 = \frac{E_0}{R_1}$$

2. Le commutateur est en position (2), à l'équilibre :

$$u_x = I_0 \cdot R'_1$$

$$u_x = E_0 \frac{R'_1}{R_1}$$

Et puisque  $u_x = R \cdot I_x$

$$I_x = \frac{E_0}{R} \cdot \frac{R'_1}{R_1}$$

Incertitude de la mesure. (Voir M<sub>A</sub> 84).

MÉTHODE DE L'OSCILLOSCOPE

Un courant  $I(t)$  traversant une résistance  $R$  connue développe à ses bornes une tension  $U(t)$  en effet  $U(t) = R \cdot I(t)$

$$\text{et } I(t) = \frac{U(t)}{R}.$$

La mesure d'un courant continu ou alternatif à l'oscilloscope se ramène donc à mesurer une tension. (Voir M<sub>A</sub> 52).

Schéma (fig. 2).

**Manipulation.**

- La résistance  $R$  ne doit pas modifier le circuit : sa valeur sera fonction de l'impédance du récepteur. On admet que la

condition est réalisée si  $R < \left| \frac{Z}{100} \right|$ .

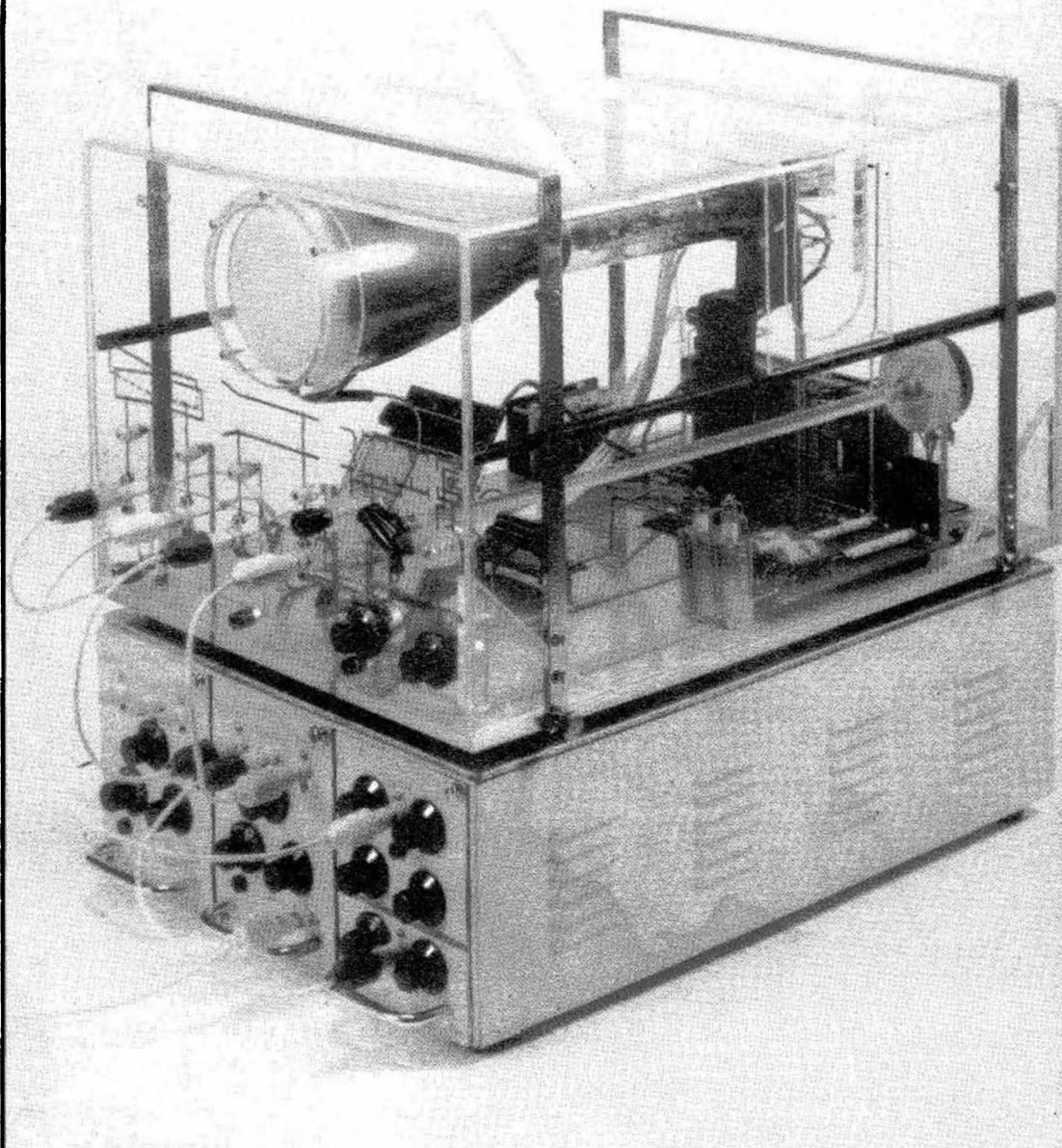
- L'entrée  $Y$  de l'oscilloscope sera commutée sur la position correspondant à la nature du courant mesuré (continu ou alternatif).

- Si l'axe des  $Y$ , (amplitude verticale) est étalonné en tension, l'essai permet de déterminer le courant de crête et de calculer ensuite le courant moyen ou efficace.

- Le réglage de la vitesse de balayage rend possible l'observation d'un phénomène transitoire, par exemple le courant de démarrage absorbé par un moteur.

- Si le phénomène doit être observé dès son apparition, la base de temps est utilisée en balayage déclenché.

①



Oscilloscope de démonstration

(S.I.C.)

**Mesure électrodynamique.**

Elle est l'application de la définition légale de l'ampère : unité d'intensité d'un courant, qui maintenu constant dans 2 conducteurs rectilignes, parallèles de longueur infinie et placés dans le vide à une distance de  $1\text{ m}$  l'un de l'autre, développe par mètre une force de 1 newton.

**Balance électrodynamique.**

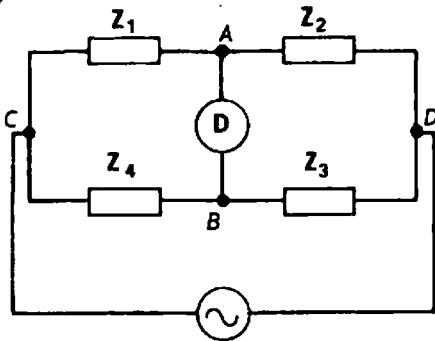
Elle tire son nom de la recherche d'un équilibre entre la force exercée par une induction  $B$  sur un courant  $i$  et le poids d'une masse marquée  $m$ .

La balance électrodynamique construite par le physicien Cotton permet des estimations très précises du courant à  $10^{-4}\text{ A}$  près.

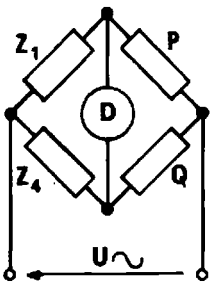


# PONTS EN ALTERNATIF

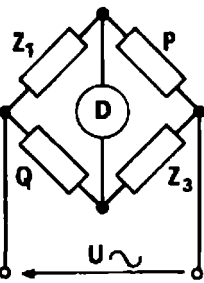
①



②



③



La mesure précise d'une impédance impose l'emploi d'une méthode de zéro. Les montages utilisés sont dérivés du pont de Wheatstone.

**Principe général.** (Voir fig. 1).

Les quatre branches du pont,  $Z_1, Z_2, Z_3, Z_4$  sont des impédances. La diagonale CD est alimentée à partir d'un générateur BF, la diagonale AB est connectée à un détecteur qui peut être un écouteur téléphonique ou un oscilloscope. Les conditions d'équilibre en notation complexes et en courant alternatif et sinusoïdal sont :

$$\overline{Z_1} \cdot \overline{Z_3} = \overline{Z_2} \cdot \overline{Z_4}$$

Il vient :  $|Z_1| |Z_3| = |Z_2| |Z_4|$

$$\varphi_1 + \varphi_3 = \varphi_2 + \varphi_4$$

Cet équilibre peut être réalisé par une infinité de façons mais pour une manipulation commode, on réduit le nombre de paramètres en constituant deux des branches du pont avec des résistances pures repérées P et Q.

Les ponts P/Q permettent de mesurer des impédances capacitatives.

Les ponts P.Q permettent de mesurer des impédances inductives.

**Ponts P/Q** (fig. 2).

Lorsque l'impédance inconnue  $Z_1$  est capacitive, l'expression,  $Z_1 = \frac{P}{Q} \cdot Z_4$ , montre que l'équilibre peut être réalisé si P et Q sont des résistances pures et  $Z_4$ , élément de réglage, une impédance capacitive. En effet les deux membres de la relation ont des arguments négatifs.

**Ponts P.Q.** (fig. 3).

Si l'impédance inconnue  $Z_1$  est inductive l'expression,  $Z_1 = \frac{P \cdot Q}{Z_3}$ , montre que l'équilibre peut être réalisé si P et Q sont des résistances pures et  $Z_3$ , élément de réglage, une impédance capacitive. En effet l'argument de  $Z_3$  étant négatif, l'argument du terme  $\frac{P \cdot Q}{Z_3}$  est positif.

**Conclusions.**

Quelle que soit l'impédance à mesurer, la branche de réglage est une impédance capacitive (C, R). Il est technologiquement plus aisé de construire des capacités ayant une précision suffisante que des impédances.

A de rares exceptions près, tous les ponts en alternatif sont du type PQ ou P/Q. Pour une conduite systématique de la manipulation les termes P et Q ne seront plus utilisés mais on notera dans l'ordre  $Z_1, Z_2, Z_3, Z_4$  (voir fig. 1) les impédances constitutives du pont.

$Z_1$  sera toujours la branche inconnue. Si  $Z_1$  est formé d'une inductance et d'une résistance les notations seront  $L_1$  et  $R_1$ .

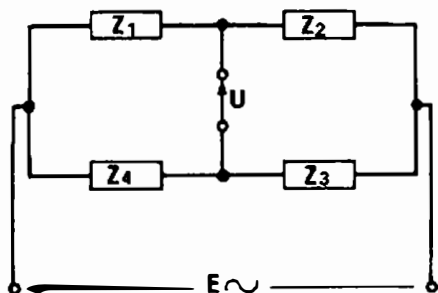
$Z_3$  ou  $Z_4$  sont le plus souvent les branches de réglage. Si  $Z_4$  est constitué d'une capacité et d'une résistance les notations seront  $C_4$  et  $R_4$ .

**SENSIBILITÉ D'UN PONT**

La sensibilité d'un pont est définie par la plus petite variation relative de la branche de réglage entraînant un déséquilibre perceptible du pont. Les détecteurs actuels (oscilloscope par exemple) ayant une impédance d'entrée très élevée, l'analyse se limitera à l'étude de la sensibilité en tension qui peut être exprimée par :

$$\sigma = \frac{\Delta U}{\Delta Z/Z}$$

①



En utilisant les lettres de la fig. 1 on peut écrire en notations complexes.

$$U = E \left[ \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} - \frac{Z_3}{Z_3 + Z_4} \right]$$

A l'équilibre  $U = 0$  et  $Z_1 Z_3 = Z_2 Z_4$ .

Si on provoque une petite variation  $\Delta Z_4$  de la branche de réglage  $Z_4$  une tension de déséquilibre  $\Delta U$  apparaît.

$$\Delta U = E \left[ \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} - \frac{Z_3}{Z_3 + Z_4 + \Delta Z_4} \right]$$

$$\Delta U = E \left[ \frac{Z_2 Z_4 + Z_2 \Delta Z_4 - Z_1 Z_3}{(Z_1 + Z_2)(Z_3 + Z_4 + \Delta Z_4)} \right]$$

Puisque  $Z_1 Z_3 = Z_2 Z_4$ .

$$\Delta U = E \left[ \frac{Z_2 \Delta Z_4}{(Z_1 + Z_2)(Z_3 + Z_4 + \Delta Z_4)} \right]$$

Par hypothèse  $\Delta Z_4$  est très petit devant  $Z_4$ .

$$\Delta U = E \left[ \frac{Z_2 \Delta Z_4}{(Z_1 + Z_2)(Z_3 + Z_4)} \right]$$

Si l'on pose  $\frac{Z_2}{Z_1} = \frac{Z_3}{Z_4} = x$ , il vient :

$$\Delta U = E \left[ \frac{\frac{Z_2}{Z_1} \cdot \frac{\Delta Z_4}{Z_4}}{\left(1 + \frac{Z_2}{Z_1}\right) \left(\frac{Z_3}{Z_4} + 1\right)} \right]$$

$$\Delta U = E \left[ \frac{x \cdot \frac{\Delta Z_4}{Z_4}}{(1 + x)^2} \right]$$

$$\text{Et } \sigma = \frac{\Delta U}{\frac{\Delta Z_4}{Z_4}} = E \cdot \frac{x}{(1 + x)^2}$$

Le maximum de cette fonction est défini par  $x = 1$ , donc la meilleure sensibilité d'un pont sera obtenue pour :

$$Z_1 = Z_2 \quad \text{et} \quad Z_3 = Z_4.$$

Les impédances étant physiquement différentes cette condition est impossible à obtenir, on peut toutefois réaliser les égalités  $|Z_1| = |Z_2|$  et  $|Z_3| = |Z_4|$

### Erreur de sensibilité.

La sensibilité d'un pont conditionne la précision de la mesure, si elle est médiocre l'erreur introduite n'est plus négligeable et il faut en tenir compte dans le calcul d'erreur.

Elle se détermine expérimentalement à l'aide de la relation :

$$\varepsilon \text{ sensibilité du pont } \% = 100 \frac{\Delta Z_4}{Z_4}$$

$Z_4$  étant l'impédance de réglage.

### RECHERCHE DE L'ÉQUILIBRE

La tension de détection d'un pont est :

$$U = E \left[ \frac{Z_2}{Z_1 + Z_2} - \frac{Z_3}{Z_3 + Z_4} \right]$$

$$U = E \left[ \frac{Z_2 Z_4 - Z_1 Z_3}{(Z_1 + Z_2)(Z_3 + Z_4)} \right]$$

Dans cette relation, la tension  $U$  est fonction des grandeurs complexes  $Z_1, Z_2, Z_3, Z_4$ .

La recherche de l'équilibre du pont ( $U = 0$ ), impose de réaliser simultanément l'égalité des termes réels et l'égalité des termes imaginaires, d'où la nécessité d'agir sur deux éléments de réglage ( $R$  et  $C$  par exemple). Malheureusement ces deux réglages ne sont pas indépendants et réagissent l'un sur l'autre.

Pour établir une analyse plus fine de la relation, supposons  $Z_1, Z_2, Z_3$  fixes et  $Z_4$  l'élément de réglage avec  $Z_4 = R_4 - \frac{j}{C_4 \omega}$ .

La relation peut alors s'écrire :

$$\text{avec } C_4 = \text{cte} : U = \frac{A_1 + B_1 R_4}{C_1 + D_1 R_4}$$

$$\text{avec } R_4 = \text{cte} : U = \frac{A_2 + B_2 C_4}{C_2 + D_2 C_4}$$

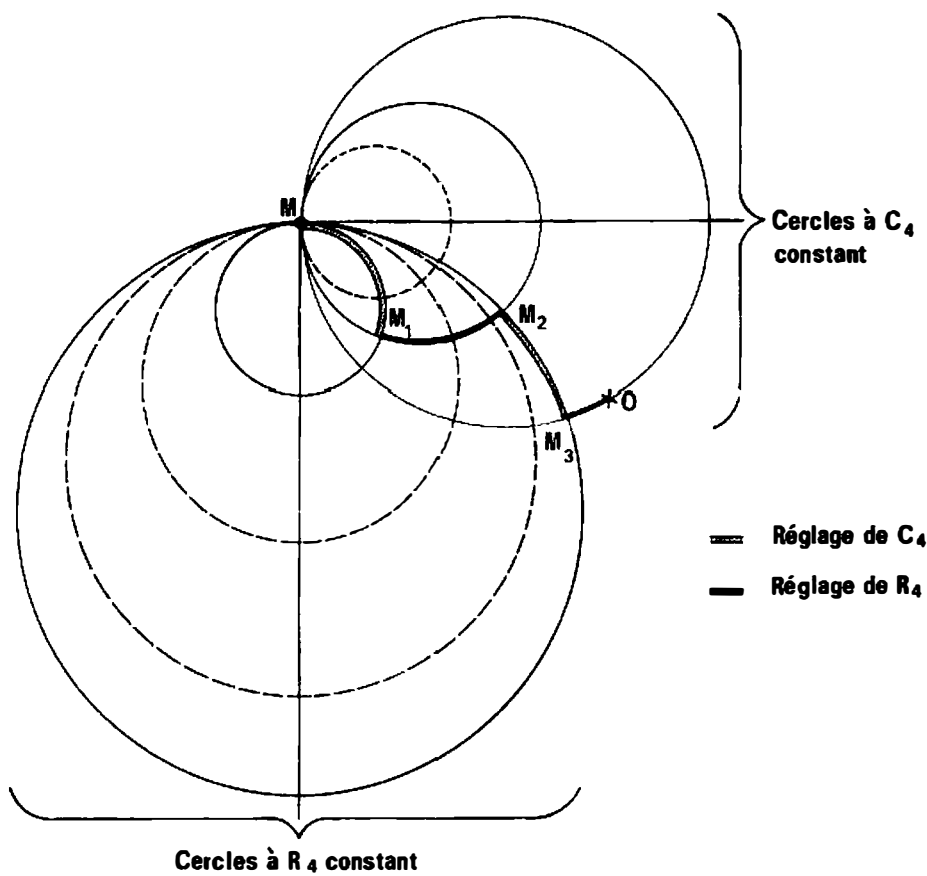
$A_1, A_2, B_1, B_2, C_1, C_2, D_1, D_2$  sont des grandeurs complexes fixes.

Lorsque l'un des éléments de réglage ( $C_4$  ou  $R_4$ ) reste constant, l'autre étant variable, l'affixe  $M$  de  $U$  décrit un cercle dans le plan complexe. En définitive le lieu de  $M$  est constitué de deux faisceaux de cercles :

Cercles à  $R_4 = \text{constante}$ ,  $C_4$  variable.

Cercles à  $C_4 = \text{constante}$ ,  $R_4$  variable.

①



Dans notre exemple (fig. 1), les deux faisceaux de cercles sont orthogonaux. Le réglage s'effectue de la façon suivante :

- Etat initial. Pour une valeur affichée de  $R_4$ , le réglage de  $C_4$  permet au point M d'évoluer sur son cercle caractéristique jusqu'au point  $M_1$  correspondant à la tension U minimum.
- La valeur de  $C_4$  est alors maintenue constante et le réglage de  $R_4$  permet au point  $M_1$  d'évoluer sur son nouveau cercle caractéristique jusqu'à un nouveau minimum  $M_2$ .
- Le processus est reconduit en agissant alternativement sur  $C_4$  et  $R_4$  de façon à faire coïncider le point  $M_n$  avec le point O : l'équilibre est alors réalisé.

*Nota.* Les faisceaux de cercles ne sont pas obligatoirement orthogonaux.

**Conclusion.**

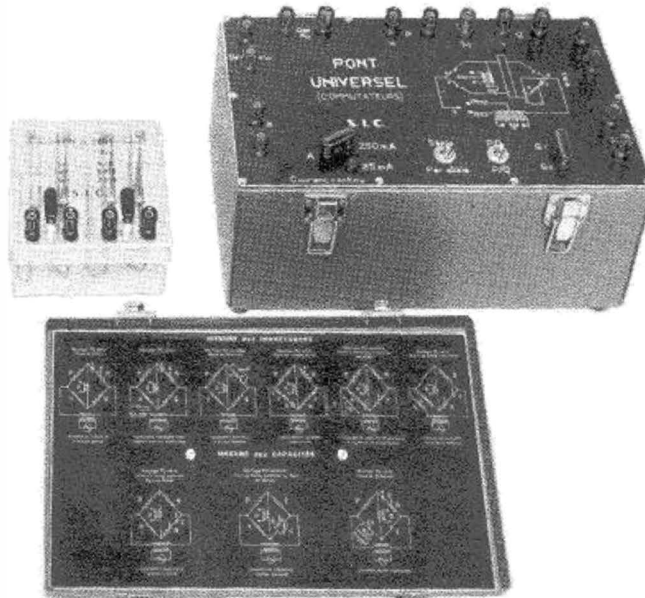
La condition  $U = 0$  est très difficile sinon impossible à réaliser directement, le pont perdant rapidement toute sensibilité. Il faut donc régler successivement

$C_4$  et  $R_4$ . Ce procédé appelé **réglage glissant** consiste à rechercher un minimum du signal U avec un des éléments de réglage ( $C_4$  par exemple), puis de passer à l'autre élément de réglage ( $R_4$  par exemple) lorsque le pont n'a plus de sensibilité. On revient ensuite en  $C_4$  puis en  $R_4$  alternativement pour atteindre une limite au détecteur qui est indiquée par l'apparition de tensions parasites : le signal de détection sinusoïdal à l'origine, se trouve déformé. Même si une ligne droite n'est pas atteinte à l'oscilloscope, il est possible d'écrire que le pont est équilibré, lorsque les signaux parasites prédominent sur le signal pur.

La recherche théorique de l'équilibre est visualisée (fig. 1). On notera que chaque réglage évolue sur un cercle caractéristique.  $U = 0$ , est atteint pour quatre réglages, deux de  $C_4$ , deux de  $R_4$ .

*Remarque.* Dans le domaine des fréquences élevées, des impédances parasites apparaissent et perturbent la recherche de l'équilibre : pour les réduire certains artifices de montage seront analysés en (Ma93-94).

①



**Pont universel**

(S.I.C.)

## ÉTUDE FONCTIONNELLE

Généralement un pont de mesure en alternatif est constitué par :

- Une branche inconnue à mesurer,  $Z_1$ .
- Deux branches représentées par des boîtes à décade, de résistances pures réglables par bonds ( $\times 1\ 000\ \Omega$ ,  $\times 100\ \Omega$ ,  $\times 10\ \Omega$ ,  $\times 1\ \Omega$ ).
- Une branche de réglage représentée par un circuit résistance capacité série ou parallèle :

Le condensateur est constitué par une boîte à décade de capacités réglables par bonds ( $\times 100\text{nF}$ ,  $\times 10\ \text{nF}$ ,  $\times 1\ \text{nF}$ ,  $\times 100\text{PF}$ ), on pourra ajouter suivant les nécessités des capacités étalons de valeur plus élevées.

La résistance est constituée par une boîte à décade de résistances réglables par bonds ( $\times 1\ 000\ \Omega$ ,  $\times 100\ \Omega$ ,  $\times 10\ \Omega$ ,  $\times 1\ \Omega$ ), on pourra ajouter des résistances étalons de valeurs plus élevées.

- Un générateur, BF destiné à alimenter le pont.
- Une détection constituée par un amplificateur sélectif suivi d'un oscilloscope.

Les appareils doivent être disposés dans l'ordre, à l'écart de tout champ magnétique ou électrique. Il faut en particulier pouvoir manœuvrer tous les boutons de réglage sans déplacements

excessifs tout en conservant la possibilité d'examiner à l'oscilloscope le signal de détection.

### Prédétermination des éléments.

La principale difficulté consiste à définir quel est l'élément de réglage qu'il faut ajuster en priorité. Pour éviter tout tâtonnement, il est indispensable de prédéterminer les impédances constituant les branches du pont.

L'étude de la sensibilité a montré que les égalités  $Z_1 = Z_2$ , et  $Z_3 = Z_4$  étaient nécessaires à une bonne précision, toutefois si  $Z_1$  n'est pas trop faible il est conseillé d'admettre l'égalité en module des quatre branches :  $Z_1 = Z_2 = Z_3 = Z_4$ . Il y a en effet avantage à travailler avec un courant suffisant, l'importance relative des courants parasites étant atténuée. Ce qui précède impose de connaître par une mesure approchée l'ordre de grandeur de  $Z_1$ .

*Exemple.* Avec une alimentation à 1 000 Hz, si l'impédance inconnue est une self d'environ 1 H.

$$Z_1 = L\omega \rightarrow Z_1 \approx 6\ 280\ \Omega$$

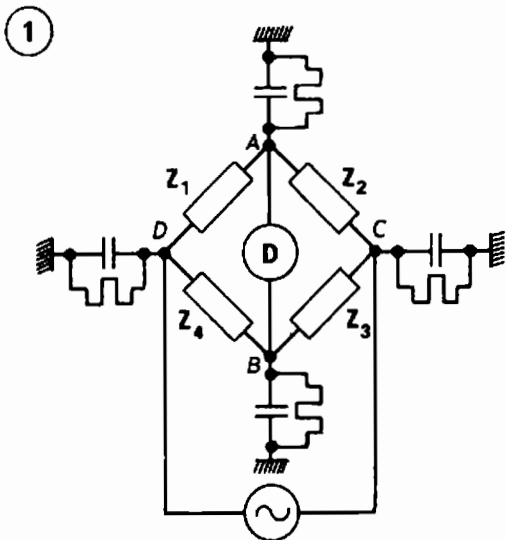
On choisira :

Branches résistances pures.

$$R_2 \approx R_4 \approx 6\ 000\ \Omega.$$

Branche de réglage  $Z_3$ . C'est un circuit CR dont la valeur en module est de 6 000  $\Omega$ .





IMPÉDANCES PARASITES

Aux fréquences élevées, les différents organes constituant le pont présentent des fuites du type ohmique et capacitif. Tant que les effets perturbateurs de ces éléments restent faibles, ce qui est généralement le cas si le montage est soigné et le matériel de bonne qualité, ces fuites peuvent être figurées par des impédances fictives (circuits R.C) concentrées aux extrémités et raccordées à la masse (fig. 1).

Si on admet que ces fuites de nature identique ont la même impédance élevée Z, leurs effets peuvent être négligés lorsque l'on réalise l'égalité des branches.

DISPOSITIF DE WAGNER (fig. 2)

Ce dispositif consiste à ajouter au pont principal un pont auxiliaire formé de résistances et de capacités réglables englobant les impédances dues aux fuites.

Manipulation.

1° Le détecteur est branché entre les points A et M.

La recherche de l'équilibre s'effectue par le réglage des C<sub>1</sub>, C<sub>2</sub>, R<sub>3</sub>, R<sub>4</sub>.

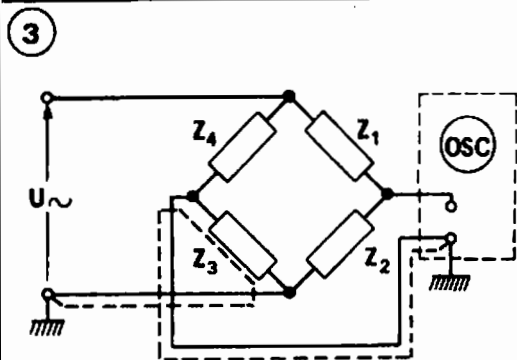
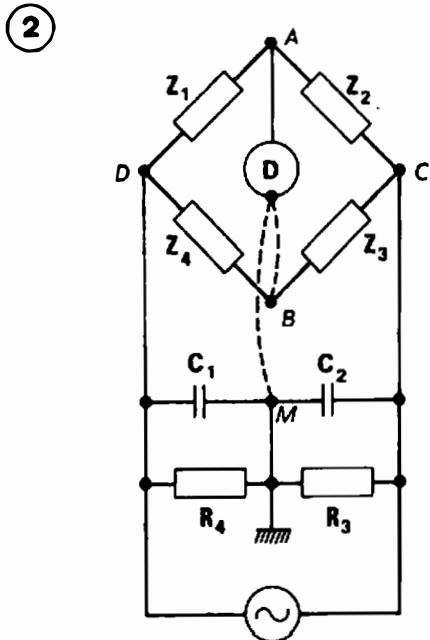
2° Le détecteur est branché entre les points A et B.

La recherche de l'équilibre obéit aux règles classiques par le réglage de Z<sub>3</sub>, Z<sub>4</sub>.

Lorsque dans les deux cas le pont est équilibré les points M et B sont au même potentiel, les impédances de fuites concentrées aux sommets D et C et à la masse en M n'interviennent plus dans l'équilibre des branches Z<sub>1</sub>, Z<sub>2</sub>, Z<sub>3</sub>, Z<sub>4</sub>.

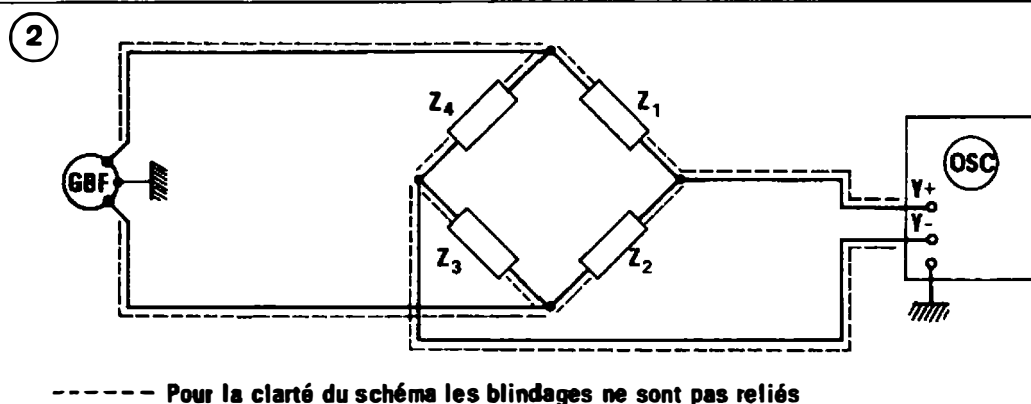
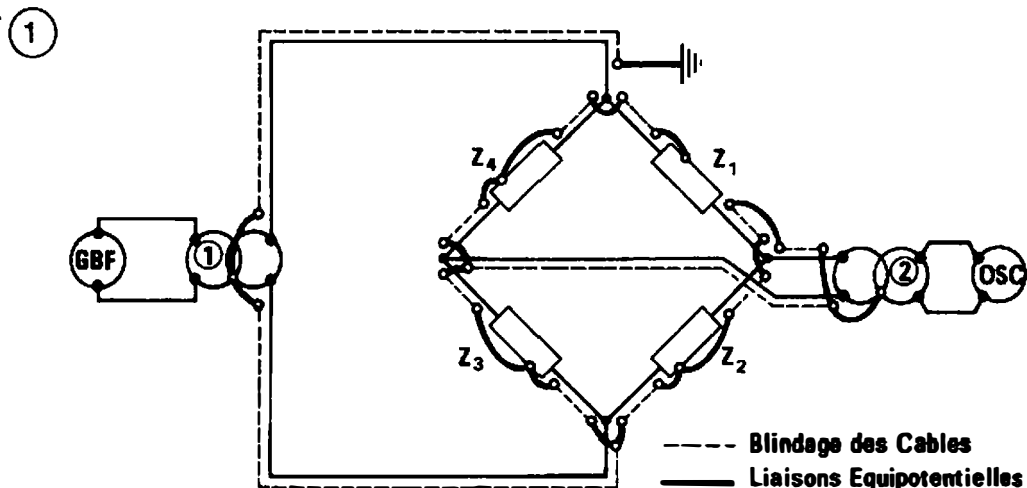
$$\text{On a bien : } \overline{Z_1} \cdot \overline{Z_3} = \overline{Z_2} \cdot \overline{Z_4}$$

• Si lors du second équilibre un nouveau réglage de Z<sub>3</sub> est nécessaire il faut à nouveau ajuster C<sub>1</sub>, C<sub>2</sub>, R<sub>3</sub>, R<sub>4</sub>.



COUPLAGES PARASITES

Les champs électriques et magnétiques extérieurs tendent à induire dans les différents éléments constitutifs du pont, (transformateurs, résistances, conducteurs, etc.) des courants parasites. Ce phénomène se produit en particulier lorsque la fréquence d'utilisation est différente de celle du réseau et rend très difficile sinon impossible la recherche de l'équilibre. Deux artifices de montage peuvent être utilisés.



**1<sup>er</sup> montage** (fig. 1).

On élimine par un blindage mis à la terre tous les courants parasites qui peuvent être induits dans le pont.

- Utilisation de fils blindés pour les connexions. Eviter les raccordements trop longs.

- Emploi systématique de transformateurs à écran pour découpler l'alimentation et la détection du pont.

Avec un oscilloscope et un G.B.F. de type courant, un transformateur de découplage au moins est nécessaire. En effet si les deux appareils ont une borne de masse non isolée, l'interconnexion des blindages à la masse court-circuite l'impédance  $Z_3$  et rend impossible les réglages. Le schéma partiel (fig. 3, M<sub>A</sub> 93) figure en traits interrompus ce court-circuit.

- Choix du rapport 1 pour la tête de pont :  $Z_1 = Z_2$ .

- Mise à la terre de tous les blindages et masses d'appareils.

Les liaisons entre éléments sont

réalisées au moyen de cordons blindés. Deux transformateurs à écran repérés (1) et (2) découplent l'alimentation et la détection du pont.

L'ensemble des blindages et des masses sont reliés et mis à la terre (liaisons en traits forts).

*Remarque.* Il est conseillé dans un premier temps d'exécuter le montage avec des fils blindés sans mise à la terre, puis de vérifier si le pont est sensible aux différents réglages.

Cette dernière condition étant réalisée, on procède alors aux connexions entre blindages (liaisons équipotentielles) avec mise à la terre.

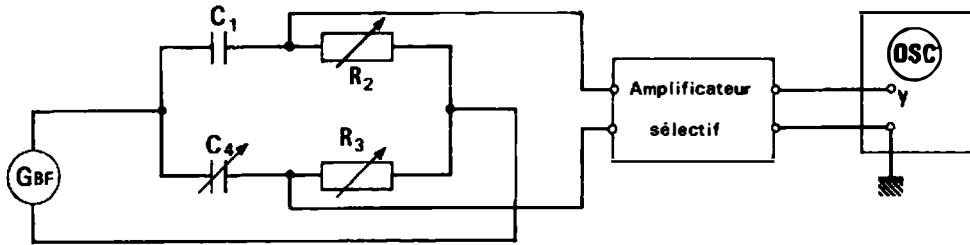
**2<sup>e</sup> montage** (fig. 2).

On peut éviter l'utilisation de transformateurs écran si le générateur basse fréquence (G.B.F.) et l'oscilloscope sont à entrées symétriques.

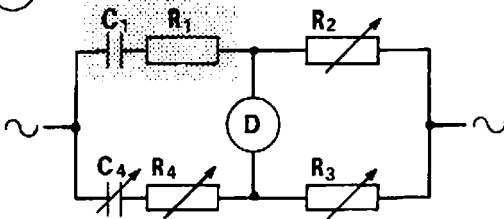
Dans ce montage, les blindages des câbles doivent être reliés ensemble et mis à la terre.

# MESURE DES CAPACITÉS PONT DE SAUTY PONT DE WIEN

1



2



### PONT DE SAUTY (fig. 1)

Ce pont convient pour la mesure de capacités de très bonne qualité.

**Condition d'équilibre.**  $Z_1 Z_3 = Z_2 Z_4$

$$-\frac{j}{C_1} \cdot R_3 = -\frac{j}{C_4} R_2 \rightarrow C_1 = C_4 \frac{R_3}{R_2}$$

### Manipulation.

Après avoir mesuré  $C_1$  par une méthode voltampèremétrique :

- Afficher :  $R_2 \approx R_3 \approx \frac{1}{C_1 \omega}$ ,  $C_4 \approx C_1$ .
- Afficher 1 000 Hz et 10 V au G.B.F. : il faut bien entendu que le pont puisse supporter l'intensité le traversant.
- Rechercher l'équilibre en ajustant  $R_3$  et  $C_4$ .
- Lorsque l'équilibre est atteint, rechercher l'erreur de sensibilité du pont en provoquant une variation de  $C_4$  ou  $R_3$  :

$$\epsilon_s = \frac{\Delta C_4}{C_4}$$

Remarque : Si l'équilibre est impossible à réaliser, la capacité à mesurer possède une résistance de fuite non négligeable.

### Incertitude de la mesure.

$$\frac{\Delta C_1}{C_1} \leq \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3} + \frac{\Delta C_4}{C_4} + \epsilon_s.$$

### PONT DE WIEN (fig. 2)

Ce pont convient pour la mesure de capacités à faibles pertes, l'équivalence série est donc proposée (représentation en grisé sur le schéma).

### Conditions d'équilibre.

$$\left(\frac{-j}{C_1 \omega} + R_1\right) R_3 = \left(\frac{-j}{C_4 \omega} + R_4\right) R_2$$

$$-j C_4 R_3 + R_1 R_3 C_1 C_4 = -j C_1 R_2 + R_2 R_4 C_1 C_4$$

Partie imaginaire :

$$C_1 = C_4 \frac{R_3}{R_2}$$

Partie réelle :

$$R_1 = R_2 \frac{R_4}{R_3}$$

$$\text{tg } \delta_1 = C_1 R_1 \omega = C_4 \cdot \frac{R_3}{R_2} \cdot R_2 \frac{R_4}{R_3} \cdot \omega$$

$$\text{tg } \delta_1 = C_4 R_4 \omega.$$

### Manipulation.

- Revoir, Recherche de l'équilibre (M<sub>A</sub> 90).
- Afficher  $R_2 \approx R_3 \approx C_1, C_4 \approx C_1, R_4 = 0$
- Rechercher l'équilibre en ajustant  $C_4$ .
- Lorsque le pont n'a plus aucune sensibilité, faire croître  $R_4$ . Fignoler en ajustant alternativement  $C_4$  et  $R_3$ .
- Définir la sensibilité du pont :

$$\epsilon_s = \frac{\Delta C_4}{C_4}$$

### Incertitude de la mesure.

$$\frac{\Delta C_1}{C_1} \approx \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3} + \frac{\Delta C_4}{C_4} + \epsilon_s.$$

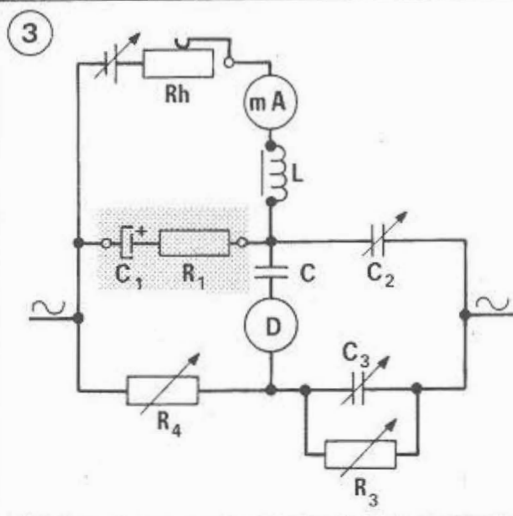
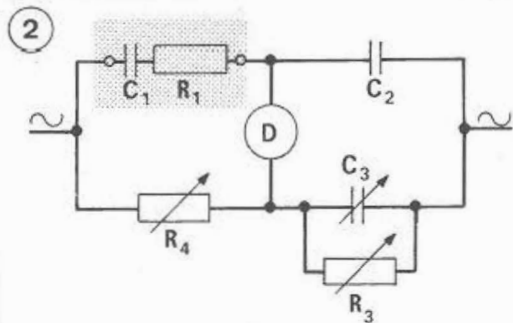
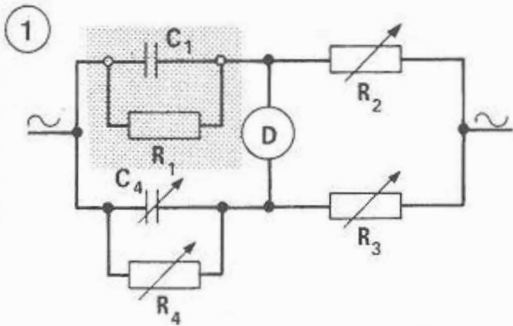
Remarque : Avec une capacité X, connue pour ses faibles pertes, l'équilibre est impossible si le condensateur étalon est imparfait.

# MESURE DES CAPACITÉS

## PONT DE NERSNT

## PONT DE SCHÉRING

M<sub>A</sub> 96



PONT DE NERSNT (fig. 1).

Ce pont convient pour la mesure de capacités à fortes pertes, l'équivalence parallèle est donc proposée (représentation en grisé sur le schéma).

### Conditions d'équilibre.

$$\frac{jR_1R_3}{R_1C_1\omega - j} = \frac{jR_4R_2}{R_2C_4\omega - j}$$

$$-jR_1R_2R_3C_4\omega - R_1R_2 = -jR_1R_2R_4C_1 - R_2R_4$$

Partie réelle :  $R_1 = \frac{R_2R_4}{R_3}$

Partie imaginaire :  $C_1 = C_4 \frac{R_3}{R_2}$

Détermination de l'angle de perte : (voir M<sub>A</sub> 75).

$$\operatorname{tg} \delta_1 = \frac{1}{R_1 \cdot C_1 \cdot \omega} = \frac{1}{\frac{R_2 \cdot R_4}{R_3} \cdot \frac{C_4 \cdot R_3}{R_2} \cdot \omega}$$

$$\operatorname{tg} \delta_1 = \frac{1}{R_4 \cdot C_4 \cdot \omega}$$

### Manipulation.

- Revoir recherche de l'équilibre (M<sub>A</sub> 90).
- $R_2 \approx R_3 \approx \frac{1}{C_1 \omega}$ ,  $C_4 \approx C_1$ ,  $R_4 = \infty$
- Rechercher l'équilibre en ajustant  $C_4$ .
- Lorsque le pont n'a plus de sensibilité, diminuer  $R_4$ .
- Améliorer en ajustant alternativement  $C_4$  et  $R_4$ .
- Définir la sensibilité :  $\epsilon_S = \frac{\Delta C_4}{C_4}$

Remarque. La résistance  $R_4$  peut être élevée,  $R_4 > 100\,000 \Omega$ .

PONT DE SCHÉRING (fig. 2).

### Conditions d'équilibre.

$$\left[ \frac{1}{jC_1\omega} + R_1 \right] \left[ \frac{R_3}{1 + jR_3C_3\omega} \right] = \frac{R_2}{jC_2\omega}$$

$$\frac{jR_1C_1\omega + 1}{jC_1\omega} = \frac{R_4}{jC_2\omega} \cdot \frac{1 + jR_3C_3\omega}{R_3}$$

Partie imaginaire :  $C_1 = C_2 \frac{R_3}{R_4}$

Partie réelle :  $R_1C_1C_3\omega^2 = R_4C_1C_3\omega^2$   
Puisque  $\operatorname{tg} \delta = \frac{R_4C_1C_3\omega}{C_2}$

Et en remplaçant  $C_1$  par sa valeur,

$$\operatorname{tg} \delta = \frac{R_4 \cdot C_2 \cdot R_3}{R_4} \cdot \frac{C_3\omega}{C_2} \quad \boxed{\operatorname{tg} \delta = R_3C_3\omega}$$

### Manipulation.

- Revoir recherche de l'équilibre (M<sub>A</sub> 90).
- $R_4 \approx R_3 \approx \frac{1}{C_1 \omega}$ ,  $C_2 \approx C_1$ ,  $C_3 = 0$ .
- Rechercher l'équilibre en ajustant  $R_3$  puis alternativement  $C_3$  et  $R_3$ .
- Définir la sensibilité :  $\epsilon_S = \frac{\Delta C_3}{C_3}$ .

### Capacités polarisées.

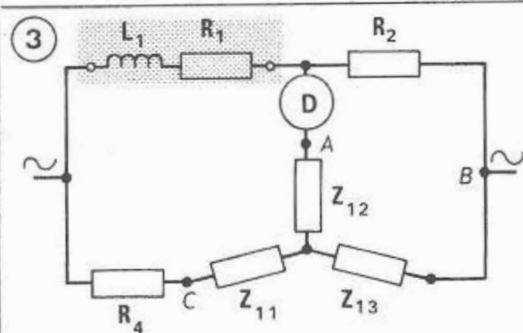
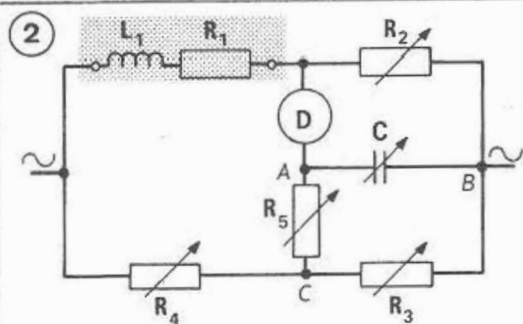
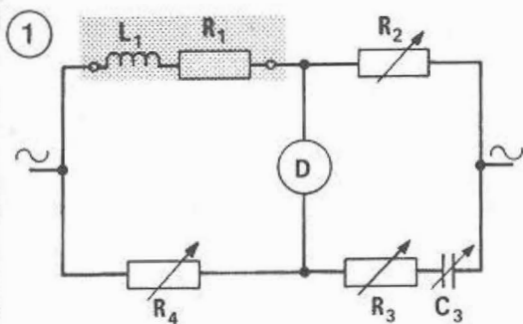
Une variante du pont de Schéring est utilisée (fig. 3). Le circuit ajouté apparaît en grisé. La relation d'équilibre est :

$$C_1 = C_2 \frac{R_3}{R_4}$$

Remarque. La self de choc L bloque le courant alternatif. La capacité C bloque le courant continu.

**M<sub>A</sub> 97**

**MESURE D'INDUCTANCES**  
**PONT DE HAY**  
**PONT D'ANDERSON**



**PONT DE HAY (fig. 1).**

Ce pont convient pour la mesure d'inductances à fort argument :  $L\omega > R$ .

**Conditions d'équilibre.**

$$[jL_1\omega + R_1] \left[ \frac{-j}{C_3\omega} + R_3 \right] = R_2 \cdot R_4$$

$$\frac{L_1}{C_3} - \frac{jR_1}{C_3\omega} + jR_3L_1\omega + R_1R_3 = R_2R_4$$

Termes réels :  $\frac{L_1}{C_3} = R_2R_4 - R_1R_3$

Termes imaginaires :  $L_1C_3 = \frac{R_1}{R_3\omega^2}$

On en tire :

$$L_1 = \frac{R_2R_4C_3}{1 + \frac{R_1^2}{R_3^2}C_3^2\omega^2}$$

$$R_1 = \frac{R_2R_3R_4C_3^2\omega^2}{1 + R_2^2C_3^2\omega^2}$$

**Manipulation.**

Pour accrocher la sensibilité, ce pont nécessite des prédéterminations correctes.

- Déterminer approximativement  $L_1$  et  $R_1$
- Afficher :  $R_2 \approx R_4 \approx L_1\omega$ ,  
 $1/C_3\omega = L_1\omega$ ,  $R_3 = 0$ .
- Afficher 10 V et 1 000 Hz au G.B.F. :
- Rechercher l'équilibre en augmentant  $R_3$ .
- Lorsque le pont n'a plus aucune sensibilité, améliorer en ajustant alternativement  $R_4$  et  $R_3$ .
- Définir la sensibilité :  $\epsilon_s \approx \frac{\Delta R_4}{R_4}$

**PONT D'ANDERSON**

L'équilibre du pont d'Anderson est indépendant de la fréquence : si sa constitution est complexe, il permet en contrepartie de conserver une bonne précision même aux fréquences industrielles.

**Schéma de principe (fig. 2).**

La transfiguration de Kennely permet de transformer le triangle ABC en circuit étoile.

**Schéma équivalent (fig. 3).**

$$Z_{11} = \frac{jR_2R_3C\omega}{1 + jC\omega(R_2 + R_3)}$$

$$Z_{12} = \frac{R_5}{1 + jC\omega(R_2 + R_3)}$$

$$Z_{13} = \frac{R_3}{1 + jC\omega(R_2 + R_3)}$$

**Conditions d'équilibre.**

$$Z_1 \cdot Z_{13} = R_2 \cdot (R_4 + Z_{11})$$

$$(jL_1\omega - R_1) \frac{R_3}{1 + jC\omega(R_2 + R_3)} = \left( R_4 + \frac{jR_2R_3C\omega}{1 + jC\omega(R_2 + R_3)} \right) R_2$$

Termes réels :  $R_1 = \frac{R_2R_3}{R_4}$

Termes imaginaires :

$$L_1 = C [R_1R_2 + R_3(R_1 + R_2)]$$

**Prédétermination des éléments.**

Pour une recherche systématique de l'équilibre, un essai préalable en courant continu permet de réaliser la condition :

$$R_1R_3 = R_2R_4$$

Toutefois les prédéterminations des éléments doivent satisfaire les conditions de meilleure sensibilité en alternatif.

Admettre  $|Z_1| = |Z_2| = |Z_3| = |Z_4|$  revient à écrire

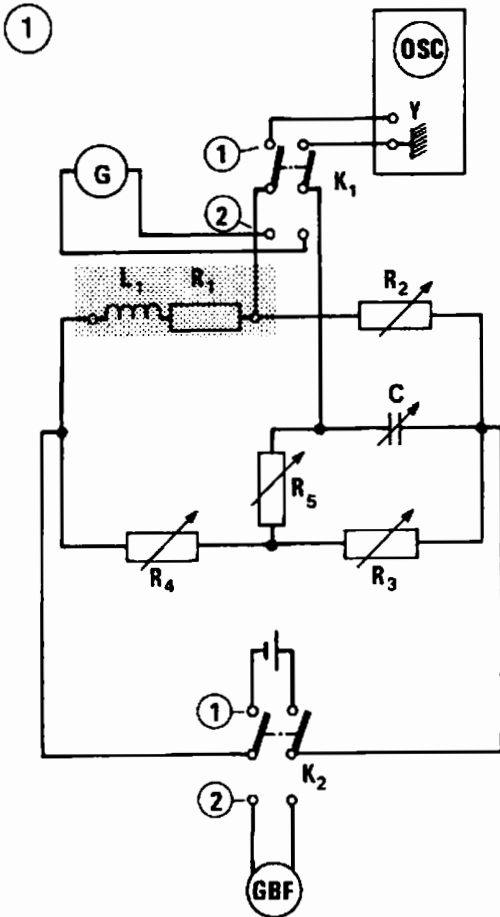
$$|Z_1| = |R_2| = |Z_{13}| = |R_4 + Z_{11}|$$

# MESURE D'INDUCTANCES

## PONT D'ANDERSON

## PONT DE MAXWELL

M<sub>A</sub> 98



### Manipulation (fig. 1).

#### Essai en courant continu.

- Afficher  $R_3, R_4, R_2$  prédéterminés et  $R_5 = 0, C = 0$ .
- Placer les commutateurs  $K_1$  en position (2),  $K_2$  en position (1).
- Alimenter le pont sous 2 V, rechercher l'équilibre en ajustant  $R_5$ .

#### Essai en courant alternatif.

- Afficher  $C$  à la valeur prédéterminée.
- Placer les commutateurs  $K_1$  en position (1),  $K_2$  en position (2).
- Alimenter le pont sous 10 V.
- Rechercher l'équilibre en ajustant  $R_5$  puis  $C$ . Une légère retouche de  $R_3$  est admise pour figoler.

- Définir la sensibilité :  $\varepsilon_R = \frac{\Delta R_5}{R_5}$ .

### Incertitude de la mesure. (Voir M<sub>A</sub>22).

Si les résistances ont même classe de précision :

$$\frac{\Delta L_1}{L_1} \leq \frac{\Delta C}{C} + 2 \frac{\Delta R}{R} + \varepsilon_s$$

### PONT DE MAXWELL

Schéma (fig. 2). Ce pont convient pour la mesure d'inductances à faible argument :  $L\omega < R$ .

### Conditions d'équilibre.

$$[jL_1\omega + R_1] \left[ \frac{R_3}{1 + jR_3C_3\omega} \right] = R_2 \cdot R_4$$

$$L_1 = R_2R_4C_3 \quad | \quad R_1 = \frac{R_2R_4}{R_3}$$

### Manipulation.

- Revoir recherche de l'équilibre (M<sub>A</sub> 90).
- Réaliser :  $R_2 \approx R_4 \approx L_1\omega, C_3 \approx \frac{L_1}{R_2R_4}, R_3 = R_1$ .
- Rechercher l'équilibre en ajustant  $R_3$  puis  $C_3$ .
- Lorsque le pont n'a plus de sensibilité, figoler, ajuster alternativement  $R_4$  et  $R_3$ .
- Définir la sensibilité :  $\varepsilon_S = \frac{\Delta R_4}{R_4}$ .

### Incertitude de la mesure.

$$\frac{\Delta L_1}{L_1} \leq \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_4}{R_4} + \frac{\Delta C_3}{C_3} + \varepsilon_S$$

Remarque. La relation définissant  $L_1$  montre que l'équilibre est indépendant de la fréquence.

Mais l'équilibre en courant continu est alors impossible à réaliser, une solution intermédiaire doit donc être retenue.

On peut poser par exemple :

$$R_2 \approx 2 R_1; R_3 \approx L_1\omega; R_4 \approx \frac{R_3}{2}$$

Le couple des valeurs  $C$  et  $R_5$  se déduit alors de la relation

$$L_1 = C [R_1 \cdot R_3 + R_5 (R_1 + R_2)]$$

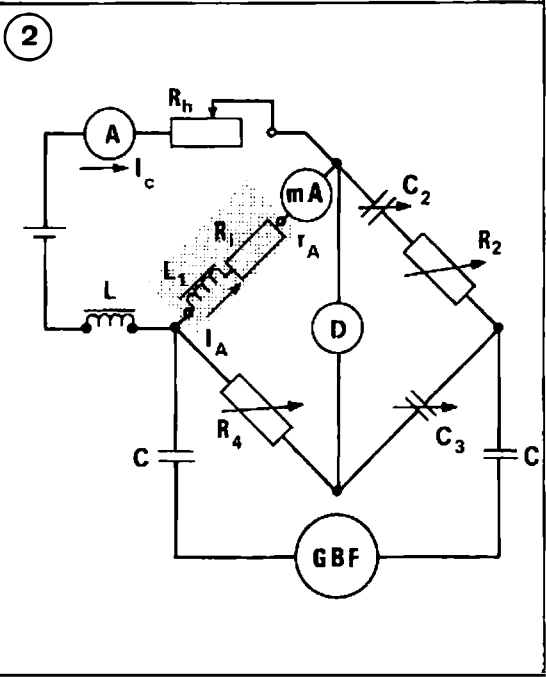
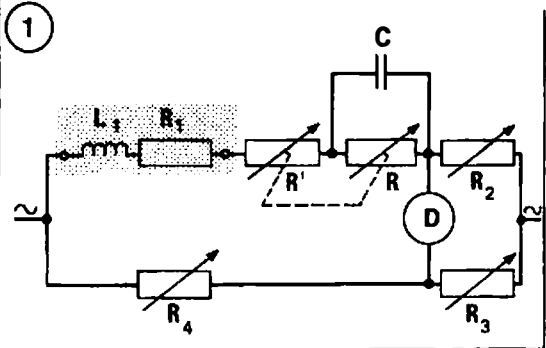


Schéma (fig. 1). Le pont de Pirani utilise le principe de la résonance. Il nécessite un premier équilibre en courant continu.

**Condition d'équilibre.**

1° En courant continu :

$$R_1 + R' + R = \frac{R_2 R_3}{R_4}$$

2° En courant alternatif la branche Z<sub>1</sub> doit être à la résonance de réactance nulle.

$$jL_1 \omega - \frac{jR^2 C \omega}{C R^2 \omega^2 + 1} = 0 \text{ et}$$

$$L_1 = \frac{CR^2}{C^2 R^2 \omega^2 + 1} \quad \text{si } CR\omega < 1, \quad L_1 \approx CR^2$$

**Prédétermination des éléments.**

La condition  $C^2 R^2 \omega^2 \ll 1$ , impose un  $\omega$  faible, toutefois si ce dernier est trop petit, le phénomène de résonance est fortement atténué et le pont perd de sa sensibilité : On pourra choisir la fréquence industrielle,  $f = 50 \text{ Hz}$ .

Par ailleurs puisque  $L_1 = CR^2$ ,  $C^2 R^2 \omega^2 = LC\omega^2$ , avec les meilleures conditions de mesure,  $LC\omega^2 = 0,01$

il vient :  $C \approx \frac{0,01}{L\omega^2}$  et  $R \approx \frac{0,1}{C\omega}$ .

Il est possible maintenant de définir

$$R_2 \approx R_3 \approx R_4 \approx R' + R + R_1$$

**Manipulation.**

Les résistances R', R sont jumelées :  $R' + R = R_T = \text{constante}$ . La branche Z<sub>1</sub> conserve une résistance constante après le réglage en continu.

Le schéma de montage étant incomplet comparer avec la fig. 1 en M<sub>A</sub> 98 pour le branchement des alimentations et des détecteurs.

**1° Essai en courant continu.**

Afficher C, R<sub>2</sub>, R<sub>3</sub>, R<sub>4</sub> prédéterminés, régler R' à la valeur R<sub>T</sub> et R à 0. Équilibrer le pont en réglant R<sub>3</sub>.

**2° Essai en courant alternatif.**

Alimenter le pont sous 10 V alternatif, rechercher l'équilibre en faisant croître R. Améliorer par C et R.

Définir la sensibilité :  $\epsilon_s = \frac{\Delta R}{R}$ .

**Incertitude de la mesure.**

Si on néglige l'erreur d'approximation sur la formule :

$$\frac{\Delta L_1}{L_1} \approx \frac{\Delta C}{C} + \frac{2\Delta R}{R} + \epsilon_s$$

**Mesure d'une inductance soumise à une composante continue.**

Une bobine avec fer soumise à une excitation continue possède une inductance incrémentielle que l'on peut mesurer en utilisant le montage de la fig. 2.

Une self,  $L \approx 50 \text{ H}$ , bloque le courant alternatif.

Deux condensateurs,  $C \approx 10 \mu\text{F}$ , protègent le G.B.F. du courant continu. I<sub>C</sub> et I<sub>A</sub> représentent dans l'ordre la composante continue et alternative.

**Conditions d'équilibre.**

$$[jL_1 \omega + R_1 + r_A] \frac{1}{C_2 \omega} = \left[ \frac{-j}{C_3 \omega} + R_2 \right] R_4$$

Tous calculs faits :  $L_1 = R_2 R_4 C_3$

**Manipulation.** Afficher :

$$C_2 \approx 0,1 \mu\text{F}, C_3 \approx 1 \mu\text{F}, R_4 \approx \frac{1}{C_3 \omega}$$

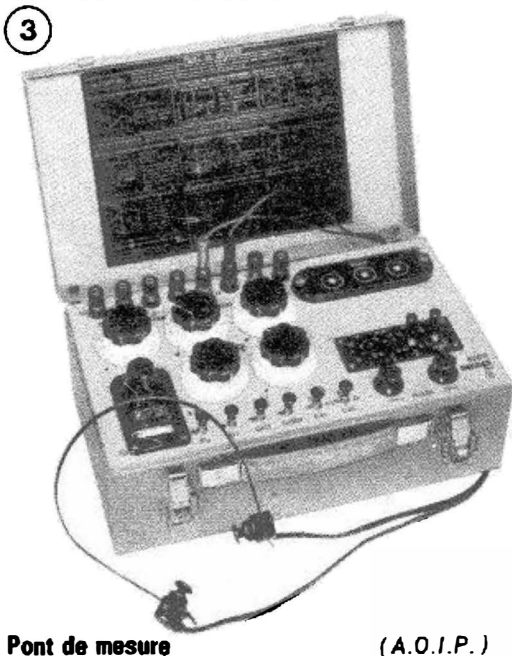
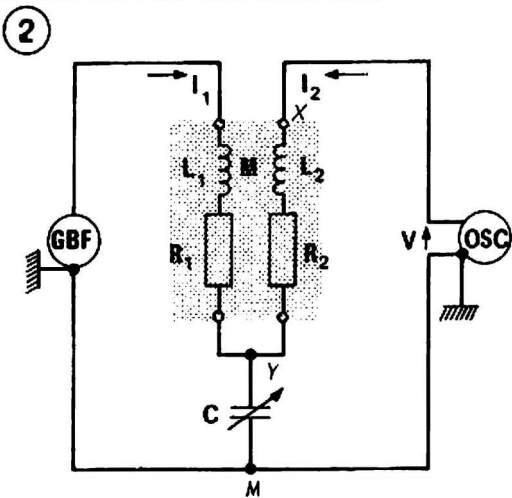
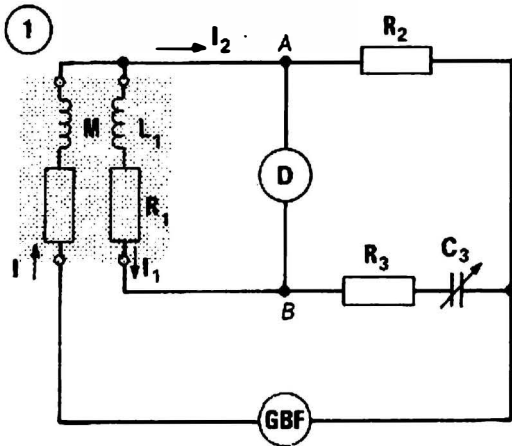
Rechercher l'équilibre en réglant R<sub>2</sub> puis R<sub>4</sub>.

# MESURE DES INDUCTANCES MUTUELLES

## PONT DE CARREY-FOSTER

## PONT DE CAMPBELL

**M<sub>A</sub> 100**



Pont de mesure

(A.O.I.P.)

### PONT DE CAREY-FOSTER

Il permet de mesurer le coefficient d'induction mutuelle  $M$  de deux bobines. La mesure est indépendante de la fréquence, mais est très difficile s'il existe un circuit magnétique.

Schéma (fig. 1).

$$Z_1 = jL_1\omega + R_1$$

$$Z_3 = R_3 - \frac{j}{C_3\omega}$$

$$I = I_1 + I_2$$

$$E = jM\omega I = jM\omega(I_1 + I_2)$$

### Conditions d'équilibre.

$$U_{AB} = 0 \rightarrow E - (jL_1\omega + R_1)I_1 = 0 \quad (1)$$

$$R_3I_2 - \left(R_3 - \frac{j}{C_3\omega}\right)I_1 = 0$$

$$I_2 = \left(R_3 - \frac{j}{C_3\omega}\right) \frac{I_1}{R_3}$$

En portant cette valeur dans la relation (1) il vient :

$$jM\omega \left[ I_1 + \frac{I_1 R_3}{R_3} - \frac{jI_1}{R_3 C_3 \omega} \right] - [jL_1\omega + R_1]I_1 = 0$$

Termes imaginaires :

$$jM\omega + jM\omega \frac{R_3}{R_3} - jL_1\omega = 0$$

$$M = \frac{L_1}{1 + \frac{R_3}{R_2}}$$

Termes réels

$$-\frac{M}{R_3 C_3} + R_1 = 0 \rightarrow M = R_1 R_3 C_3$$

### Manipulation.

Afficher  $R_2 \approx 2 R_3$ .

Exemple :  $R_2 = 5\,000 \Omega$ ,  $R_3 = 2\,500 \Omega$ .

Alimenter sous 10 V et 50 Hz.

Rechercher l'équilibre en ajustant  $C_3$  puis  $R_2$  alternativement si le réglage est impossible croiser les fils d'une des deux bobines.

### PONT COMPENSATEUR DE CAMPBELL

Schéma (fig. 2).

La f.e.m. induites aux bornes x, y est :

$$E = -jM\omega I_1 \quad V = 0,$$

impose  $U_{YM} = U_{XY}$  et le courant  $I_2$  est nul.

$$U_{YM}' = -\frac{j}{C\omega} I_1 \quad \text{et} \quad -jM\omega I_1 = -\frac{j}{C\omega} I_1$$

$$M = \frac{1}{C\omega^2}$$

### Manipulation.

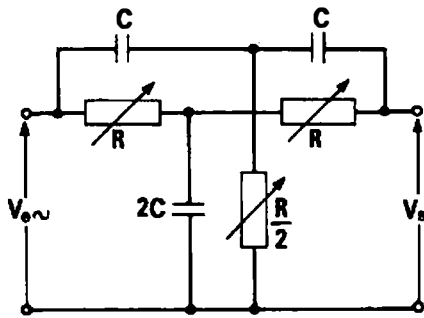
Alimenter le circuit sous 1 000 Hz.

Rechercher  $V = 0$  en ajustant C.

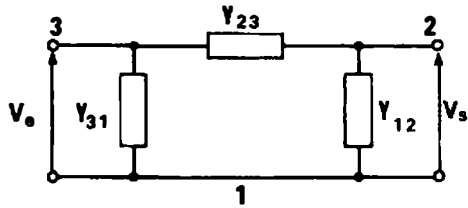
Si le réglage est impossible, croiser l'enroulement d'une des bobines.



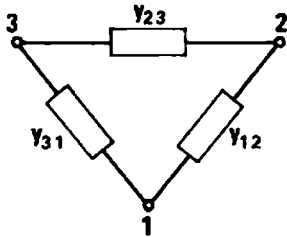
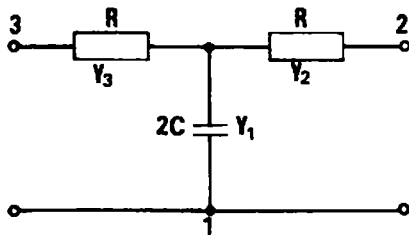
①



④



②



③

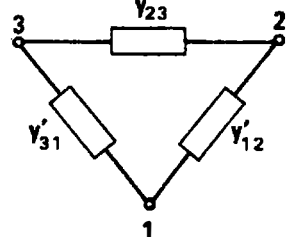
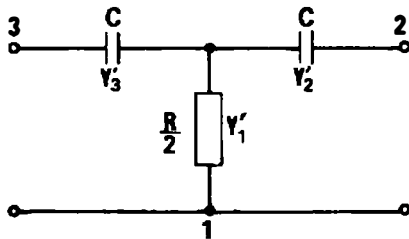


Schéma (fig. 1).

**Calcul de V<sub>s</sub>.**

Une méthode consiste à déterminer les éléments du schéma en π correspondant à chaque circuit en T.

Premier T (fig. 2).

Si  $Y_1 = 2jC\omega$ ,  $Y_2 = \frac{1}{R}$ ,  $Y_3 = \frac{1}{R}$  sont les admittances de l'étoile et  $Y_{12}$ ,  $Y_{23}$ ,  $Y_{31}$  celles du triangle, on obtient :

$$Y_{12} = \frac{Y_1 Y_2}{Y_1 + Y_2 + Y_3} = \frac{2jC\omega}{2 + 2jCR\omega}$$

$$Y_{23} = \frac{Y_2 Y_3}{Y_1 + Y_2 + Y_3} = \frac{1}{2R + 2jCR^2\omega}$$

$$Y_{31} = \frac{Y_3 Y_1}{Y_1 + Y_2 + Y_3} = \frac{2jC\omega}{2 + 2jRC\omega}$$

Deuxième T (fig. 3).

$$Y'_{12} = \frac{Y'_1 Y'_2}{Y'_1 + Y'_2 + Y'_3} = \frac{2jC\omega}{2 + 2jCR\omega}$$

$$Y'_{23} = \frac{Y'_2 Y'_3}{Y'_1 + Y'_2 + Y'_3} = \frac{-C^2\omega^2 R}{2 + 2jCR\omega}$$

$$Y'_{31} = \frac{Y'_3 Y'_1}{Y'_1 + Y'_2 + Y'_3} = \frac{2jC\omega}{2 + 2jCR\omega}$$

**Schéma en triangle équivalent (fig. 4).**

$$Y_{12} = Y_{12} + Y'_{12}$$

$$Y_{23} = Y_{23} + Y'_{23}$$

$$Y_{31} = Y_{31} + Y'_{31}$$

La tension V<sub>s</sub> est donc égale à :

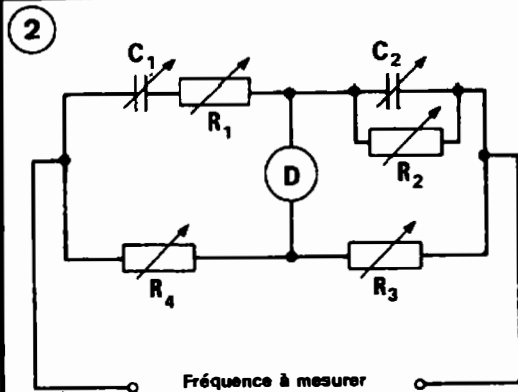
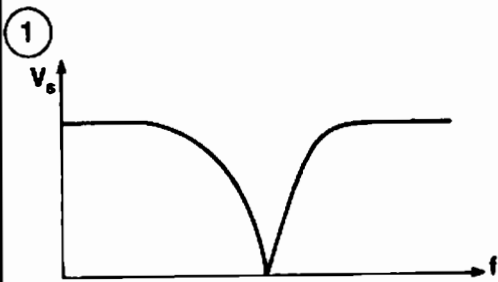
$$V_s = V_e \left[ \frac{1}{\frac{1}{Y_{12}} + \frac{1}{Y_{23}}} \right] = V_e \frac{Y_{23}}{Y_{12} + Y_{23}}$$

V<sub>s</sub> est nulle pour Y<sub>23</sub> = 0.

$$\frac{1}{2R + 2jR^2C\omega} - \frac{C^2\omega^2 R}{2 + 2jRC\omega} = 0$$

Ce qui entraîne :  $RC\omega = \frac{1}{\omega RC}$

$$f = \frac{1}{2\pi RC}$$



Représentation graphique de  $V_s = f(f)$ , fig. 1).

### Manipulation.

Si  $f_x$  est approximativement connu, la relation  $RC\omega = 1$  permet de déduire le couple des valeurs  $CR$ , déterminant  $V_s = 0$ .

Exemple :  $f_x \approx 1\ 000\ \text{Hz}$

$$CR \approx \frac{10^6}{6\ 280} \approx 150$$

avec  $C = 0,1\ \mu\text{F}$  et  $R \approx 1\ 500\ \Omega$

Valeurs affichées. (Voir fig. 2 et 3, M<sub>A</sub> 101).

$$Y_1 = 0,2\ \mu\text{F}, Y_2 = 2\ 000\ \Omega, Y_3 = 2\ 000\ \Omega$$

$$Y'_1 = 0,1\ \mu\text{F}, Y'_2 = 0,1\ \mu\text{F}, Y'_3 = 1\ 000\ \Omega$$

La diminution des résistances repérées  $Y'_1, Y_2, Y_3$  doit amener sur l'écran de l'oscilloscope un affaiblissement de la trace visualisant  $V_s$ .

La condition  $Y'_1 = \frac{Y_2}{2} = \frac{Y_3}{2}$  doit être respectée pendant la mesure.

### PONT DE ROBINSON

Ce montage convient pour la mesure de basses fréquences :  $f < 20\ \text{kHz}$ .  
Schéma (fig. 2).

### Conditions d'équilibre.

Par hypothèse.

$$C_1 = C_2 = C, \quad R_1 = R_2 = R, \quad \frac{R_4}{R_3} = 2$$

$$\left( R_1 + \frac{1}{jC_1\omega} \right) R_2 = \frac{\frac{R_2}{jC_2\omega}}{\frac{1}{jC_2\omega} + R_3} \cdot R_4$$

$$\frac{jR_1C_1\omega + 1}{jC_1\omega} \cdot R_2 = \frac{R_2 \cdot R_4}{1 + jC_2R_3\omega}$$

$$\frac{R_4}{R_3} = \frac{jR_1C_1\omega + 1}{jC_1\omega} \cdot \frac{1 + jC_2R_3\omega}{R_2}$$

En utilisant les notations de l'hypothèse, il vient :

$$2 = \frac{2RC\omega}{RC\omega} + \frac{1 - R^2C^2\omega^2}{jRC\omega}$$

$$1 - R^2C^2\omega^2 = 0 \quad \text{et} \quad \omega = \frac{1}{RC}$$

$$f = \frac{1}{2\pi RC}$$

### Manipulation.

$C_1$  et  $C_2$  sont des capacités étalons jumelées variant dans le même sens.

$R_1$  et  $R_2$  sont des boîtes de résistances jumelées variant dans le même sens.

$R_3$  et  $R_4$  sont des boîtes de résistances.

Après avoir déterminé approximativement la fréquence inconnue  $f$ , on choisit  $C_1, C_2$  telles que leur impédance soit égale à  $1\ 000\ \Omega$  environ : plus la fréquence sera élevée plus  $C_1, C_2$  seront faibles.

$$\text{Ajuster } R_4 \approx \frac{1}{C\omega}, \quad R_3 = \frac{R_4}{2}$$

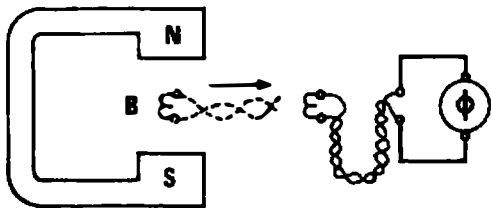
Afficher  $R_1$  et  $R_2$  à environ  $1\ 000\ \Omega$ , puis les ajuster de façon à obtenir le zéro au détecteur.

Remarque. Ce pont ne peut travailler avec précision aux fréquences élevées car les impédances parasites modifient alors les conditions d'équilibre.



# MESURE DES GRANDEURS MAGNÉTIQUES

①



**Magnétisme.** Les forces s'exerçant entre courants, électro-aimants, aimants sont attribuées au magnétisme. C'est le magnétisme, branche principale de l'élec-

rotechnique, qui a permis le développement prodigieux de l'industrie.

**Excitation magnétique.** Le magnétisme est le résultat d'une excitation magnétique encore appelée champ magnétique dont l'unité est l'ampère tour par mètre.

**Induction magnétique.** C'est un pouvoir de force issu de l'excitation magnétique et dépendant du milieu. L'unité d'induction magnétique est le Tesla ou Weber par m<sup>2</sup>.

**Flux magnétique.** Une spire de surface S placée normalement aux lignes d'induction est soumise à un flux  $\Phi = B.S$ . L'unité de Flux magnétique est le Weber.

**Symboles-Unités-formules :**

Grandeurs	Symboles	Unités		Formules
Force magnéto motrice .....	F	Ampères tour	At	$F = N \cdot I$
Excitation magnétique .....	H	Ampères tour/mètre	$\frac{At}{m}$	$H = NI/l$
Perméabilité du vide .....	$\mu_0$	—	—	$\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7}$
Perméabilité relative .....	$\mu_r$	—	—	—
Perméabilité absolue .....	$\mu$	—	—	$\mu = \mu_0 \cdot \mu_r$
Induction magnétique .....	B	Tesla	T	$B = \mu \cdot H$
Flux magnétique par spire .....	$\Phi$	Weber	Wb	$\Phi = BS$
Inductance propre .....	L	Henry	H	$L = \Phi/I$
F.E.M induite par spire .....	e	Volt	V	$e = d\Phi/dt$

**MESURES MAGNÉTIQUES**

Les mesures magnétiques dérivent toutes d'une mesure de flux d'induction, les autres grandeurs s'en déduisent par l'intermédiaire d'une relation mathématique. Généralement on emploie des méthodes de déviations mais d'autres méthodes spécialisées et plus complexes peuvent être utilisées.

**Principe général.** La formule :

$$e = - \frac{d\Phi}{dt} \text{ ou } e = - \frac{\Delta\Phi}{\Delta t}$$

montre qu'une variation de flux pendant un court temps développe une force électro motrice e. On sait par ailleurs que  $\Delta\Phi = \Delta B.S.N$

donc 
$$e = - N \cdot S \frac{\Delta B}{\Delta t}$$

En conclusion si une bobine de section S et de N spires est soumise à une variation d'induction  $\Delta B$ , il apparaît à ses bornes une force électromotrice e. Cette bobine encore appelée bobine exploratrice est un intermédiaire de mesure.

Les appareils indicateurs connectés à ses bornes peuvent être :

**Le fluxmètre** (voir M<sub>A</sub> 35).

**Le galvanomètre balistique** (voir M<sub>A</sub> 32).

*Remarque :* si l'induction est sinusoïdale il est possible de mesurer la F.E.M. à l'aide d'un voltmètre alternatif à très forte impédance interne. L'induction est déduite de la relation :

$$E_{\text{moyenne}} = \frac{\omega \cdot N \cdot S \cdot B_{\text{max}}}{\sqrt{2}}$$

**Mesure d'une induction continue dans un entrefer** (fig. 1).

Une bobine exploratrice de caractéristiques S et N connues est placée dans l'entrefer où l'on veut mesurer l'induction. Puis elle est déplacée rapidement vers une zone où l'induction est nulle. La variation de flux  $\Delta\Phi$  provoque une déviation correspondante au fluxmètre.

$$\Delta\Phi = k(\theta_2 - \theta_1)$$

$$\Delta\Phi = B \cdot S \cdot N \text{ d'où } B = \frac{k(\theta_2 - \theta_1)}{S \cdot N}$$

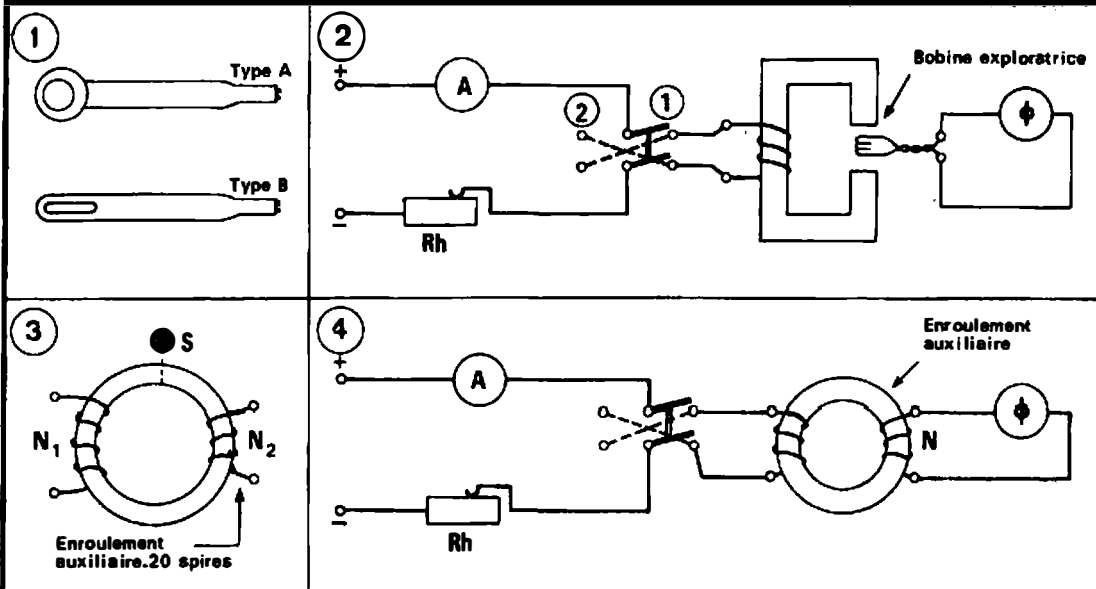


Fig. 1. Bobine exploratrice.

*Remarques.* Au début de la mesure, le plan de la bobine exploratrice doit être normal aux lignes d'induction.

L'intervalle  $\Delta t$  pendant lequel est provoquée la variation  $\Delta \Phi$  est trop long pour que l'on puisse envisager l'emploi du galvanomètre balistique.

**Autre méthode** (fig. 2). Lorsque la force magnéto motrice est créé par un courant électrique, la coupure de ce dernier ou mieux son inversion crée une variation de flux mesurable.

La bobine exploratrice est placée dans l'entrefer considéré.

Le rhéostat Rh permet de fixer l'intensité définissant l'induction normale du circuit magnétique. L'inversion rapide du commutateur provoque une variation de l'intensité de  $+ I$  à  $- I$  et par suite une variation d'induction de  $+ B$  à  $- B$  soit  $2B$  au total. Il vient :

$$\Delta \Phi = k (\theta_2 - \theta_1) = 2 \cdot B \cdot S \cdot N$$

$$B = \frac{k \cdot (\theta_2 - \theta_1)}{2 \cdot S \cdot N} \quad (1)$$

### Application.

Soit à mesurer l'induction existant dans l'entrefer d'un circuit magnétique lorsque le courant magnétisant est de 1A.

Caractéristiques de la bobine exploratrice :

$S = 2 \text{ cm}^2 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$ ,  $N = 50$  spires  
La constante du Fluxmètre est :  
 $k = 10^{-4} \text{ Wb}$  par division.

Après avoir réglé  $I$  à 1A on inverse le commutateur. Les indications du fluxmètre sont  $\theta_1 = 28d$ ;  $\theta_2 = 50 d$ .

$$\Delta \Phi = 10^{-4} (50 - 28) = 22 \cdot 10^{-4} \text{ wb}$$

$$B = \frac{22 \cdot 10^{-4}}{2 \cdot 50 \cdot 2 \cdot 10^{-4}} = 0,11 \text{ Tesla.}$$

Il est possible pour améliorer la lecture au fluxmètre de prédéterminer les caractéristiques de la bobine exploratrice.

Soit à mesurer une induction d'environ 0,1 Tesla avec une déviation de 100 divisions au fluxmètre.

Si  $k = 10^{-4} \text{ Wb}$ , d'après la relation (1) :  
 $B = \frac{k(\theta_2 - \theta_1)}{2 \cdot S \cdot N}$  on obtient  $S \cdot N = \frac{k(\theta_2 - \theta_1)}{2 \cdot B}$

$$SN = \frac{10^{-4} \cdot 100}{2 \cdot 0,1} = 50 \cdot 10^{-3}$$

On peut choisir une bobine de :  
 $N = 50$  spires,  $S = 10 \text{ cm}^2$ .

### Mesure d'une induction continue.

Si le circuit magnétique ne comporte pas d'enroulement auxiliaire, formant bobine exploratrice, on bobine sur ce dernier (fig. 3) un certain nombre de spires (20 par exemple).

$N_2$  : Nombre de spires de l'enroulement auxiliaire de mesure.

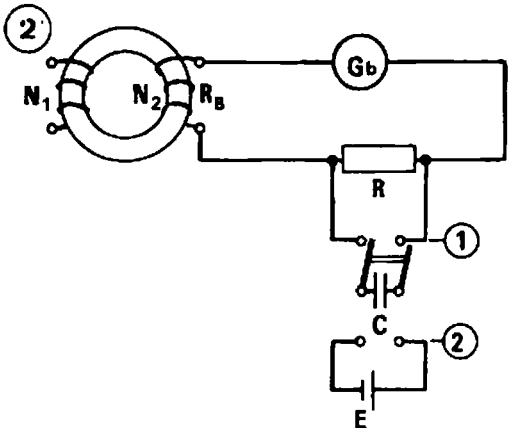
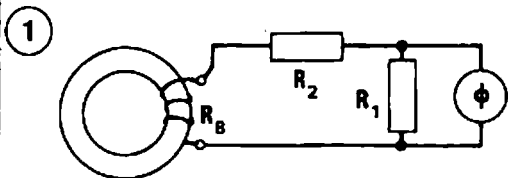
$S$  : Section droite du circuit magnétique sur lequel est disposé l'enroulement auxiliaire. On néglige la surface représentant l'intervalle d'air existant entre bobine et fer.

**Schéma** (fig. 4).

**Manipulation.** Le rhéostat Rh permet de régler l'intensité engendrant l'induction désirée. L'inversion du commutateur provoque une variation  $2B$ .

$$\Delta \Phi = k(\theta_2 - \theta_1) = 2BSN_2$$

$$B = \frac{k(\theta_2 - \theta_1)}{2SN_2}$$



**Fluxmètre shunté** Revoir (M<sub>A</sub>35).

Son utilisation s'impose lorsque la déviation du Fluxmètre sort du cadre de l'échelle et si on ne peut diminuer le nombre de spires de l'enroulement auxiliaire.

Shunter un fluxmètre (fig. 1) revient à augmenter sa constante. Si  $k$  est la constante donnée par le constructeur, la nouvelle constante  $k'$  est :

$$k' = k \cdot \left( \frac{R_B + R_1 + R_2}{R_1} \right)$$

Remarque. Il faut satisfaire la condition  $R_1 < 30 \Omega$ .

**Application :** soit  $\theta = 100$  d, l'indication enregistrée au fluxmètre

avec  $k = 10^{-4} \text{ Wb/d}$ ,  $R_B = 0,1 \Omega$ ,

$R_2 = 20 \Omega$ ,  $R_1 = 10 \Omega$ .

$$k' = 10^{-4} \cdot \left( \frac{30,1}{10} \right) \cdot \text{Wb/d}$$

$$\Delta\Phi = 10^{-4} \cdot \frac{30,1}{10} \cdot 100 = 301 \cdot 10^{-4} \text{ Wb.}$$

**Galvanomètre balistique.** Revoir (M<sub>A</sub>32).

Lorsque la variation d'induction a lieu pendant un temps très court, il est possible d'utiliser le galvanomètre balistique comme organe de mesure. Il faut évidemment définir par un étalonnage la constante balistique du galvanomètre dans les conditions de l'expérience.

Schéma (fig. 2).

1. Etalonnage (fig. 2).

• Le commutateur est placé en (2), la capacité  $C$  se charge sous la tension  $E$ .

$$Q = CE.$$

• Le commutateur est alors placé en (1), la capacité se décharge dans le circuit de mesure et le galvanomètre balistique qui est parcouru par la quantité d'électricité  $q_1$ , a une élévation  $\alpha_1$

$$q_1 = Q \frac{R}{R + R_B + g} = \frac{CER}{R + R_B + g}$$

$$k \cdot \alpha_1 = \frac{CER}{R + R_B + g} \quad (1)$$

2. Mesure.

• Le commutateur est ouvert. La variation en  $N_1$  des ampères-tours primaires détermine en  $N_2$  une variation de flux  $\Delta\Phi$  et une force électromotrice  $e$ .

$$q_2 = i \cdot \Delta t = \frac{e \Delta t}{R + R_B + g}$$

$$q_2 = - \frac{\Delta\Phi}{R + R_B + g} = - \frac{N_2 S \Delta B}{R + R_B + g}$$

La force électromotrice  $e$  détermine donc une quantité d'électricité  $q_2$  qui traverse le galvanomètre balistique et provoque une élévation  $\alpha_2$ .

$$\text{Il vient : } k \cdot \alpha_2 = \frac{N_2 S \Delta B}{R + R_B + g} \quad (2)$$

En divisant (1) par (2) on obtient :

$$\frac{\alpha_1}{\alpha_2} = \frac{CER}{N_2 S \Delta B}$$

$$\Delta B = \frac{CER}{N_2 \cdot S} \cdot \frac{\alpha_2}{\alpha_1}$$

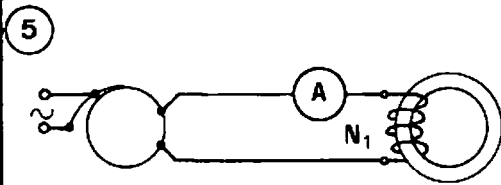
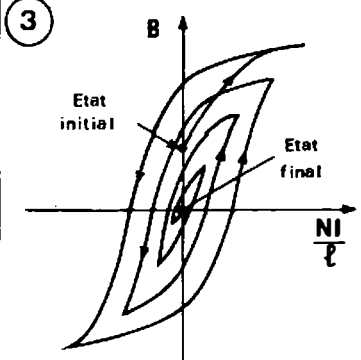
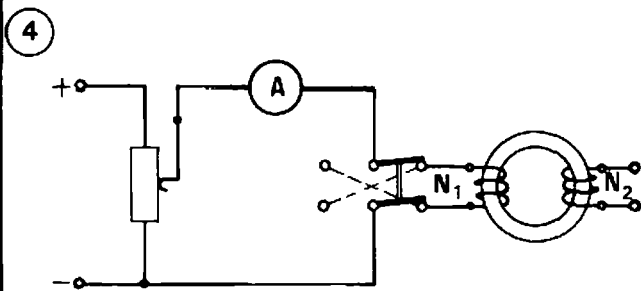
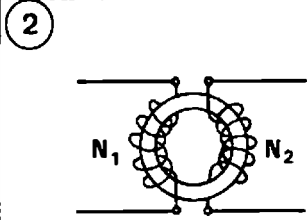
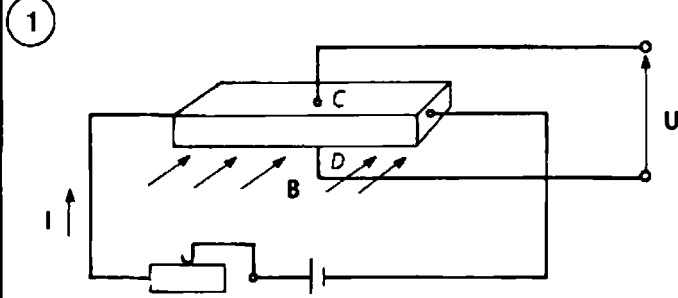
**Magnétomètre.**

Les magnétomètres sont des appareils spécialisés permettant de mesurer une induction.

**Magnétomètre mécanique.** Il fait correspondre un couple mécanique à une induction.

**Magnétomètre à vibrations.** La période d'oscillation d'un petit aimant mobile soumis à un couple de rappel est modifiée par l'induction à laquelle il est soumis.

**Magnétomètre à semi-conducteur.** Pour une température donnée la résistivité de certains semi-conducteurs croît avec l'induction. Une sonde en bismuth forme par exemple la quatrième branche d'un pont de Wheatstone. Le déséquilibre du pont est fonction de l'induction à laquelle la sonde est soumise.



### Magnétomètre à effet Hall.

Schéma de principe (fig. 1).

La tension  $U$  qui apparaît aux bornes C et D du semi-conducteur est fonction de l'induction  $B$  et du courant  $I$

$$U = k \cdot I \cdot B$$

### ÉTUDE D'UN MATÉRIAU MAGNÉTIQUE

L'étude d'un matériau magnétique peut être réalisée sur un circuit en forme de tore permettant un calcul aisé du champ  $H$ . Les enroulements d'excitation  $N_1$  et de mesure  $N_2$  sont concentriques et répartis sur toute la longueur du tore de façon à rendre négligeables les fuites magnétiques.

La fig. 2 représente un tore expérimental.

- L'enroulement d'excitation  $N_1$  permet de définir le champ :  $H = \frac{N_1 I}{l}$ , où  $l$  représente la longueur moyenne du tore.

L'enroulement de mesure  $N_2$  permet de mesurer la variation de flux  $\Delta\Phi$  et de calculer l'induction :

$B = \frac{\Phi}{N_2 \cdot S}$  où  $S$  représente la section droite du matériau.

### Démagnétisation d'un matériau magnétique.

Différentes mesures (courbe d'aimantation, cycle d'hystérésis) réclament une démagnétisation totale du matériau (disparition de la rémanence).

Le cycle de désaimantation est visualisé fig. 3.

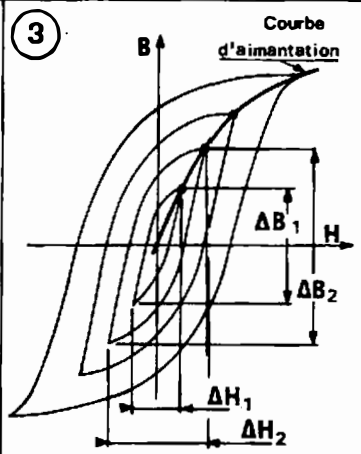
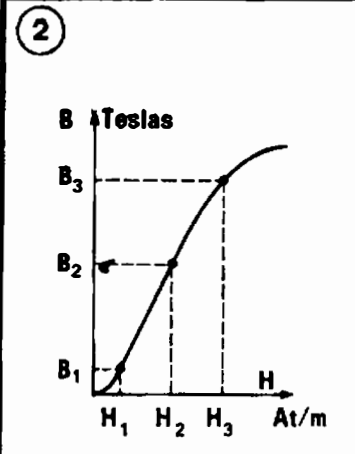
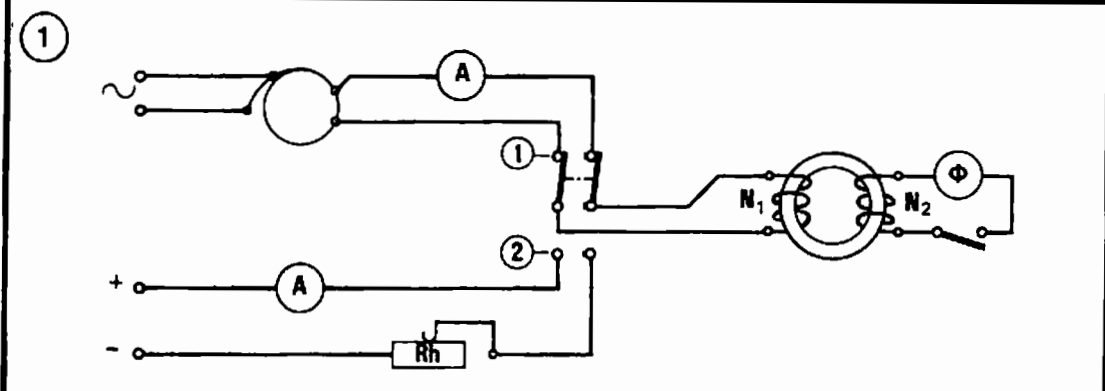
1<sup>er</sup> procédé. (fig. 4).

A l'aide du potentiomètre on fait décroître l'amplitude du courant continu et simultanément on inverse périodiquement le commutateur. La vitesse d'inversion est de 1 manœuvre à la seconde.

2<sup>e</sup> procédé. (fig. 5).

La manœuvre de l'alternostat permet de faire décroître l'amplitude d'un courant alternatif à 50 Hz de  $I_{\max}$  à 0. Ce procédé de démagnétisation n'est conseillé que pour les matériaux à faibles pertes. En effet si les courants de Foucault sont trop intenses la démagnétisation risque d'être incomplète.





On choisira de plus faibles accroissements de courant pour les parties courbes du graphe. Celles-ci réclament pour le tracé un plus grand nombre de points que les parties rectilignes.

**Perméabilité relative.**

La perméabilité relative  $\mu_r$  d'un matériau est définie théoriquement à partir de la courbe de première aimantation.

Pour tout point de la courbe, la perméabilité est donnée par la relation :

$$\mu_r = \frac{B}{\mu_0 H}$$

**Courbe de première aimantation.**

Cette courbe  $B = f(H)$  ne peut être tracée que si le matériau est démagnétisé. Chaque couple de points  $\Delta H \rightarrow \Delta B$  est donc défini à partir de l'origine des axes après désaimantation préalable du matériau.

**Manipulation (fig. 1).**

- Après démagnétisation du tore (position (1) du commutateur), on injecte un faible courant d'excitation  $I_1$  en basculant le commutateur en position (2). La variation  $\Delta\Phi$  mesurée au Fluxmètre permet de calculer B. On obtient les couples de points

$$H_1 = \frac{N_1 I_1}{l} \rightarrow B_1 = \frac{k \theta_1}{N_2 S}$$

- Les opérations précédentes sont reconduites mais les courants d'excitation  $I_1, I_2, I_3$  etc. vont croissant jusqu'à ce que la saturation soit atteinte.

Exemple. Graphe  $B = f(H)$  d'un tore en fer doux (fig. 2).

Remarque. Un étalonnage préalable du rhéostat Rh permet de fixer les courants  $I_1, I_2, I_3$ , etc.

**Courbe d'aimantation moyenne (fig. 3).**

Cette courbe encore appelée courbe des inductions limites est obtenue en reliant les sommets des différents cycles d'hystérésis, définis en faisant varier les limites du courant d'excitation. C'est cette courbe qui intervient dans le fonctionnement des machines électriques et qui est d'ailleurs donnée par les perméamètres.

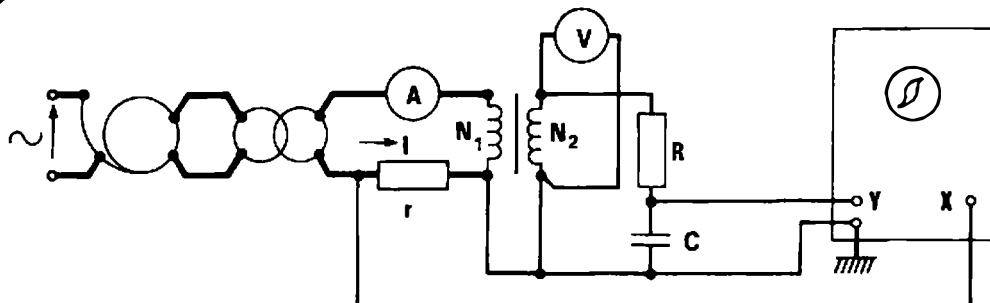
**Manipulation.**

Le montage (fig. 4, M<sub>A</sub>106) est utilisé. Après démagnétisation du tore, chaque inversion du commutateur pour des courants I croissants permet de définir deux sommets d'un cycle.

On obtient successivement :  $\Delta H_1$  et  $\Delta B_1$  puis  $\Delta H_2$  et  $\Delta B_2$ , etc.

Construction graphique (fig. 3).

①



**Principe** (fig. 1).

Le cycle d'hystérésis est défini par la relation  $B f(H)$ . Les deux grandeurs  $B(t)$  et  $H(t)$  variables dans le temps et en phase doivent donc être visualisées à l'oscilloscope.

• Le champ magnétisant est défini par la relation :

$$H = \frac{N_1 I}{l} = KI$$

$l$ . Longueur moyenne du circuit magnétique exprimée en mètres.

$N_1$ . Nombre de spires de l'enroulement primaire.

$I$ . Courant magnétisant théoriquement en quadrature arrière avec la tension d'alimentation. L'image de  $I$ , donc de  $H$  est prélevée aux bornes de la résistance  $r$ . Si l'on veut conserver la quadrature arrière,  $r$  doit être négligeable devant l'inductance  $L\omega$  de l'enroulement primaire.

On pourra choisir  $10 \Omega < r < 20 \Omega$

• L'induction est définie par la relation :

$$e_2 = - N_2 \cdot S \cdot \frac{dB}{dt}$$

La f.e.m secondaire  $e_2$  est l'image de la dérivée de l'induction par rapport au temps. Pour obtenir  $B$  et  $H$  en phase, un circuit intégrateur R.C est indispensable au secondaire. La relation précédente devient alors

$$dB = - \frac{e_2}{N_2 \cdot S} dt.$$

$$B_{Max} = \frac{E_2 Max}{N_2 \cdot S \cdot \omega} = K' E_2 Max$$

La tension proportionnelle à  $E_2$  et image de  $B$  sera prélevée aux bornes du condensateur C.

Pour des tensions normales on pourra choisir :  $R = 50 K\Omega$ ;  $C = 1 \mu F$ .

**Manipulation.**

Le transformateur permet d'isoler le circuit du réseau.

Placer le commutateur réglant la base de temps sur la position amplificateur X (Lissajous) : les plaques de déviation horizontale sont alors reliées à l'entrée X.

Appliquer la tension image du champ sur l'entrée X.

Appliquer la tension image de l'induction sur l'entrée Y.

Régler le courant magnétisant  $I$  à une valeur telle qu'il ne sature pas le circuit magnétique.

Régler les gains des amplificateurs X et Y pour obtenir une image correcte : si cette dernière est inversée sur l'écran rechercher et croiser l'enroulement  $N_1$  ou  $N_2$  en cause.

• **Echelle des champs.** Débrancher l'entrée Y et mesurer la trace horizontale  $L_x$ .

$$L_{x(cm)} = 2H_{Max} = \frac{2I\sqrt{2}N_1}{l}$$

$$\text{Echelle X} = \frac{2N_1 I \sqrt{2} / l}{L_x} = \frac{At/m}{cm}$$

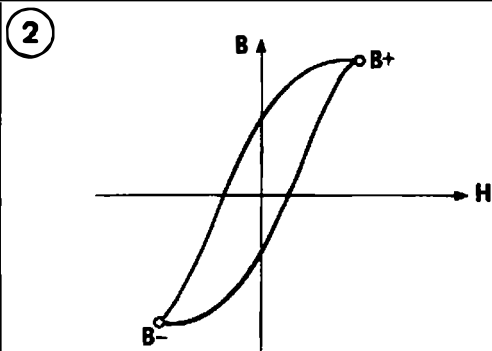
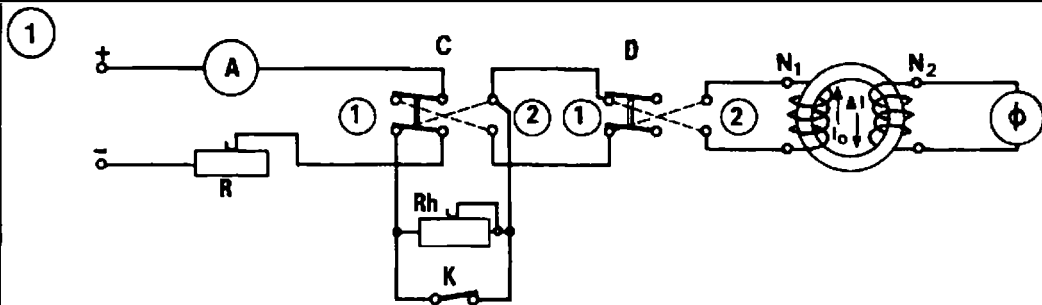
• **Echelle des inductions.** Rebrancher l'entrée Y, débrancher l'entrée X et mesurer la trace verticale  $L_y$ .

$$L_{y(cm)} = 2B_{Max} = \frac{2E_2 \sqrt{2}}{N_2 \cdot S \cdot 2\pi \cdot f}$$

$$\text{Echelle y} = \frac{E_2 \sqrt{2} / N_2 S \pi f}{L_y} = \frac{\text{Tesla}}{cm}$$

$I$  et  $E_2$  sont les grandeurs lues sur l'ampèremètre et le voltmètre.

A partir de cet instant les gains ne doivent plus être modifiés. Rebrancher X, tracer le cycle et graduer les axes en utilisant le calcul précédent des échelles.



L'hystérésis magnétique apparaît lorsqu'un matériau magnétique est soumis aux effets d'un champ sinusoïdal. Elle détermine des pertes actives explicitées par la surface du cycle d'hystérésis (fig. 2).

Différentes méthodes expérimentales permettent le tracé d'un cycle d'hystérésis.

MÉTHODE D'EWING

Pour éviter l'accumulation des erreurs, chaque couple de valeurs B (H) est défini expérimentalement à partir d'une origine toujours la même. La fig. 2 montre que celle-ci ne peut être que les points B + ou B -.

B + et B - sont les sommets positif et négatif du cycle.

Schéma (fig. 1).

**Manipulation.** Cette manipulation étant délicate à conduire une description complète s'impose.

Après démagnétisation du tore les commutateurs C et D sont placés en position (1), l'interrupteur K est fermé.

1° Un courant magnétisant réglé par le rhéostat R alimente l'enroulement N<sub>1</sub>. Sa valeur I<sub>0</sub> réglée une fois pour toute correspond à l'induction maximale désirée. Plusieurs inversions de ce courant I<sub>0</sub> à l'aide du commutateur D permettent de fixer en B + l'état magnétique du tore.

2° L'interrupteur K est ouvert. Le courant I<sub>0</sub> passe à une valeur I<sub>1</sub> plus faible. La variation de courant ΔI<sub>1</sub> = I<sub>0</sub> - I<sub>1</sub> détermine une variation de flux ΔΦ<sub>1</sub> mesurée au fluxmètre. Les couples de valeurs ΔH<sub>1</sub>(ΔB<sub>1</sub>) sont les coordonnées du 1<sup>er</sup> point de la courbe.

$$\Delta H_1 = \frac{N_1 \Delta I_1}{l} \quad , \quad \Delta B_1 = \frac{k \theta_1}{N_2 S}$$

3° Le rhéostat Rh permet à ce moment là de fixer un nouveau courant d'excitation I<sub>2</sub> tel que I<sub>2</sub> < I<sub>1</sub>, puis l'interrupteur K est fermé. Plusieurs manœuvres du commutateur D permettent de fixer à nouveau l'état magnétique du tore en B +.

4° Les opérations décrites en 2<sup>e</sup> et 3<sup>e</sup> sont reconduites pour obtenir des courants d'excitation décroissants : I<sub>0</sub> > I<sub>1</sub> > I<sub>2</sub> > I<sub>3</sub>, etc. Les variations croissantes ΔI<sub>1</sub> < ΔI<sub>2</sub> < ΔI<sub>3</sub> s'en déduisent et permettent de définir les ΔH et les ΔB correspondants.

*Remarque.* Le rhéostat Rh peut être étalonné en début de manipulation, les positions du curseur repérant les valeurs des courants d'excitation.

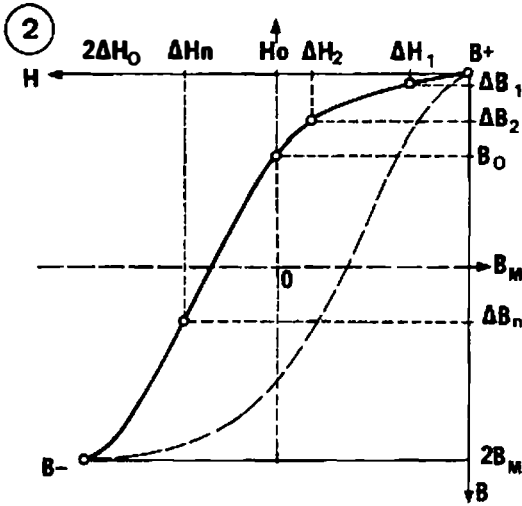
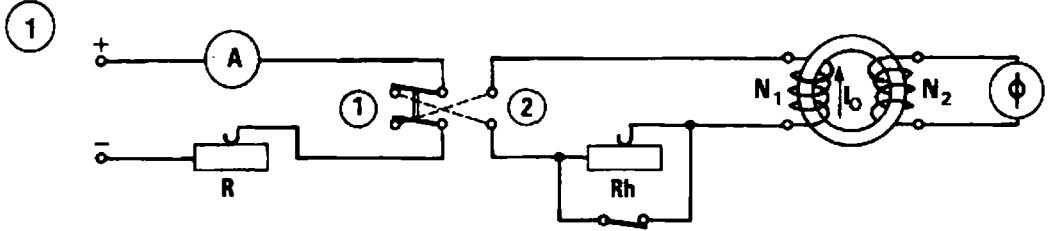
5° L'ouverture du commutateur C permet de créer une variation du courant d'excitation égale à I<sub>0</sub>, d'où les points H<sub>0</sub> et B<sub>0</sub>.

6° Les commutateurs C et D sont maintenant placés en position (2), l'interrupteur K restera toujours ouvert. Le sens du courant I<sub>0</sub> n'étant pas modifié, plusieurs manœuvres du commutateur D permettent de retrouver l'état magnétique B +.

7° La manœuvre du commutateur C de la position (2) en (1) permet de créer des variations de courant supérieures à I<sub>0</sub>. On obtient dans l'ordre : C ouvert, la variation est I<sub>0</sub>; C en (1), la variation est I<sub>n</sub>. Puisque les variations I<sub>0</sub> et I<sub>n</sub> sont de même sens ΔI<sub>n</sub> = I<sub>0</sub> + I<sub>n</sub>. C'est le rhéostat Rh qui permet de fixer les valeurs de I<sub>n</sub>.

# CYCLE D'HYSTÉRÉSIS MÉTHODE SIMPLIFIÉE

**M<sub>A</sub> 110**



3

$I_0$	$I$	$\Delta I$	$\Delta H$	$\theta$	$\Delta \Phi$	$\Delta B$
	$I_1$	$I_0 - I_1$				
	$I_2$	$I_0 - I_2$				
	$0$	$I_0$				
	$I_n$	$I_0 + I_n$				

8° Les opérations 6° et 7° sont reconduites pour des valeurs croissantes de  $I_n$ , la variation maximale étant  $2 I_0$ .

9° Tracé du cycle (fig. 2).

La partie décroissante du cycle est figurée en traçant toujours les coordonnées  $\Delta H_1$ ,  $\Delta B_1$ ,  $\Delta H_2$ ,  $\Delta B_2$  à partir de l'origine  $B +$ .

Les axes réels sont ensuite tracés. Axe des inductions en  $H_0$ , axe des champs en  $B_m$ .

La partie croissante du cycle est alors tracée par symétrie.

Présentation des relevés : tableau 3.

Détermination du courant  $I_0$ .

Si  $B_0$  est l'induction imposée, lorsque le cycle d'hystérésis passe des valeurs  $B +$  à  $B -$ , la variation d'induction est :  $\Delta B = 2 B_0$  d'où  $\Delta \Phi = 2 B_0 \cdot S \cdot N_2$

La déviation au Fluxmètre doit être :

$$\theta = 2 \frac{B_0 \cdot S \cdot N_2}{k}$$

Il suffit donc d'augmenter progressivement à l'aide du rhéostat R le courant magnétisant tout en inversant à chaque fois le commutateur D. Lorsque la déviation  $\theta$  est atteinte au fluxmètre, la condition  $I_0$  déterminant  $B_0$  est réalisée.

## MÉTHODE SIMPLIFIÉE

Schéma (fig. 1).

### Manipulation.

Après démagnétisation du tore le commutateur est en position (1), l'interrupteur est fermé.

• 1° Un courant magnétisant  $I_0$  est réglé par le rhéostat R et plusieurs manœuvres du commutateur permettent de fixer en  $B +$  l'état magnétique du tore.

• 2° L'interrupteur est alors ouvert, le courant passe de la valeur  $I_0$  à une valeur  $I_1$  plus faible et détermine une variation de flux :

$\Delta \Phi_1 = k(\theta_2 - \theta_1)$ , on obtient les points  $\Delta H_1$  et  $\Delta B_1$  :

$$\Delta H_1 = \frac{N_1}{l} (I_0 - I_1), \quad \Delta B_1 = \frac{k(\theta_2 - \theta_1)}{N_2 S}$$

• 3° Le commutateur est ensuite placé en (2), tout se passe comme si la variation de courant était  $I_0 + I_1$ , on obtient les points  $\Delta H_2$  et  $\Delta B_2$  :

$$\Delta H_2 = \frac{N_1}{l} (I_0 + I_1), \quad \Delta B_2 = \frac{k(\theta_3 - \theta_1)}{N_2 S}$$

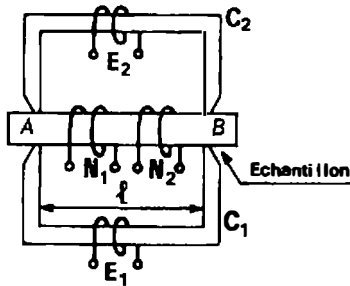
• 4° Après réglage par Rh d'un courant  $I_2 < I_1$ , l'interrupteur est fermé et la manœuvre du commutateur permet de retrouver le point d'induction  $B +$

• 5° Le commutateur étant en (1), les opérations 2, 3, 4 sont reconduites pour des courants décroissants :

$$I_1 > I_2 > I_3 > I_n.$$

Tracé du cycle. La construction est identique à la précédente.

①



PERMÉAMÈTRES

Ce sont des appareils spécialisés utilisés pour relever les courbes de première aimantation et les cycles d'hystérésis. La construction d'un tore est toujours assez longue et coûteuse, les perméamètres permettent d'utiliser des échantillons sous forme de barres.

Perméamètre Illović C.D.C. (fig. 1).

Il est constitué par deux bobines N<sub>1</sub>, N<sub>2</sub> dans lesquelles on introduit l'échantillon à étudier et une culasse à grande perméabilité C<sub>1</sub> sur laquelle est disposé un enroulement E<sub>1</sub>. L'ensemble constitue un circuit magnétique fermé.

• Lorsque les champs magnétiques créés par les courants I<sub>N</sub> et I<sub>E</sub> dans les enroulements N<sub>1</sub> et E<sub>1</sub> compensent exactement les fuites magnétiques la différence de potentiel magnétique entre les points A et B est nulle. Cette condition est vérifiée par une deuxième culasse C<sub>2</sub> avec son enroulement E<sub>2</sub>. En effet un fluxmètre connecté en E<sub>2</sub> ne doit pas dévier lorsqu'on inverse simultanément les courants I<sub>N</sub> et I<sub>E</sub>. Il est alors possible d'effectuer une mesure en connectant le fluxmètre aux bornes de la bobine N<sub>2</sub> et en inversant simultanément les courants

$$I_N \text{ et } I_E.$$

Le champ magnétique dans l'échantillon à étudier est :

$$H = \frac{2I_N \cdot N_1}{l}$$

Et la variation de flux correspondante :

$$\Delta\Phi = 2 \cdot B \cdot N_2 \cdot S$$

Remarque : Pour une étude plus complète voir la notice de la Compagnie des Compteurs.

Steinmetz Charles Proteus. Ingénieur électrique de nationalité américaine, d'origine allemande (Breslau 1865 - Schenectady (New York) 1923). Après des études aux universités de Breslau, Zurich, Berlin, il émigra aux U.S.A. Ingénieur à la Général Electric, puis professeur à New York, il mit au point une formule qui donne (empiriquement) l'expression de l'énergie dissipée dans un cycle d'hystérésis.

**Pertes par hystérésis.**

On démontre que les pertes par hystérésis par unité de volume et par cycle dans un matériau magnétique, sont définies par l'aire de ce cycle.

$$W(\text{joules}) = \int H \cdot dB.$$

En utilisant le système M K S A, il vient :

W = Surface du cycle x Echelle des B x Echelle des H			
J/m <sup>3</sup> /cycle	cm <sup>2</sup>	Tesla/cm	Ampères tours/cm

**Application.**

Définir les pertes en watts par kilogramme pour un matériau magnétique de masse volumique M = 7800 kg/m<sup>3</sup>.

Sur le cycle tracé expérimentalement on relève :

Echelle des H : 100 At/m par cm

Echelle des B : 0,1 Tesla par cm

Surface du cycle : 30 cm<sup>2</sup>

Pertes par cycle, par m<sup>3</sup> : W = 30.100.0,1 = 300 J.

Pertes en watts par m<sup>3</sup> : P = 300.50 = 15 000 W.

Pertes en watts par kg :

$$P/\text{kg} = 15000 : 7800 \approx 1,9 \text{ W/kg}$$

**Formule de Steinmetz :**  $W = \eta \cdot B^x$

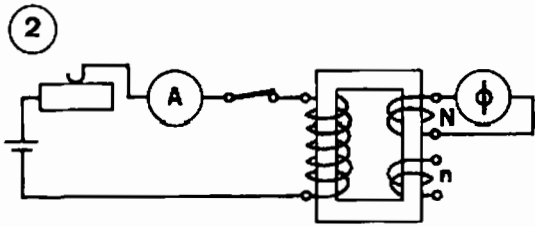
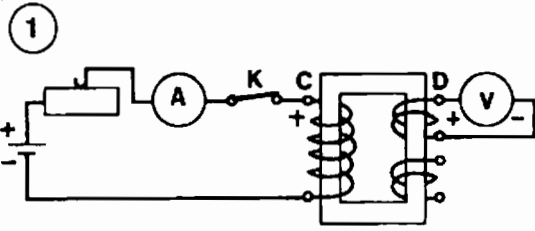
Le relevé expérimental de deux cycles d'hystérésis permet de définir l'exposant x. En effet on obtient :

$$S_1 = \eta B_1^x M; \quad S_2 = \eta B_2^x M$$

$$\frac{S_1}{S_2} = \left( \frac{B_1 M}{B_2 M} \right)^x \rightarrow x = \frac{\log\left(\frac{S_1}{S_2}\right)}{\log\left(\frac{B_1 M}{B_2 M}\right)}$$

# MESURE DES PERTES FER MÉTHODE DU WATTMÈTRE

M<sub>A</sub> 112



## ENROULEMENTS DE CIRCUIT MAGNÉTIQUES

### Bornes homologues.

Connecter les enroulements d'une machine en série, en parallèle en triangle, etc; nécessite un repérage permettant d'expliquer les bornes homologues de chaque bobine. L'essai est une application de la relation :  $e = - \frac{d\phi}{dt}$ .

Schéma (fig. 1).

### Manipulation.

L'ouverture de l'interrupteur k provoque une variation négative de flux en effet l'induction passe des valeurs  $B_M$  à 0, par conséquent la F.E.M qui apparaît sur l'enroulement secondaire est positive :

$$e = - \left[ - \frac{d\phi}{dt} \right] \rightarrow e > 0.$$

Un voltmètre à cadre mobile (polarisé) repère alors l'entrée. Si à l'ouverture de l'interrupteur la déviation au voltmètre est positive, la borne de l'enroulement connectée au + du voltmètre est l'entrée : si la déviation est négative c'est l'inverse.

Sur la fig. 1, la borne C est par hypothèse une entrée car elle est raccordée au + de la source. Si le voltmètre dévie positivement la borne D est aussi une entrée : C et D sont des bornes homologues. L'essai peut être généralisé à un circuit à plusieurs enroulements.

### Détermination du nombre de spires.

Schéma (fig. 2).

Manipulation. Pour une même variation d'induction, le fluxmètre connecté aux bornes des enroulements N puis n, définit :

$$BSN = k\theta_N, \text{ et } BSn = k\theta_n \rightarrow N = n \frac{\theta_N}{\theta_n}$$

N. Nombre de spires de l'enroulement à mesurer.

n. Nombre de spires (20 spires par exemple) de l'enroulement auxiliaire bobiné à la main.

## MESURE DES PERTES FER

### Méthode du wattmètre.

Cette méthode industrielle permet de définir les pertes fer globales d'un circuit magnétique. L'échantillon torique possède deux enroulements  $N_1, N_2$ .

### Variante 1 (fig. 1, M<sub>A</sub>113).

#### Principe.

Le wattmètre indique :

$$P = P_f + P_J + \Delta P$$

$P_f$ . Pertes fer.

$P_J$ . Pertes joules dans le primaire avec  $P_J = R_1 \cdot I_1^2$

$\Delta P$ . Puissance consommée dans l'enroulement tension  $R_w$  du wattmètre et dans la résistance  $R_v$  du voltmètre  $V_1$ .

$$\Delta P = \frac{U_1^2}{R_v} + \frac{U_2^2}{R_x} \text{ et } \boxed{P_f = P - (P_J + \Delta P)}$$

La mesure de la tension  $U_2$  à l'aide d'un voltmètre de très grande impédance permet de calculer l'induction maximum dans le matériau.

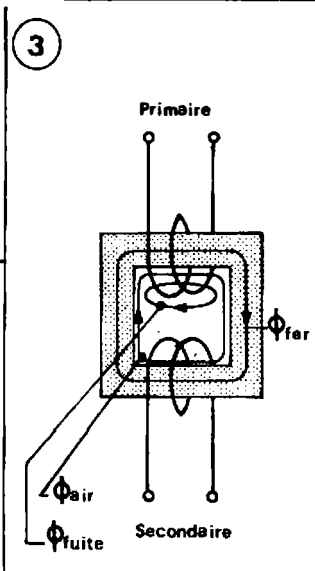
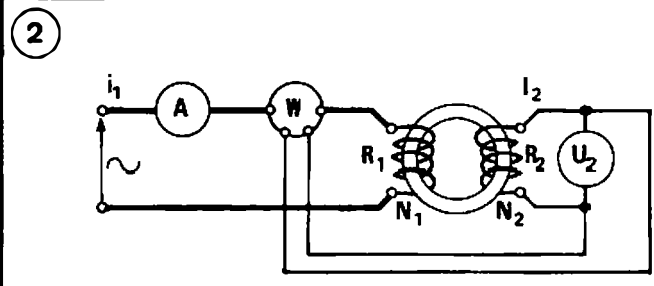
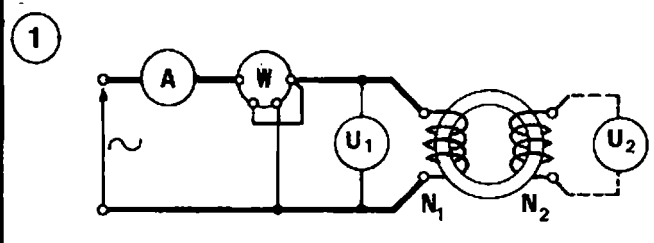
Si  $N_2$  est le nombre de spires secondaires et S la section droite du tore :

$$-e_2 = N_2 \cdot S \frac{dB}{dt}$$

$$\text{Si : } B = B_M \sin \omega t \rightarrow \frac{dB}{dt} = \omega B_M \cos \omega t$$

$$|E_2| = N_2 S \omega \frac{B_M}{\sqrt{2}} \rightarrow B_M = \frac{E_2 \sqrt{2}}{N_2 S 2 \pi f}$$

Généralement les pertes sont faibles : leur détermination est entachée d'une erreur fortuite élevée puisque l'on travaille au wattmètre en début d'échelle.



**Variante 2 (fig. 2).**

Ce montage permet d'éviter de mesurer les pertes *Joule* dans le primaire du tore. Le wattmètre indique la valeur moyenne P de la puissance instantanée  $p = u_1 i_1$ , en effet les circuits tension et intensité sont respectivement excités par la tension secondaire et le courant primaire.

Le secondaire fonctionne pratiquement à vide :  $u_2 \approx e_2$ , l'expression de p devient :

$$p = e_2 i_1 = \frac{N_2}{N_1} e_1 i_1 = \frac{N_2}{N_1} (u_1 - R_1 i_1) i_1 = \frac{N_2}{N_1} (u_1 i_1 - R_1 i_1^2)$$

Elle montre que p représente la puissance au primaire  $u_1 i_1$  corrigée des pertes Joule  $R_1 i_1^2$ , c'est-à-dire les pertes dans le fer au facteur  $\frac{N_2}{N_1}$  près

Donc :  $P = \frac{N_2}{N_1} P_{fer}$  et  $P_{fer} = \frac{N_1}{N_2} P$

En réalité il faut déduire de P les consommations du voltmètre  $\frac{U_2^2}{R_v}$ , du fil fin wattmètre  $\frac{U_2^2}{R_w}$  et les pertes Joule au secondaire :

$$R_2 i_2^2 = R_2 \left[ U_2 \left( \frac{1}{R_v} + \frac{1}{R_w} \right) \right]^2$$

Les deux méthodes du wattmètre précédemment étudiées (méthodes industrielles) sont toutes deux entachées d'erreur.

L'une mesure par excès les pertes joules dissipées dans l'enroulement primaire ainsi que le flux de fuite, l'autre mesure par excès le flux dans l'air existant entre la section droite du circuit magnétique et la spire moyenne de l'enroulement bobiné sur ce dernier.

Pour analyser de façon plus précise le parcours des lignes d'induction on peut établir le croquis (fig. 3).

Le flux total développé par le primaire est égal à :

$$\Phi_{total} = \Phi_{fer} + \Phi_{air} + \Phi_{fuite}$$

Puisque les pertes fer dépendent uniquement de l'induction existant dans le fer il faut s'affranchir de l'induction de fuite et de l'induction dans l'air.

**MÉTHODE D'EPSTEIN**

Un circuit magnétique carré à joints enchevêtrés est réalisé avec un échantillonnage des tôles dont on veut mesurer les pertes.

**Croquis (fig. 1 M<sub>A</sub> 114).**

- $P_1 \cdot P_2 \cdot P_3 \cdot P_4 \cdot P_5$ . Enroulements primaires identiques.
- $S_1 \cdot S_2 \cdot S_3 \cdot S_4$  . Enroulements secondaires identiques.
- $S_5$  . Enroulement secondaire à prises multiples.

Les enroulements  $P_5$  et  $S_5$  sont dans l'air. Ce dispositif à pour but de compenser par un couplage soustractif, le flux dans l'air compris entre la section droite du circuit magnétique  $S_T$  et la section moyenne  $S_T$  des spires secondaires (fig. 2 M<sub>A</sub> 114).

**Principe.**

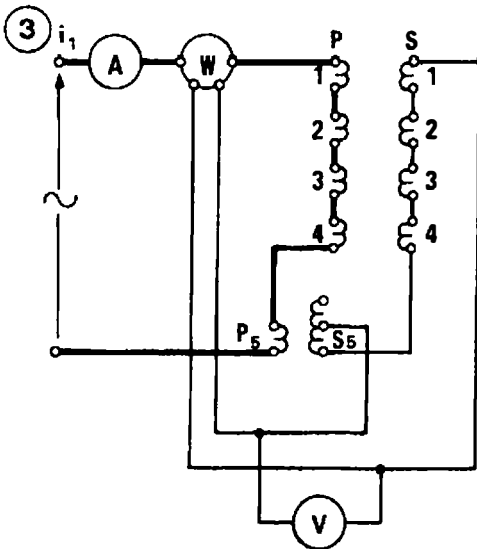
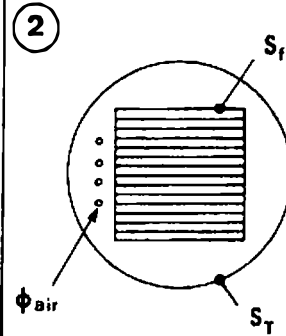
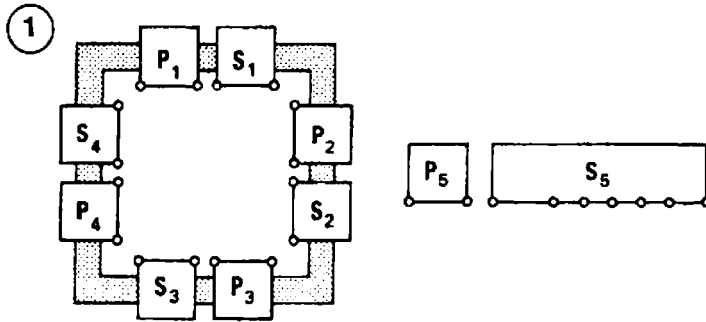
Soit  $\Phi$ , la partie de flux produite par les enroulements  $P_1, P_2, P_3, P_4$  et traversant les secondaires  $S_1, S_2, S_3, S_4$  :

$$\Phi = \Phi_{air} + \Phi_{fer}$$

$$\Phi = \mu_0 H (S_T - S_{fer}) + B_{fer} \cdot S_{fer}$$

# MESURE DES PERTES FER MÉTHODE D'EPSTEIN (2)

**M<sub>A</sub> 114**



En l'absence du dispositif ( $P_5, S_5$ ), la f.e.m.,  $e_{sT}$ , apparaissant aux bornes des  $N_s$  spires des secondaires  $S_1, S_2, S_3, S_4$  en série serait :

$$e_{sT} = -N_s \frac{d\Phi}{dt} = -N_s \frac{d\Phi_{air}}{dt} - N_s \frac{d\Phi_{fer}}{dt}$$

en valeur efficace :

$$E_{sT} = \omega N_s \frac{\Phi_M}{\sqrt{2}}$$

$$E_{sT} = \frac{\omega N_s B_{fer} S_{fer}}{\sqrt{2}} + \frac{\omega N_s \mu_0 H (S_T - S_{fer})}{\sqrt{2}}$$

Pour que  $E_{sT}$  représente exactement l'image de l'induction dans le fer, il faut compenser le terme :

$$\frac{\omega N_s \mu_0 H}{\sqrt{2}} (S_T - S_{fer})$$

A cet effet le dispositif ( $P_5, S_5$ ) fonctionne en soustractif, donc :

$$\frac{\omega N_s \mu_0 H}{\sqrt{2}} (S_T - S_{fer}) - \frac{\omega N_s \mu_0 H}{\sqrt{2}} S_5 = 0$$

il vient  $N_s S_5 = N_s (S_T - S_{fer})$  puisque le champ H est le même (primaire identiques).

Le produit  $N_s S_5$  représente la surface totale nécessaire à la compensation.

La f.e.m. secondaire est alors :

$$E_2 = \frac{2\pi f N_s B_{fer} S_{fer}}{\sqrt{2}}$$

**Détermination des pertes fer.**

Le branchement des appareils étant le même que dans la méthode précédente, les calculs sont identiques.

Exemple. Calcul, de  $N_s S_5$

Nombre de spires de chaque primaire 280.

Nombre total des spires des quatre secondaires  $S_1 S_2 S_3 S_4$  : 1120

$$S_T = 19 \text{ cm}^2; S_f = 9 \text{ cm}^2$$

$$N_s S_5 = 1120 (19 - 9) 10^{-4}$$

$$= 1120 \times 10 \times 10^{-4} = 1,12 \text{ m}^2$$

Le secondaire  $S_5$  à prises multiples porte un vernier gradué en  $\text{m}^2$ , permettant d'afficher la valeur trouvée.

Les pertes mesurées sont globales. Pour séparer les pertes par courants de Foucault  $P_f$  des pertes par hystérésis  $P_H$ , il convient de faire deux mesures à des fréquences différentes  $f$  et  $f'$ .

$$\text{En effet : } \begin{cases} P_H = K_1 f B_M^2 \\ P_F = K_2 f^2 B_M^2 \end{cases} P_H + P_F = P_{fer} \quad (1)$$

$$\text{Pour } f' = f' \begin{cases} P_H = K_1 f' B_M^2 \\ P_F = K_2 f'^2 B_M^2 \end{cases} P_H + P_F = P'_{fer}$$

$$\text{Si } f' = 2f \begin{cases} P_H = 2P_H \\ P_F = 4P_F \end{cases} 2P_H + 4P_F = P'_{fer} \quad (2)$$

Des relations (1) et (2) on déduit :

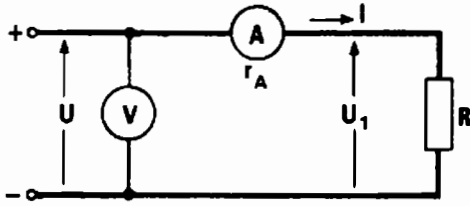
$$P_F = \frac{P'_{fer} - 2P_{fer}}{2} \quad P_H = \frac{4P_{fer} - P'_{fer}}{2}$$





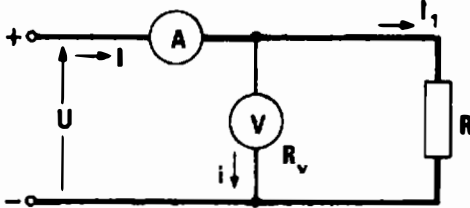
**MESURE DES PUISSANCES  
ET DES ÉNERGIES**

1

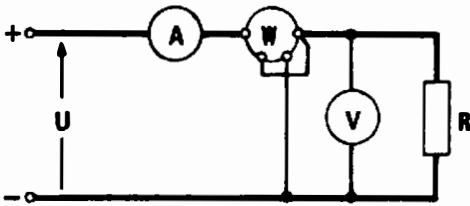


R : Récepteur

2



3



PUISSANCE EN COURANT CONTINU

La puissance absorbée par un récepteur quelconque est :

$$P = UI$$

W	V	A
---	---	---

Méthode de l'ampèremètre et du voltmètre.

La mesure de U et I permet le calcul de P.

Montage amont (fig. 1).

$$U_1 = U - r_A \cdot I \quad U_1 I = UI - r_A \cdot I^2$$

$P = U_1 I$ , est la puissance absorbée par le récepteur.

La mesure introduit une erreur systématique par excès,  $r_A \cdot I^2$ , qui représente la consommation de l'ampèremètre.

$$P = UI - r_A \cdot I^2$$

Montage aval (fig. 2).

$$U \cdot I_1 = UI - U \cdot I \quad \text{avec } I = \frac{U}{R_v}$$

$$U \cdot I_1 = UI - \frac{U^2}{R_v}$$

$P = UI_1$ , est la puissance absorbée par le récepteur.

La mesure introduit une erreur systématique par excès,  $\frac{U^2}{R_v}$ , qui représente la consommation du voltmètre.

$$P = UI - \frac{U^2}{R_v}$$

Méthode du wattmètre.

Comme pour la méthode voltampérométrique, deux montages du wattmètre sont possibles. (Voir M<sub>A</sub> 46).

Le montage aval est retenu (fig. 3). Le voltmètre et l'ampèremètre n'ont qu'un rôle indicatif pour éviter de dépasser les valeurs du calibre au wattmètre.

$$P_{\text{exact}} = P_{\text{lue}} - \left( \frac{U^2}{R_w} + \frac{U^2}{R_v} \right)$$

PUISSANCE EN COURANT ALTERNATIF  
Circuit monophasé.

La puissance moyenne absorbée par un récepteur soumis à une tension périodique est :

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T u i \, dt.$$

Si u et i sont des grandeurs sinusoïdales instantanées :

$$u = U \sqrt{2} \cos \omega t$$

$$i = I \sqrt{2} \cos (\omega t + \varphi)$$

La puissance moyenne est alors :

$$P = U \cdot I \cdot \cos \varphi.$$

W	V	A
---	---	---

Remarque. U et I sont des grandeurs efficaces.

Méthode des trois ampèremètres (fig. 1. M<sub>A</sub>116).

Principe. On peut écrire en valeurs instantanées.

$$p = u \cdot i, \quad i_2 = \frac{u}{R_s}$$

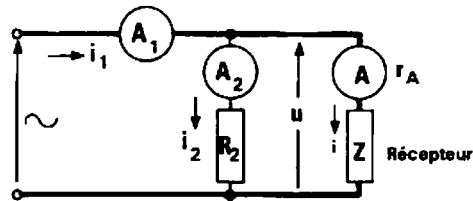
$R_s$  est une résistance étalon qui englobe la résistance de l'ampèremètre  $A_2$ .

$$i_1 = i + i_2$$

$$i_1^2 = i^2 + i_2^2 + 2i \cdot i_2 = i^2 + i_2^2 + 2i \frac{u}{R_s}$$

$$i_1^2 = i^2 + i_2^2 + \frac{2}{R_s} p \quad \text{et} \quad p = (i_1^2 - i^2 - i_2^2) \frac{R_s}{2}$$

1



### Méthode des trois voltmètres (fig. 2).

Principe. En supposant négligeable la consommation des voltmètres, si R est une résistance étalon on peut écrire en valeurs instantanées :

$$u_1 = u_2 + u, \quad u_2 = R \cdot i \quad u_1^2 = u_2^2 + u^2 + 2u \cdot u_2$$

$$u_1^2 - u_2^2 = u^2 + 2u \cdot R \cdot i$$

$$p = ui = \frac{u_1^2 - u_2^2 - u^2}{2R}$$

En passant aux valeurs efficaces des tensions, la puissance moyenne est :

$$P = \frac{U_1^2 - U_2^2 - U^2}{2R}$$

### Wattmètre électrodynamique.

En négligeant la self du circuit fil fin du wattmètre, la puissance mesurée est :

• Montage amont.  $P_1 = UI \cos \varphi + r_A i^2$   $r_A$  étant la résistance du circuit intensité de l'ampèremètre et du wattmètre. Si P est la puissance absorbée par le récepteur.

$$P = P_1 - r_A i^2$$

• Montage aval (fig. 3).  $P_1 = UI \cos \varphi + \frac{U^2}{R_v} + \frac{U^2}{R_w}$   
 $R_v$  et  $R_w$  étant les résistances respectives du voltmètre et du circuit tension du wattmètre. Si P est la puissance absorbée.

$$P = P_1 - \left( \frac{U^2}{R_v} + \frac{U^2}{R_w} \right)$$

### Méthode de l'oscilloscope (fig. 4).

Cette méthode est utilisée pour la mesure de très faibles puissances : Quelques dixièmes à quelques watts en courant ~.

Principe. L'oscilloscope est en position *Lissajous*.

Par définition la puissance instantanée dissipée dans l'impédance Z est :  $p = u \cdot i$ .

Les deux grandeurs  $u(t)$ ,  $i(t)$  variables dans le temps engendrent sur l'écran de l'oscilloscope une courbe dont la surface représente l'énergie dissipée dans Z par période.

$W_J$  (par cycle) = Surf. du cycle  $\times$  Echelles des  $i$  et  $u$ .  
 si f est la fréquence de la tension d'alimentation.

$$P_w = W_J \text{ (par cycle) } \cdot f$$

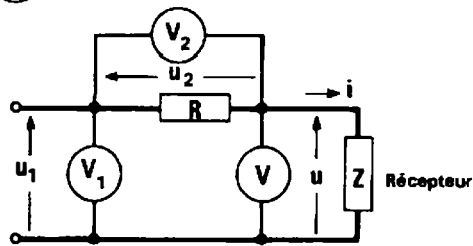
Manipulation. La résistance R permet d'obtenir l'image de  $i$ . Si l'oscilloscope n'est pas étalonné, il est possible de définir les échelles tension des entrées X et Y par les méthodes classiques.

L'échelle du courant est calculée à partir de l'échelle tension.

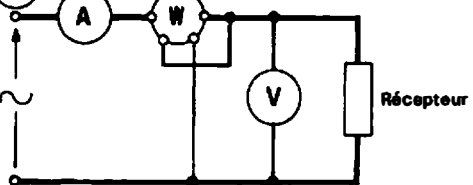
$$\text{Echelle courant} = \frac{\text{Echelle tension}}{R}$$

Méthode de l'électromètre. (Voir M<sub>A</sub> 38).

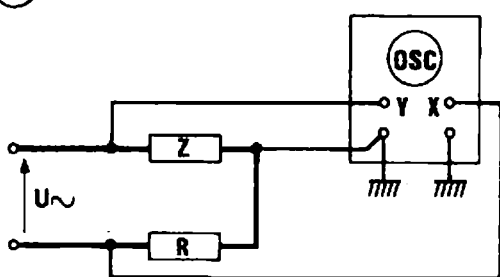
2



3



4



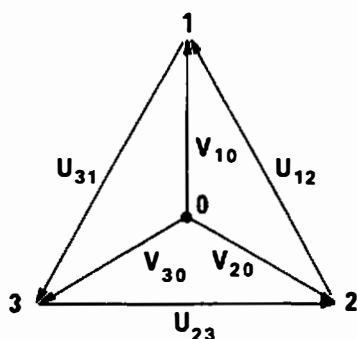
En passant aux valeurs efficaces des courants, la puissance moyenne est :

$$P = \frac{R_2}{2} (I_1^2 - I_2^2 - I^2)$$

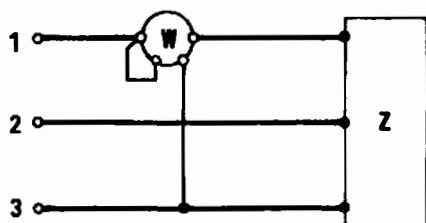
Une erreur par excès, (consommation de l'ampèremètre A) est introduite : on peut en tenir compte pour le calcul de la puissance absorbée exacte.

$$P_{\text{exact}} = \frac{R_2}{2} (I_1^2 - I_2^2 - I^2) - r_A \cdot I^2$$

①



②



Z. Récepteur

PUISSANCE ACTIVE EN TRIPHASÉ

L'analyse qui suit concerne uniquement les réseaux travaillant en régime sinusoïdal (courant et tension) et constituant un système équilibré en tensions (tensions composées égales et déphasées de  $2\pi/3$ ).

Diagramme des tensions (fig. 1).

Les tensions fournies par le générateur triphasé dont le point neutre est appelé point 0 sont :

Tensions simples :  $\vec{V}_{10}, \vec{V}_{20}, \vec{V}_{30}$

Tensions composées :  $\vec{U}_{12}, \vec{U}_{23}, \vec{U}_{31}$

$\vec{U}_{12} = \vec{V}_{10} - \vec{V}_{20}$      $\vec{U}_{23} = \vec{V}_{30} - \vec{V}_{20}$

$\vec{U}_{31} = \vec{V}_{30} - \vec{V}_{10}$

avec  $\vec{V}_{10} + \vec{V}_{20} + \vec{V}_{30} = 0$  et  $\vec{U}_{12} + \vec{U}_{23} + \vec{U}_{31} = 0$ .

Les tensions simples aux bornes du récepteur dont le point neutre est appelé point N sont :

$\vec{V}_{1N}, \vec{V}_{2N}, \vec{V}_{3N}$

Conventions.

Elles permettent sans risques d'erreurs, d'envisager tous les artifices de branchement du wattmètre.

1° Mesurer la tension  $V_{10}$ , revient à définir la d.d.p. de la phase 1 par rapport au point 0.

2° Mesurer l'intensité  $I_2$ , précise que l'ampèremètre est placé en série sur la phase 2.

3° Mesurer la puissance,  $P_{10-2}$ , définit la puissance considérée, et explicite le branchement du wattmètre.

Les deux premiers indices, 10, précisent le branchement du circuit tension : Entrée en 1, sortie en 0.

Le dernier indice, 2, précise que le circuit intensité est en série sur la phase 2.

Exemple (fig. 2). Le wattmètre mesure la puissance  $P_{12-1}$ .

Manipulation.

L'utilisation rationnelle des wattmètres pour la détermination des puissances actives et réactives en triphasé implique certaines mesures préliminaires :

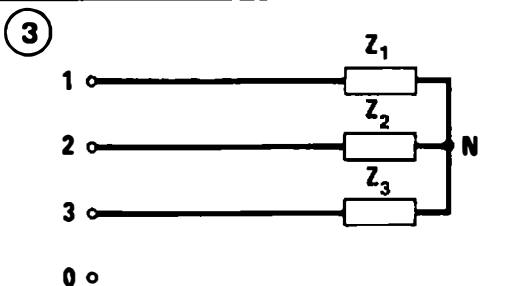
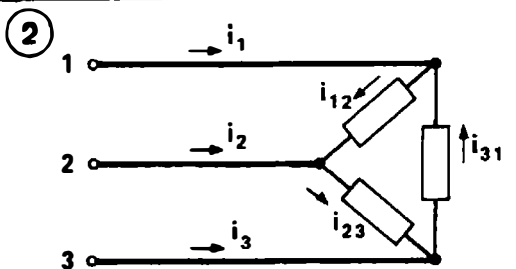
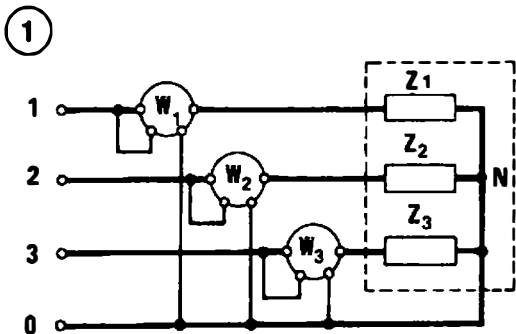
- L'ordre de succession des phases du réseau de distribution doit être connu.

- Avant utilisation, il faut vérifier les entrées et sorties des enroulements du wattmètre pour qu'à une puissance positive corresponde bien une déviation positive. Pour cela on mesure une puissance en monophasé qui par définition est toujours active. On peut mesurer par exemple  $P_{10-1}$  ou  $P_{1N-1}$ , la déviation du wattmètre doit être positive : On en déduit l'entrée de l'enroulement tension, c'est l'indice 1; si la déviation est négative, l'entrée sera l'indice 0. L'ordre de branchement ainsi obtenu devra être absolument respecté lors des mesures ultérieures.

- Pour définir une déviation négative, il suffit de croiser provisoirement deux fils tensions, d'effectuer la lecture et de lui affecter le signe moins.

- Il est recommandé de disposer dans le circuit un ampèremètre et un voltmètre de façon à vérifier à tout instant si le calibre du wattmètre est bien adapté.

- Une puissance active totale est toujours positive. Par contre, une puissance réactive peut être positive ou négative.



### Distribution 4 fils (3 phases + neutre) (fig. 1).

Le système peut être considéré comme l'ensemble de trois distributions monophasées, le fil neutre étant le retour commun.

La puissance active totale est égale à la somme des puissances actives par phase.

$$P = \frac{1}{T} \int_0^T (v_{1N}i_1 + v_{2N}i_2 + v_{3N}i_3) dt$$

$v_{1N}$ ,  $v_{2N}$ ,  $v_{3N}$ , sont les tensions entre phase et neutre du récepteur.

La somme des lectures des trois wattmètres donne P :

$$P = P_{1N-1} + P_{2N-2} + P_{3N-3}$$

C'est une somme arithmétique car les puissances actives par phase sont toujours positives.

Le neutre N du récepteur étant au potentiel O, on déduit :

$$v_{10} = v_{1N} \\ v_{20} = v_{2N} \text{ donc } P = \frac{1}{T} \int_0^T (v_{10}i_1 + v_{20}i_2 + v_{30}i_3) dt \\ v_{30} = v_{3N}$$

$$P = P_{10-1} + P_{20-2} + P_{30-3}$$

Si le système est équilibré en courants, un seul wattmètre suffit puisque les puissances par phase sont égales.

$$P = 3 \cdot P_{10-1}$$

### Distribution 3 fils sans neutre.

La répartition des courants dans les fils de ligne est telle, qu'à tout instant :

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0$$

### • Récepteur couplé en étoile (fig. 3).

La puissance instantanée est comme en 4 fils :

$$p = v_{1N}i_1 + v_{2N}i_2 + v_{3N}i_3$$

$$\text{Puisque : } \begin{cases} v_{1N} = v_{10} + v_{0N} \\ v_{2N} = v_{20} + v_{0N} \\ v_{3N} = v_{30} + v_{0N} \end{cases}$$

$$p = (v_{10} + v_{0N})i_1 + (v_{20} + v_{0N})i_2 + (v_{30} + v_{0N})i_3$$

$$p = v_{10}i_1 + v_{20}i_2 + v_{30}i_3 + v_{0N}(i_1 + i_2 + i_3)$$

$$\text{et puisque : } i_1 + i_2 + i_3 = 0$$

$$p = v_{10} \cdot i_1 + v_{20} \cdot i_2 + v_{30} \cdot i_3$$

1<sup>o</sup> Le neutre du récepteur est accessible, on mesure :

$$P = P_{1N-1} + P_{2N-2} + P_{3N-3}$$

2<sup>o</sup> Le point O du réseau est accessible, on mesure :

$$P = P_{10-1} + P_{20-2} + P_{30-3}$$

Si le récepteur est équilibré la mesure de  $P_{1N-1}$  ou  $P_{10-1}$  suffit.

$$P = 3 P_{1N-1} = 3 P_{10-1}$$

### • Récepteur couplé en triangle (fig. 2).

La puissance totale absorbée est la somme des puissances par phase.

$$p = u_{12} \cdot i_{12} + u_{23} \cdot i_{23} + u_{31} \cdot i_{31}$$

Par hypothèse :

$$u_{12} = v_{10} - v_{20}; u_{23} = v_{20} - v_{30}; u_{31} = v_{30} - v_{10}$$

d'où :

$$p = (v_{10} - v_{20})i_{12} + (v_{20} - v_{30})i_{23} + (v_{30} - v_{10})i_{31}$$

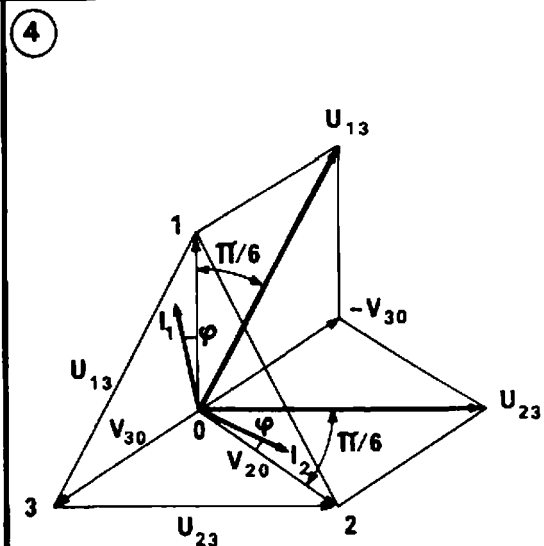
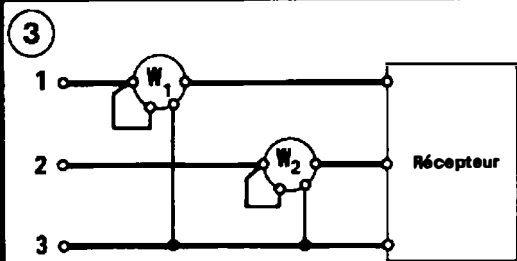
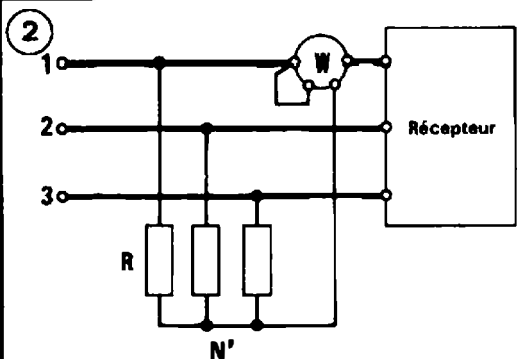
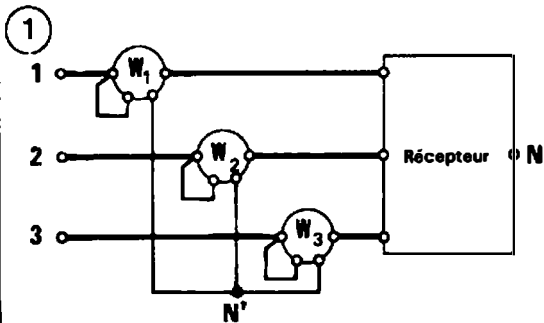
$$p = v_{10}(i_{12} - i_{31}) + v_{20}(i_{23} - i_{12}) + v_{30}(i_{31} - i_{23})$$

$$p = v_{10}i_1 + v_{20}i_2 + v_{30}i_3$$

$$P = P_{10-1} + P_{20-2} + P_{30-3}$$

### Conclusions.

Dans une distribution 3 fils avec un récepteur équilibré ou non, couplé en triangle ou en étoile, la méthode des trois wattmètres est toujours valable.



**Point neutre artificiel.**

Si les points O et N ne sont pas accessibles on construit un point neutre artificiel.

• 1° Le point neutre N' est constitué par les sorties de chaque wattmètre (fig. 1).

$$p = V_{1N} i_1 + V_{2N} i_2 + V_{3N} i_3$$

$$p = (V_{1N'} + V_{N'N}) i_1 + (V_{2N'} + V_{N'N}) i_2 + (V_{3N'} + V_{N'N}) i_3$$

$$p = V_{1N'} i_1 + V_{2N'} i_2 + V_{3N'} i_3 + V_{N'N} (i_1 + i_2 + i_3)$$

$$P = P_{1N'-1} + P_{2N'-2} + P_{3N'-3}$$

Remarque. Il n'est pas nécessaire que les résistances des trois circuits tensions soient égales, dans ce cas les puissances partielles,  $P_{1N'-1}$ ,  $P_{2N'-2}$ ,  $P_{3N'-3}$  sont différentes mais la puissance totale ne change pas.

• 2° Le point neutre N' est constitué par trois résistances égales : fig. 2.

Si le récepteur est équilibré, un seul wattmètre suffit :

$$P = 3P_{1N'-1}$$

Avec un récepteur déséquilibré il faut insérer le wattmètre successivement dans les phases 1, 2, 3.

$$P = P_{1N'-1} + P_{2N'-2} + P_{3N'-3}$$

Remarque. Les trois résistances R doivent avoir une valeur faible pour éviter un déplacement du point neutre artificiel N' lors du raccordement du circuit tension du wattmètre.

Pour que la mesure ne soit pas perturbée on peut admettre :

$$R < \frac{R_w}{20}$$

**MÉTHODE DES DEUX WATTMÈTRES Schéma (fig. 3).**

**Principe (fig. 4).**

Reprenons la relation :

$$p = v_{10} i_1 + v_{20} i_2 + v_{30} i_3$$

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0 \rightarrow i_3 = -i_1 - i_2$$

$$p = v_{10} i_1 + v_{20} i_2 + v_{30} (-i_1 - i_2)$$

donc :  $p = i_1(v_{10} - v_{30}) + i_2(v_{20} - v_{30})$

$$p = u_{13} i_1 + u_{23} i_2$$

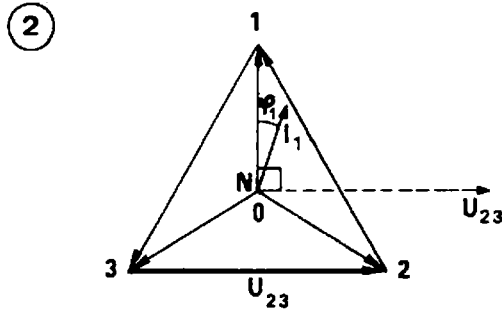
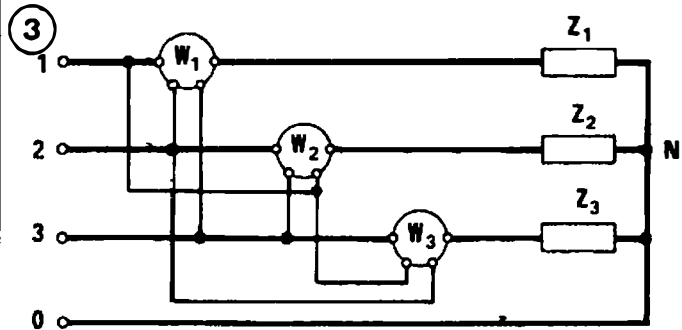
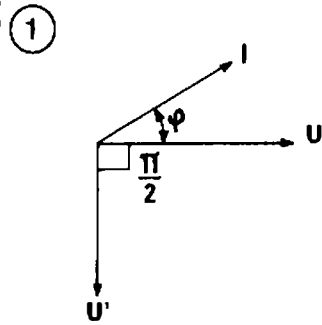
$$P = P_{13-1} + P_{23-2}$$

**Conclusions.**

La méthode des deux wattmètres permet de mesurer, en triphasé 3 fils, la puissance active absorbée par un récepteur équilibré ou non.

# MESURE DE PUISSANCES RÉACTIVES MÉTHODE DES DEUX WATTMÈTRES

## M<sub>A</sub> 120



### PUISSANCE RÉACTIVE

La puissance réactive mise en jeu dans un récepteur monophasé est :

$$Q = U I \sin \varphi$$

VA	r	V	A
----	---	---	---

- Récepteur inductif. Il absorbe au réseau une certaine puissance réactive : une puissance réactive de type inductif est considérée comme positive.

Self pure :  $Q_L = L\omega^2 = \frac{U^2}{L\omega}$

- Récepteur capacitif. Il restitue au réseau une certaine puissance réactive : une puissance réactive de type capacitif est considéré comme négative.

Capacité pure :  $Q_C = -\frac{I^2}{C\omega} = -U^2 C\omega$

### Méthodes de mesures directes.

Les mesures sont réalisées au varmètre, appareil dont le couple moteur est de la forme :  $C_M = k UI \sin \varphi$ . Dans ce cas les méthodes de mesures sont identiques aux méthodes de mesures de puissances actives utilisant le wattmètre.

Exemple : Un wattmètre mesure  $P_{10^{-1}}$ , un varmètre mesure  $Q_{10^{-1}}$ .

### Méthodes de mesures indirectes.

Ces méthodes utilisent des wattmètres et sont appliquées aux réseaux polyphasés. Les branchements réalisés sont tels que

les déviations ne définissent plus une puissance active mais une puissance réactive.

**Principe.** Le circuit tension du wattmètre est alimenté par une d.d.pU' déphasée par rapport à la tension initiale U d'un angle  $\pi/2$  arrière (fig. 1).

$$P = U' I \cos \left( \frac{\pi}{2} + \varphi \right)$$

Si  $|U| = |U'|$  :  $P = Q = -UI \sin \varphi$

- Circuit capacitif :  $\varphi > 0$ ,  $Q < 0$
- Circuit inductif :  $\varphi < 0$ ,  $Q > 0$

### Distribution monophasée.

Les mesures de P, U, I permettent de calculer :

- La puissance apparente :  $S = UI$
- La puissance réactive :  $Q = \sqrt{S^2 - P^2}$

### Distribution triphasée 4 fils (3 phases + neutre).

La puissance réactive totale est égale à la somme algébrique des puissances réactives mises en jeu par phase.

Les points N et O étant au même potentiel, il vient :

$$Q = U_{1N} I_1 \sin \varphi_1 + U_{2N} I_2 \sin \varphi_2 + U_{3N} I_3 \sin \varphi_3$$

$$Q = U_{1O} I_1 \sin \varphi_1 + U_{2O} I_2 \sin \varphi_2 + U_{3O} I_3 \sin \varphi_3$$

Puisque  $\sin \varphi = \cos \left( \frac{\pi}{2} - \varphi \right)$ , le diagramme

fig. 2 montre que :

$$U_{1N} I_1 \sin \varphi_1 = U_{2N} I_1 \cos \varphi_1 / \sqrt{3}$$

$$U_{2N} I_2 \sin \varphi_2 = U_{3N} I_2 \cos \varphi_2 / \sqrt{3}$$

$$U_{3N} I_3 \sin \varphi_3 = U_{1N} I_3 \cos \varphi_3 / \sqrt{3}$$

Finalement :

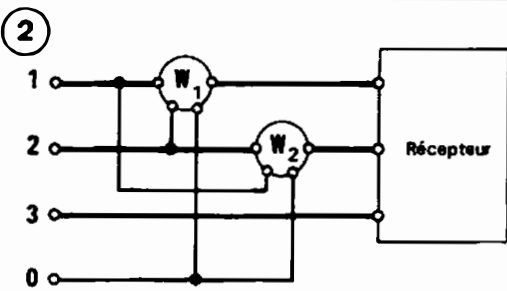
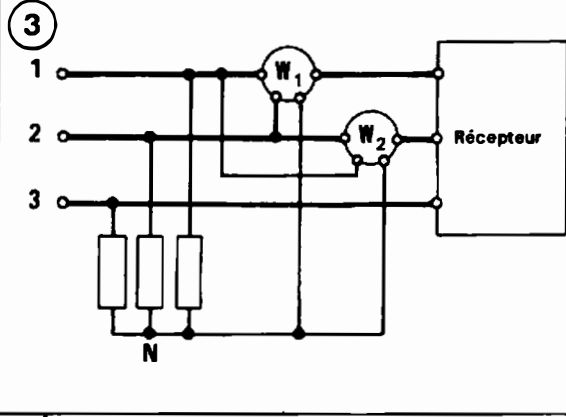
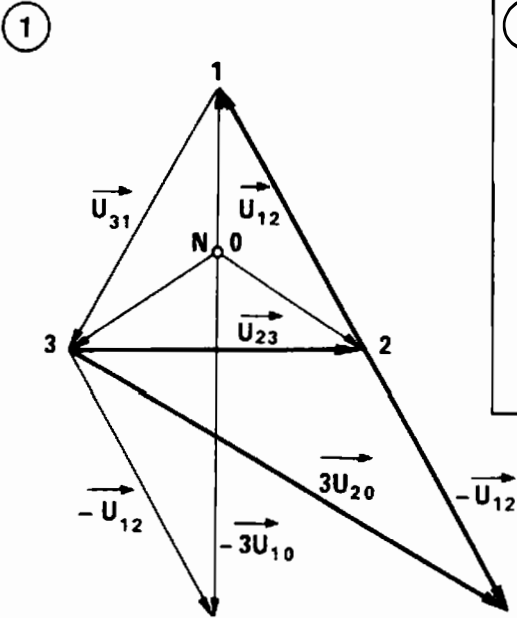
$$Q = \frac{U_{2N} I_1 \cos \varphi_1 + U_{3N} I_2 \cos \varphi_2 + U_{1N} I_3 \cos \varphi_3}{\sqrt{3}}$$

Cette relation permet d'établir le schéma de branchement des trois wattmètres (fig. 3).

$W_1$  indique la puissance  $P_{23-1}$  qui est l'image de la puissance réactive  $Q_{1N-1}$ .

$$\text{On a } Q_{1N-1} = \frac{1}{\sqrt{3}} P_{23-1}$$





$W_2$  et  $W_3$  indiquent respectivement les puissances  $P_{31-2}$ ,  $P_{12-3}$  image de  $Q_{2N-2}$  et  $Q_{3N-3}$ .

$$Q_{2N-2} = \frac{1}{\sqrt{3}} P_{31-2} \quad Q_{3N-3} = \frac{1}{\sqrt{3}} P_{12-3}$$

$$Q = \frac{1}{\sqrt{3}} [P_{20-1} + P_{31-2} + P_{12-3}]$$

Si le récepteur est équilibré, l'indication d'un seul wattmètre suffit.

$$Q = \sqrt{3} P_{20-1}$$

**Distribution triphasée 3 fils.**

La méthode des trois wattmètres demeure valable.

$$Q = \frac{(U_{23})_1 \cos \varphi_1 + U_{31})_2 \cos \varphi_2 + U_{12})_3 \cos \varphi_3}{\sqrt{3}}$$

Cette relation peut s'écrire en considérant les valeurs instantanées de U et I.

$$Q = \frac{1}{T} \int_0^T [u_{31}i_1 + u_{31}i_2 + u_{12}i_3] dt$$

$$i_1 + i_2 + i_3 = 0 \rightarrow i_3 = -i_1 - i_2$$

$$Q = \frac{1}{T\sqrt{3}} \int_0^T [i_1(u_{23} - u_{12}) + i_2(u_{31} - u_{12})] dt$$

Le diagramme fig. 1 montre que :

$$u_{23} - u_{12} = 3 u_{20}; \quad u_{31} - u_{12} = -3 u_{10}$$

$$\text{Par suite : } Q = \frac{1}{\sqrt{3}} \frac{1}{T} \int_0^T [3 u_{20}i_1 - 3 u_{10}i_2] dt$$

$$Q = \sqrt{3} [P_{20-1} - P_{10-2}]$$

Le point O est accessible (fig. 2).

Le point O n'est pas accessible (fig. 3).

On construit un point neutre artificiel.

**Application.**

Détermination de la puissance réactive Q absorbée par un récepteur déséquilibré dans le cas d'une distribution 3 fils : le point O est accessible.

Le montage (fig. 2) est réalisé.

Les wattmètres utilisés sont de classe 0,5. Echelle 100 d; k = 5W.

Mesure.

$$W_1 = 91d : P_{20-1} = 455W$$

$$W_2 = -25d : P_{10-2} = -125W$$

$$Q = \sqrt{3} [455 + 125] = 1000VAR$$

Incertitude de la mesure.

Si l'on néglige l'erreur systématique due à la méthode il vient :

$$\frac{\Delta Q}{Q} = \frac{\Delta P_{20-1} + \Delta P_{10-2}}{P_{20-1} - P_{10-2}}$$

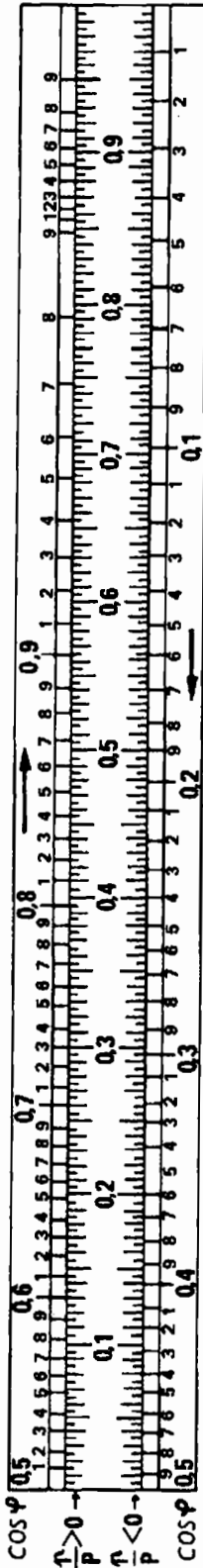
$$\Delta P_{20-1} = \Delta P_{10-2} = 2,5$$

$$\frac{\Delta Q}{Q} = \frac{5}{580} \approx 1\%$$

Résultat.

$$Q = 1000 VAR \text{ à } \pm 1\%$$

1



**Cas particulier.**

**Triphasé équilibré.** La méthode des deux wattmètres permet de déterminer les puissances active et réactive totales absorbées par le récepteur équilibré ainsi que le facteur de puissance.

Puisque  $\vec{U}_{12} = \vec{V}_{10} - \vec{V}_{30}$  et  $\vec{U}_{23} = \vec{V}_{20} - \vec{V}_{30}$

**Puissance active.**

On déduit dans le cas d'un déphasage φ avant du courant sur la tension (fig. 4, M<sub>A</sub> 119).

$$P_{12-1} = UI \cos\left(\frac{\pi}{6} + \varphi\right) \quad \text{et} \quad P_{23-2} = UI \cos\left(\frac{\pi}{6} - \varphi\right)$$

Pour une déphasage arrière.

$$P_{12-1} = UI \cos\left(\frac{\pi}{6} - \varphi\right) \quad \text{et} \quad P_{23-2} = UI \cos\left(\frac{\pi}{6} + \varphi\right)$$

On vérifie aisément que :

$$P_{12-1} + P_{23-2} = \sqrt{3}UI \cos \varphi.$$

**Signes des indications des deux wattmètres.**

— Récepteur selfique : φ arrière.

P<sub>12-1</sub> est toujours positive et supérieure à P<sub>23-2</sub> sauf pour φ = 0 où P<sub>12-1</sub> = P<sub>23-2</sub>

$$0 < \varphi < \frac{\pi}{3} \rightarrow P_{23-2} > 0$$

$$\varphi = \frac{\pi}{3} \rightarrow P_{23-2} = 0$$

$$\frac{\pi}{3} < \varphi < \frac{\pi}{2} \rightarrow P_{23-2} < 0$$

— Récepteur capacitif : φ avant.

Les relations étant inversées, les signes sont obtenus en permutant P<sub>12-1</sub> et P<sub>23-2</sub>.

**Puissance réactive :**

La différence algébrique des indications P<sub>12-1</sub> et P<sub>23-2</sub> donne Q.

En effet pour φ arrière :  $P_{12-1} - P_{23-2} = UI \sin \varphi = \frac{Q}{\sqrt{3}}$

d'où :  $Q = \sqrt{3} (P_{12-1} - P_{23-2})$

**Facteur de puissance du récepteur :**

On déduit :  $\operatorname{tg} \varphi = \frac{Q}{P} = \left( \frac{\sqrt{3}P_{12-1} - P_{23-2}}{P_{12-1} + P_{23-2}} \right)$  d'où  $\cos \varphi$ .

**Règle de Brylinski (fig. 1).**

En remarquant que la lecture la plus faible en fonction des déviations comparées des deux wattmètres est en P<sub>23-2</sub> avec un récepteur inductif et en P<sub>12-1</sub> avec un récepteur capacitif. Si l'on pose :

$$k = \frac{\text{Petite puissance}}{\text{Grande puissance}} = \frac{p}{P}, \quad \text{avec} \quad -1 < k < 1.$$

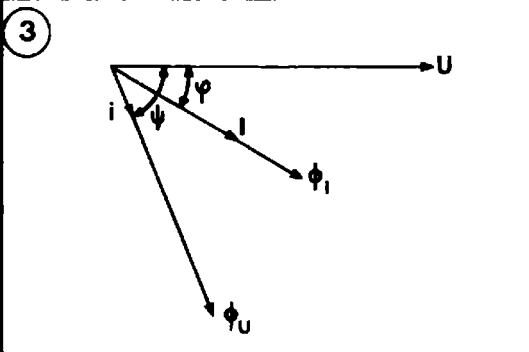
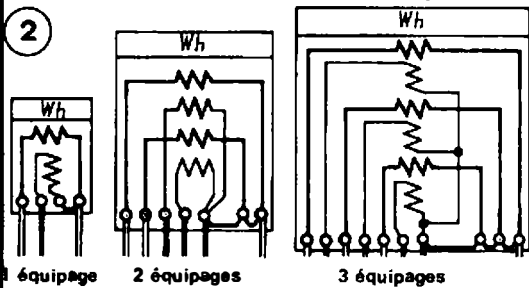
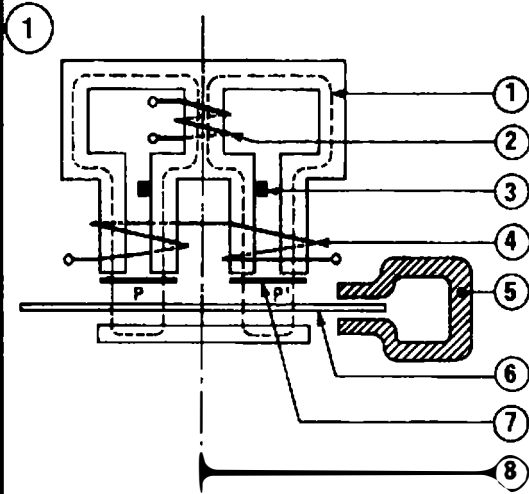
On démontre que :  $\operatorname{tg} \varphi = \sqrt{3} \frac{1 - k}{1 + k}$

Et

$$\cos \varphi = \frac{1 + k}{2\sqrt{1 - k + k^2}}$$

Des tableaux ou des règles valables pour les seuls circuits équilibrés permettent de déduire cos φ en fonction de k =  $\frac{p}{P}$ .

Exemple. Si P = -12; p = 90; k = -0,133 d'où cos φ = 0,403.



**ÉNERGIE ACTIVE**

Lorsqu'un récepteur absorbe une puissance instantanée  $p(t)$  l'énergie mise en jeu pendant l'intervalle de temps  $dt$  est :

$$dW = p(t) dt$$

Pendant un temps  $t$ , l'énergie absorbée devient :

$$W = \int_0^t dW = \int_0^t p(t) dt.$$

A puissance constante :

$$W = [UI \cos \varphi] t$$

J	V	A	—	s
---	---	---	---	---

$W$  s'exprime en Joules si  $p(t)$  et  $t$  sont respectivement comptés en watts et secondes.

L'unité usuelle d'énergie est le watt-heure ( $Wh$ ) qui est l'énergie mise en jeu pendant une heure par une puissance égale à un watt.

$$1 Wh = 1 W \times 1 h$$

$$1 kWh = 1000 Wh.$$

L'appareil permettant de mesurer l'énergie est le compteur d'induction. Ce dernier peut être monophasé ou triphasé suivant le réseau de distribution considéré.

**COMPTEUR D'INDUCTION (fig. 1).**

Il est constitué par un circuit magnétique feuilleté portant une bobine fil fin et deux bobines gros fil et dans l'entrefer duquel peut tourner un disque conducteur mobile.

- La bobine fil fin de forte inductance représente le circuit tension.
- Les deux bobines gros fil dont les sens d'enroulement sont contraires constitue le circuit intensité.
- Le disque conducteur qui n'est soumis à aucun couple de rappel entraîne une minuterie et forme l'équipage mobile.
- Divers dispositifs auxiliaires permettent le réglage du compteur.

**Symboles (fig. 2).**

**Couple moteur.**

Le couple moteur résulte des actions électromagnétiques des flux tension  $\Phi_U$  et intensité  $\Phi_I$  sur les courants de Foucault que ces mêmes flux induisent dans le disque.

Les flux  $\Phi_U$  et  $\Phi_I$  se composent dans les zones P et P' pour former les flux résultants  $\Phi_p$  et  $\Phi_p'$ . Ces derniers sont inégaux car les flux produits par les enroulements intensités (bobinés en sens inverses) sont opposés. Le flux  $\Phi_p$  agit sur les courants induits dans le disque par  $\Phi_p'$  et réciproquement : les actions électromagnétiques qui en résultent ne s'équilibrent pas, il y a création d'un couple moteur de la forme :

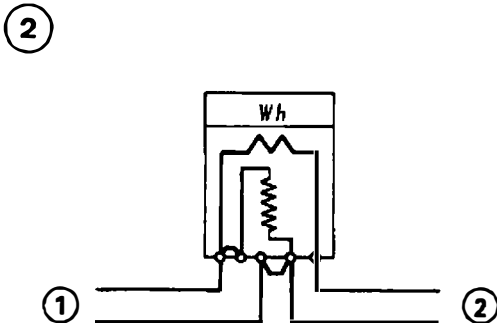
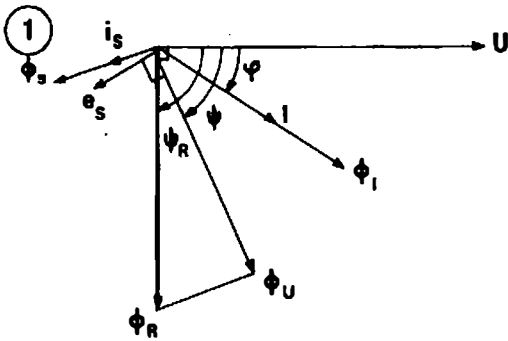
$$C_M = k \Phi_U \Phi_I \sin(\Phi_U, \Phi_I)$$

Il faut rendre le couple moteur proportionnel à  $UI \cos \varphi$ . Soient  $U$  et  $I$  les valeurs efficaces de la tension et du courant et  $\varphi$  leur déphasage. La bobine tension est parcourue par un courant  $i$  déphasé de l'angle  $\psi'$  par rapport à  $U$  et produit le flux  $\Phi_U$ , les bobines intensité produisent un flux  $\Phi_I$  en phase avec  $I$  : le couple moteur devient, voir fig. 3.

$$C_M = k \Phi_U \Phi_I \sin(\psi' - \varphi) = k UI \sin(\psi' - \varphi).$$

Pour mesurer  $(UI \cos \varphi)$  il faut que  $\psi' = \frac{\pi}{2}$

- 1) Circuit magnétique; (2) Bobine tension;
- (3) Spire de Frager; (4) Bobine intensité; (5) Aimant permanent; (6) Disque; (7) Plaquette de marche à vide; (8) Axe de rotation du disque.



Malgré la forte inductance de la bobine tension,  $\Psi'$  reste inférieur à  $\frac{\pi}{2}$  ; pour obtenir la quadrature exacte on utilise l'artifice de *Frager*. Il consiste à disposer sur le circuit magnétique tension une spire en court circuit (*spire de Frager*). La résistance  $r$  de celle-ci peut varier car des éléments de résistivités différentes la constituent.

La f.e.m. d'induction dans la spire est en quadrature arrière par rapport à  $\Phi_u$ .  $e_s = - \frac{d\Phi_u}{dt}$ .

Le courant  $i_s$ , induit dans la spire est déphasé de  $\Psi_s$  arrière par rapport à  $e_s$ . Si  $l$  et  $r$  représentent respectivement l'inductance et la résistance de la spire:  $tg \Psi_s = \frac{l\omega}{r}$ . Si  $r$  varie,  $tg \Psi_s$  varie.

Le flux  $\Phi_s$  dû à  $i_s$  vient donc se composer avec  $\Phi_u$  pour donner, lorsque le réglage de  $r$  est correct, un flux résultant  $\Phi_R$  en quadrature arrière avec  $U$ . (fig. 1).

L'expression du couple moteur devient en considérant  $\Phi_R$  comme le flux utile avec  $\Psi_R = \pi/2$ .

$$C_M = k' \Phi_R \cdot \Phi_I \sin\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right)$$

$$C_M = k' \cdot \Phi_R \cdot \Phi_I \cos \varphi.$$

Puisque  $\Phi_R$  et  $\Phi_I$  sont respectivement proportionnels à  $U$  et à  $I$ , le couple moteur s'écrit :

$$C_M = k' \cdot U \cdot I \cdot \cos \varphi.$$

**Couple résistant.**

Le couple moteur étant proportionnel à la puissance [ $UI \cos \varphi$ ], il importe de lui opposer un couple de freinage proportionnel à la vitesse angulaire du disque afin que le compteur enregistre l'énergie

$$w = \int_0^T [UI \cos \varphi] dt.$$

Ce couple de freinage résulte de l'action d'un aimant permanent sur les courants de Foucault qu'il induit dans le disque. Si  $\Phi_0$  est le flux émis par l'aimant permanent et  $\omega = \frac{d\theta}{dt}$  la vitesse angulaire instantanée du disque, celui-ci est le siège d'une force électromotrice d'induction  $e_i$ .

$e_i = - \Phi_0 \frac{d\theta}{dt}$  qui engendre des courants induits  $i_i = - \frac{\Phi_0}{\rho} \left( \frac{d\theta}{dt} \right)$ ;  $\rho$  étant la résistance offerte aux lignes de courant.

Le couple de freinage est donc égal à :

$$C_r = \Phi_0 i_i = - \frac{\Phi_0^2}{\rho} \left( \frac{d\theta}{dt} \right) = - A \frac{d\theta}{dt}$$

Lorsque les couples s'équilibrent la vitesse devient constante.

$$C_M + C_r = 0 \text{ d'où } \frac{d\theta}{dt} = \frac{k'}{A} UI \cos \varphi$$

Si  $N$  est le nombre de tours du disque pendant le temps  $t$  secondes :

$$\theta = 2 \pi N = \frac{k'}{A} (UI \cos \varphi) t$$

Par conséquent l'énergie correspondante  $W$  enregistrée est égale à :  $W = Pt = KN$  où  $K$  est la constante du compteur en Joules/tour.

En pratique la constante  $K$  est exprimée en  $Wh/\text{tour}$ , la relation devient :

$W = P \cdot t = 3\,600 \cdot K \cdot N$				
J	W	s	Wh/t	t

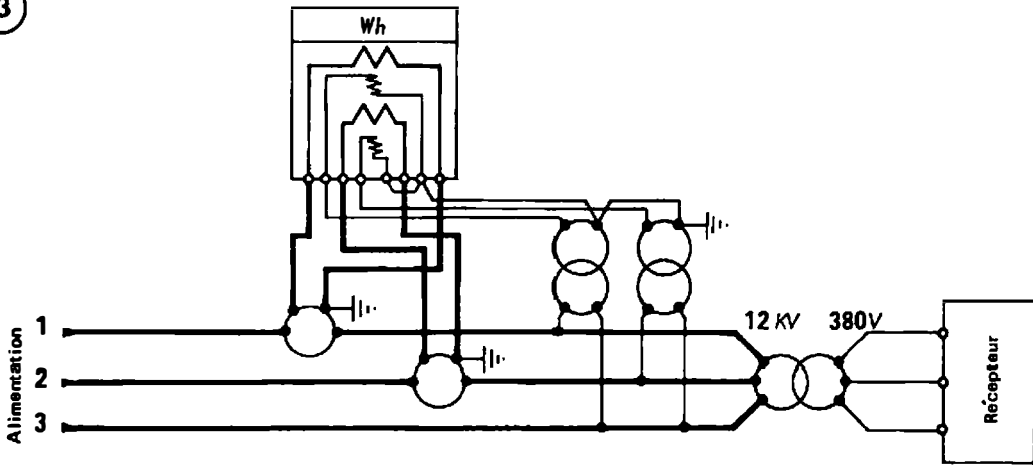
$W = KN$	
Wh	Wh/t   t

**Comptage en monophasé (fig. 2).**

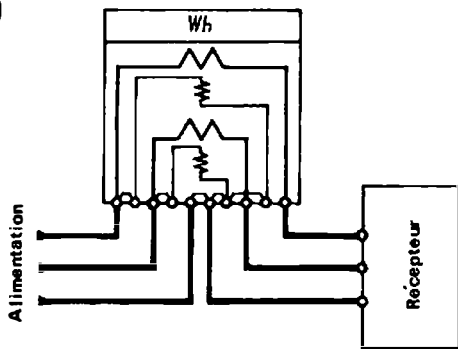
Le branchement est analogue à celui du wattmètre.

(1) Alimentation; (2) Utilisation.

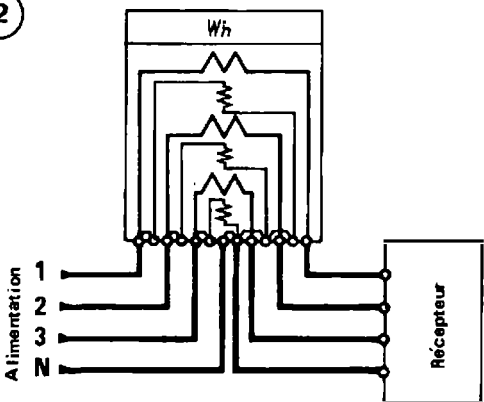
3



1



2



COMPTEURS POLYPHASÉS

Pour mesurer l'énergie dans les distributions triphasées on pourrait disposer plusieurs compteurs monophasés et ajouter leurs indications de la même manière que pour les wattmètres dans les mesures de puissances. Pour éviter tout calcul, il est préférable d'utiliser des compteurs triphasés.

Les compteurs triphasés sont constitués par deux ou trois éléments moteurs dont les couples s'ajoutent. Leurs branchements obéissent aux mêmes règles que pour la mesure des puissances.

**Compteurs à deux éléments moteurs**  
(fig. 1).

Ils sont utilisés en triphasé trois fils. Leur branchement utilise la méthode des deux wattmètres.

L'énergie enregistrée est :

$$W = W_{13-1} + W_{23-2}$$

**Compteurs à trois éléments moteurs**  
(fig. 2).

Ils sont utilisés en triphasé 3 ou 4 fils. Leur branchement est analogue à celui des wattmètres.

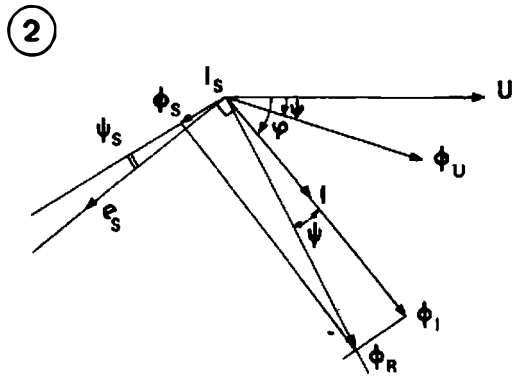
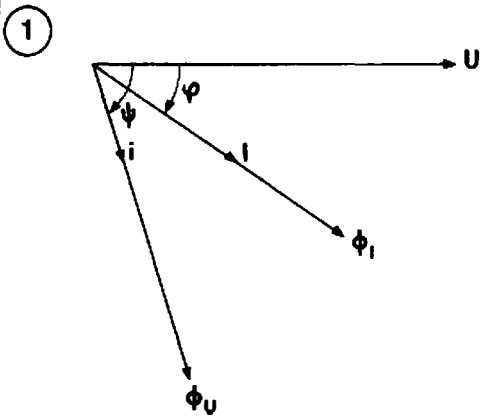
à :  $P = P_{1N-1} + P_{2N-2} + P_{3N-3}$   
correspond :  $W = W_{1N-1} + W_{2N-2} + W_{3N-3}$

à :  $P = P_{10-1} + P_{20-2} + P_{30-3}$   
correspond :  $W = W_{10-1} + W_{20-2} + W_{30-3}$

**Comptage en haute tension** (fig. 3).

Le comptage H.T. utilise des transformateurs de mesure, TI, TP.

Soit  $m_U$  et  $m_I$ , le pouvoir multiplicateur des TP et TI, la nouvelle constante du compteur devient :  $K' = K \cdot m_U \cdot m_I$



**ÉNERGIE RÉACTIVE**

L'énergie réactive mise en jeu dans un circuit d'utilisation pendant le temps  $t$  est :

$$W_r = \int_0^t dW_r = \int_0^t q(t) dt$$

si la puissance réactive est constante :

$$W_r = [UI \sin \varphi] t$$

$W_r$  s'exprime en Varheure (Varh) si la puissance est en Var et le temps en heures.

Cette énergie est comptée positivement pour un déphasage arrière du courant sur la tension.

Les méthodes de mesures de l'énergie réactive utilisent :

- soit des compteurs d'énergie réactive directs qui sont à éléments varmétriques.
- soit des compteurs d'énergie réactive indirects à éléments wattmétriques.

**Compteur à éléments varmétriques.**

C'est un compteur à induction dont le couple moteur (fig. 1) est de la forme.

$$C_M = k \Phi_u \Phi_i \sin(\Phi_u \cdot \Phi_i) = k' UI \sin(\psi - \varphi)$$

Pour que le couple soit égal à :  $k UI \sin \varphi$  il faut ramener  $\Phi_u$  en phase avec  $U$  ce qui est pratiquement impossible, aussi adopte-t-on les deux solutions suivantes :

- Le circuit tension est rendu peu inductif : l'entrefer du circuit magnétique tension sera important, la résistance de la bobine tension sera très élevée.

- La spire de Frager est placée sur le circuit magnétique intensité : le flux résultant  $\Phi_R$  est alors issu des flux  $\Phi_I$  et  $\Phi_S$ . La spire de Frager est réglée

pour que l'angle formé par  $(\Phi_U, \Phi_R)$  soit égal à  $\varphi$ . (Voir fig 2).

Les compteurs varheuremétriques peuvent être à un, deux ou trois éléments moteurs. Les branchements de ces compteurs sont identiques aux compteurs wattheuremétriques correspondants.

**Compteurs à éléments wattmétriques.**

Ce sont les compteurs d'énergie active branchés suivant les méthodes de mesures de la puissance réactive à l'aide de wattmètres :

- En triphasé 3 et 4 fils :
 
$$W_r = \frac{W_{32-1} + W_{31-2} + W_{12-3}}{\sqrt{3}} \quad (1)$$
- En triphasé 3 fils :
 
$$W_r = \sqrt{3} [W_{30-1} - W_{10-2}] \quad (2)$$
- En triphasé équilibre :
 
$$W_r = \sqrt{3} [W_{12-1} - W_{22-2}] \quad (3)$$

Le compteur wattheuremétrique étant défini par sa constante  $K$  en Wh, on peut déterminer sa constante  $K_r$  en Varh, suivant le montage adopté.

L'énergie enregistrée étant  $W = KN$  la relation (1) donne :

$$W = W_{32-1} + W_{31-2} + W_{12-3} = W_r \sqrt{3} = KN$$

d'où  $W_r = \left(\frac{K}{\sqrt{3}}\right) N = K_r N$  soit  $K_r = \frac{K}{\sqrt{3}}$ .

Les relations (2) et (3) donnent :

$$W = KN = \frac{W_r}{\sqrt{3}} ; W_r = \sqrt{3} KN \rightarrow K_r = K\sqrt{3}$$

*Remarque.* A cause de leur construction plus complexe et délicate, les compteurs de type réactif sont plus sensibles que les compteurs actifs aux variations de température et de fréquence.



**ÉTALONNAGE  
DES APPAREILS DE MESURE**



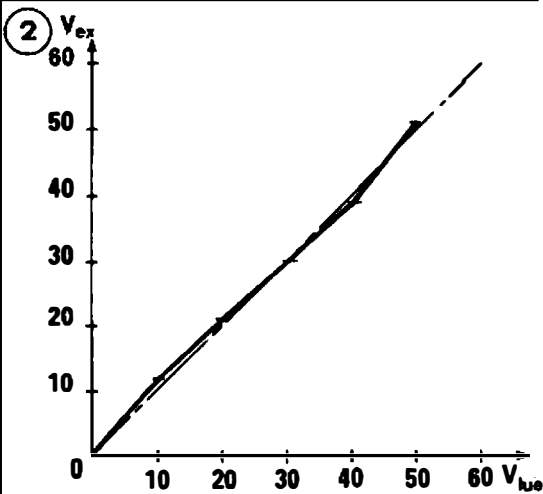
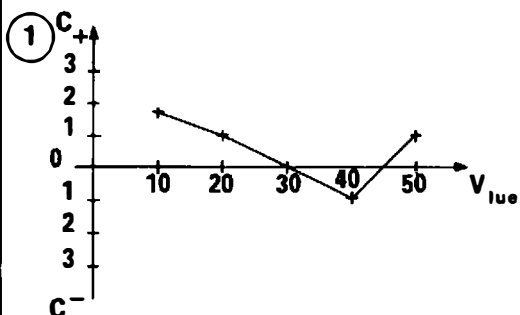


TABLEAU D'ÉTALONNAGE

Appareil étalonné	0	10	20	30	40	50
Appareil étalon	0	11,5	21	30	39	51
Correc-tion	0	+ 1,5	+1	0	-1	+1

**Fiche d'étalonnage.**

C'est un document industriel qui ne comporte que deux paramètres : la valeur lue et la correction.

**Courbe de correction.**

$C = f(V_{lue})$  (fig. 1). Les points obtenus sont directement reliés entre eux, l'ensemble formant une ligne brisée.

**Courbe d'étalonnage.**

$V_{ex} = f(V_{lue})$  (fig 2).

A égalité d'échelle pour  $V_{ex}$  et  $V_{lue}$  :

- Si l'appareil étalonné est rigoureusement exact la courbe obtenue est la bissectrice de l'angle formé par les axes de référence.
- Tout retard de l'appareil étalonné donnera des points situés au-dessus de cette bissectrice, toute avance placera ses coordonnées sous la bissectrice.

**Principes à respecter.**

- Pour qu'un étalonnage s'effectue dans les meilleures conditions il faut : vérifier la position zéro de l'aiguille de chaque appareil.
- Que la méthode utilisée soit d'une précision supérieure à la classe de précision de l'appareil à vérifier.
- Que l'étalon employé soit d'une classe supérieure à celle de l'appareil à étalonner.
- que l'étalonnage soit effectué sur les mêmes calibres.
- Que les valeurs dites « rondes » (par exemple toutes les 5 ou 10 divisions) soient prises sur l'appareil à étalonner, cette manière d'opérer étant plus pratique pour l'utilisation ultérieure de l'appareil.

Il est intéressant d'effectuer des relevés en valeurs ascendantes et descendantes puis de comparer les résultats.

**Méthodes d'étalonnage.**

- On distingue :
- La méthode de comparaison directe.
- La méthode dite à « déviation constante de l'étalon ».
- La méthode potentiométrique.
- La méthode dite en « puissance fictive » réservée à l'étalonnage des wattmètres et compteurs.

L'étalonnage d'un appareil est l'opération qui consiste à contrôler ses indications.

Sa précision résulte de la méthode utilisée et de la classe des appareils étalons employés.

**Correction.**

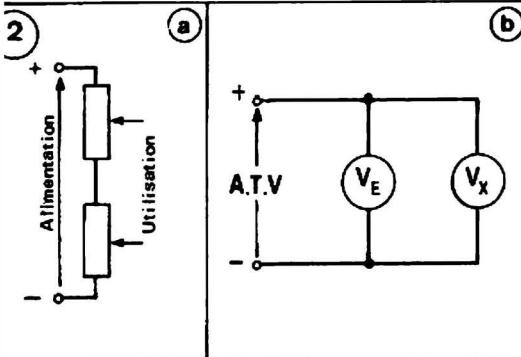
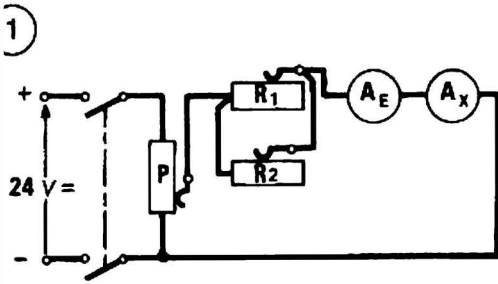
Soient  $V_{ex}$ , la valeur exacte définie par la méthode utilisée et  $V_{lue}$ , la valeur indiquée par l'appareil à étalonner, la correction est la quantité qu'il faut algébriquement ajouter à la valeur lue pour obtenir la valeur exacte.

$$V_{ex} = V_{lue} + C$$

$$\left. \begin{array}{l} V_{lue} > V_{ex} \rightarrow C < 0 \\ V_{lue} < V_{ex} \rightarrow C > 0 \end{array} \right\} C = V_{ex} - V_{lue}$$

**Tableau d'étalonnage.**

Il rassemble de façon méthodique et claire les relevés effectués et les spécifications utiles : date de l'étalonnage, opérateur; appareil étalonné, appareil étalon. Exemple partiel :



La méthode d'étalonnage par comparaison directe consiste à comparer les indications respectives de l'appareil à vérifier et de l'étalon, les deux appareils de même calibre mesurant la même quantité.

Pour un même top, la lecture doit être faite quasi simultanément sur les deux appareils pour éviter toute variation possible de la grandeur mesurée.

### Étalonnage d'un ampèremètre (fig. 1).

L'appareil à étalonner  $A_X$  et l'appareil étalon  $A_E$  sont tous deux insérés en série dans un circuit parcouru par une intensité réglable  $I$ , dont la valeur maximale sera celle du calibre des deux appareils.

Pour chaque valeur choisie sur l'appareil  $A_X$  on relèvera la valeur exacte correspondante sur l'appareil  $A_E$ . On en déduira la correction en dressant un tableau d'étalonnage.

Exemple. Pour des ampèremètres de calibre 5 A on peut choisir une source de 24 V continu, un rhéostat P de 5  $\Omega$  10 A monté en potentiomètre, un rhéostat  $R_1$  de 10  $\Omega$  5 A monté en série et en parallèle sur celui-ci, un rhéostat  $R_2$  de 54  $\Omega$  2 A. Le courant  $I$  sera ajusté par action sur les trois rhéostats. La finesse du réglage pour chaque point de mesure étant obtenue en jouant sur les rhéostats  $R_1$ ,  $R_2$  après dégrossissement par le potentiomètre P.

### Étalonnage d'un voltmètre (fig. 2 b).

L'appareil à étalonner  $V_X$  est monté, en parallèle avec l'étalon  $V_E$  aux bornes d'une source de tension réglable : ATV ou rhéostats montés en potentiomètre.

Exemple. Pour étalonner un voltmètre de calibre 100 V en courant continu, on pourra monter en potentiomètre sur une source de 120 V, deux rhéostats de 145  $\Omega$  (fig. 2 a).

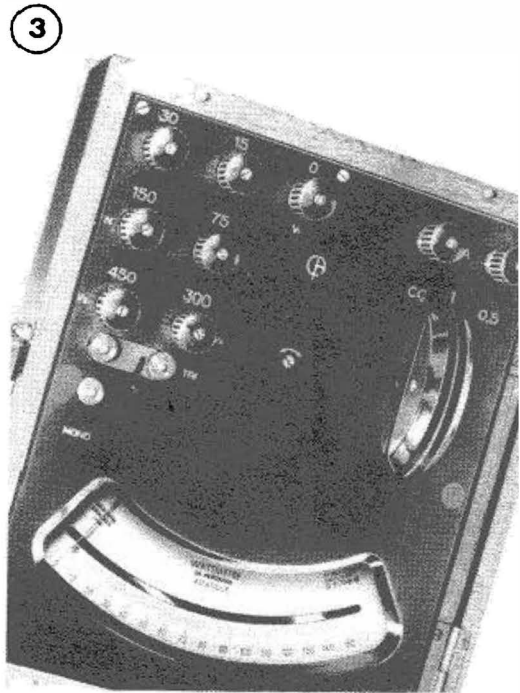
Pour une suite de valeurs rondes prises sur  $V_X$ , on relève les valeurs correspondantes indiquées par  $V_E$ .

### Conclusion.

La précision de la méthode est définie par l'erreur de classe de l'étalon et est variable avec chaque point de mesure.

$$\varepsilon\% = cl \cdot \frac{\text{calibre}}{\text{lecture}}$$

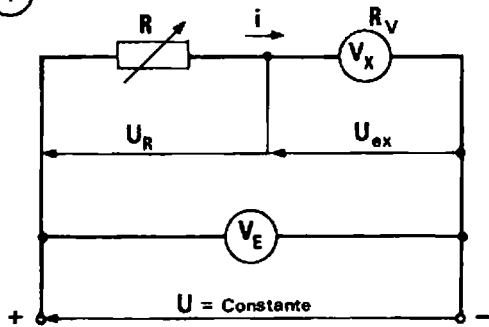
La méthode de comparaison directe manque de précision pour les valeurs de la première moitié de l'échelle, l'erreur relative due à la classe de l'étalon étant très élevée.



Wattmètre étalon (Chauvin-Arnoux)

# ÉTALONNAGE DÉVIATION CONSTANTE DE L'ÉTALON

1



## DÉVIATION CONSTANTE DE L'ÉTALON

L'étalonnage à déviation constante et maximum de l'étalon en maintenant de ce fait même, constante et minimum l'erreur due à la classe de l'étalon, est un procédé beaucoup plus précis que l'étalonnage par comparaison. Il est particulièrement utilisé pour le voltmètre.

**Principe** (fig. 1).

La tension de la source (ATV ou montage potentiométrique) est maintenue constante et égale au calibre de l'étalon, durant toute l'opération. La modification de la tension appliquée à l'appareil à étalonner est obtenue par la mise en série avec ce dernier d'une résistance réglable très précise (boîte à décades par exemple).

Soit  $U_{ex}$  la valeur exacte de la tension aux bornes de l'appareil à étalonner  $V_x$ , sur lequel on lira la valeur  $U_{lue}$ . La résistance de cet appareil étant  $R_v$  :

$$i = \frac{U}{R + R_v} = \frac{U_{ex}}{R_v}$$

$$U_{EX} = U \frac{R_v}{R + R_v}$$

**Mode opératoire.**

— Régler  $U =$  calibre de l'étalon : veiller à maintenir cette valeur constante durant tout le déroulement.

— Régler successivement  $R$  pour obtenir une suite de valeurs rondes lues en  $V_x$  ( $U_{lue}$ ).

— Pour chacune des valeurs de  $R$  ainsi obtenues calculer  $U_{ex}$  que devrait indiquer  $V_x$ .

Pour les tops sur lesquels on désire effectuer un calcul d'incertitude, rechercher le  $\Delta R$  provoquant la plus petite déviation perceptible de l'aiguille en  $V_x$ .

— Dresser un tableau d'étalonnage qui permettra d'obtenir la correction. (Voir en bas de page).

**Précision de la méthode.**

$$\begin{aligned} \frac{dU_{ex}}{U_{ex}} &= \frac{dU}{U} + \frac{dR_v}{R_v} - \frac{dR + dR_v}{R + R_v} \\ &= \frac{dU}{U} + \frac{dR_v}{R_v} - \frac{dR}{R + R_v} - \frac{dR_v}{R + R_v} \\ &= \frac{dU}{U} + dR_v \left( \frac{1}{R_v} - \frac{1}{R + R_v} \right) - \frac{dR}{R + R_v} \\ &= \frac{dU}{U} + dR_v \frac{R}{R_v(R + R_v)} - \frac{dR}{R + R_v} \\ &= \frac{dU}{U} + \frac{dR_v}{R_v} \cdot \frac{R}{R + R_v} - \frac{dR}{R + R_v} \cdot \frac{R}{R} \\ &= \frac{dU}{U} + \frac{R}{R + R_v} \left( \frac{dR_v}{R_v} - \frac{dR}{R} \right) \end{aligned}$$

Soit en passant à l'expression de la limite supérieure de l'incertitude :

$$\frac{\Delta U_{ex}}{U_{ex}} = \frac{\Delta U}{U} + \frac{R}{R + R_v} \left( \frac{\Delta R_v}{R_v} + \frac{\Delta R}{R} \right)$$

En tenant compte de l'erreur de réglage de  $R$  (valeur dont il faut faire varier  $R$  pour obtenir le plus petit déplacement perceptible de l'aiguille de  $V$ ) et en indiquant par les indices (c) l'erreur de classe, et (R) l'erreur de réglage :

$$\frac{\Delta U_{ex}}{U_{ex}} = \frac{\Delta U}{U} + \frac{R}{R + R_v} \left[ \frac{\Delta R_v}{R_v} + \left( \frac{\Delta R}{R} \right)_C + \left( \frac{\Delta R}{R} \right)_R \right]$$

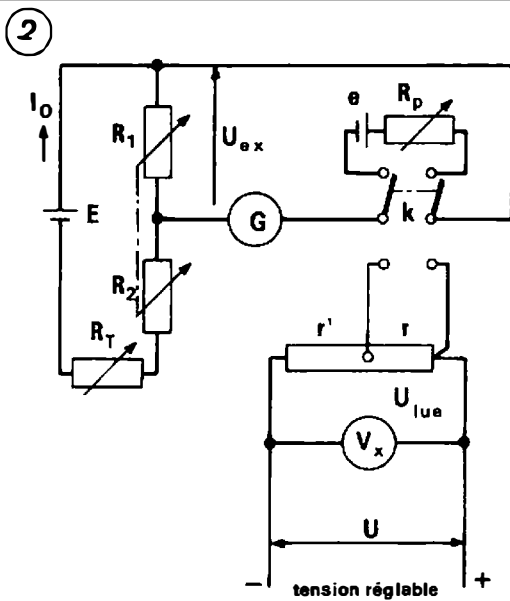
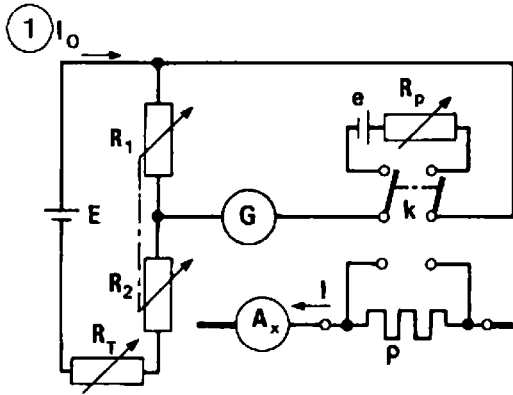
TABLEAU D'ÉTALONNAGE

Date :                      Opérateur :                      Appareil étalonné :                      Appareil étalon :

Méthode utilisée : déviation maximale et constante de l'étalon

$$U_{ex} = U \frac{R_v}{R + R_v}$$

No de top	U <sub>lue</sub>	R	R + R <sub>v</sub>	U $\frac{R_v}{R + R_v}$	C (U <sub>ex</sub> - U <sub>lue</sub> )	Observations :
1						
2						
3						



La méthode potentiométrique appliquée à l'étalonnage des voltmètres et ampèremètres est une mesure de laboratoire. Très longue et délicate elle permet une précision supérieure à 0,1 %.

### Étalonnage d'un ampèremètre (fig. 1).

**Principe.** Voir (M<sub>A</sub> 87).

Une résistance étalon  $\rho$  de valeur convenable est placée en série avec l'ampèremètre à étalonner  $A_x$ . La mesure de la d.d.p  $u_{ex}$  apparaissant aux bornes de  $\rho$  permet de déterminer  $I_{ex}$  :

$$I_{ex} = \frac{u_{ex}}{\rho} = \frac{R_1 I_0}{\rho}$$

Choix de la résistance étalon.

$$\rho \leq \frac{R_{1max} \cdot I_0}{I_{calibre}}$$

Si  $I_{calibre} = 5A$ ,  $R_{1max} = 11\,111 \Omega$ ,  
 $I_0 = 1 \cdot 10^{-4} A$

$$\rho \leq 0,2 \Omega$$

### Étalonnage d'un voltmètre (fig. 2).

**Principe.** (Voir M<sub>A</sub> 83).

Suivant le calibre du voltmètre à étalonner, la tension  $U_{ex}$  est mesurée soit directement, soit par l'intermédiaire d'un réducteur de tension étalon de consommation négligeable.

• 1<sup>er</sup> cas.  $U_{calibre} \leq R_{1max} \cdot I_0$ , la détermination de  $U_{ex}$  est directe.

$$U_{ex} = R_1 \cdot I_0$$

• 2<sup>e</sup> cas.  $U_{calibre} > R_{1max} \cdot I_0$ , la détermination de  $U_{ex}$  tient compte du rapport réducteur  $m$ .

$$U_{ex} = R_1 \cdot I_0 \cdot m$$

Choix du réducteur.  $m \geq \frac{U_{calibre}}{R_{1max} \cdot I_0}$

$$\text{avec } m = \frac{r + r'}{r}$$

Exemple. Si  $U_{calibre} = 100 V$ ,  
 $R_{1max} = 11\,111 \Omega$ ,  $I_0 = 1 \cdot 10^{-4} A$   
 $m = 100$

avec  $r + r' = 1 M\Omega$  et  $r = 10^4 \Omega$

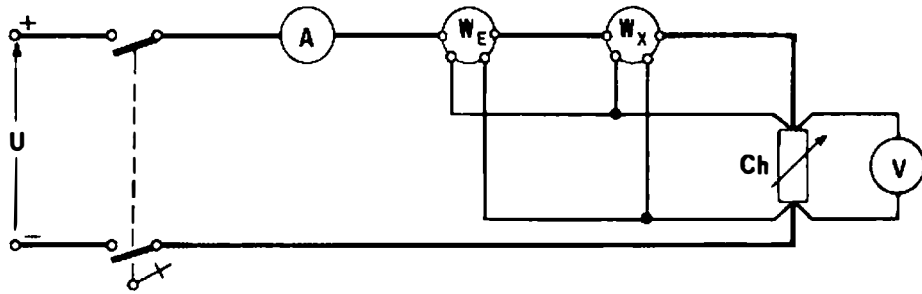
**Précision.**

$$\begin{aligned} \frac{dU_{ex}}{U_{ex}} &= \frac{dR_1}{R_1} + \frac{di_0}{i_0} + \frac{dr}{r+r'} + \frac{dr'}{r+r'} - \frac{dr}{r} \\ &= \frac{dR_1}{R_1} + \frac{di_0}{i_0} + \frac{dr}{r} \left[ \frac{r}{r+r'} - 1 \right] + \frac{dr'}{r+r'} \\ \frac{\Delta U_{ex}}{U_{ex}} &= \frac{\Delta R_1}{R_1} + \frac{\Delta i_0}{i_0} + \frac{\Delta r}{r} \left( \frac{r'}{r+r'} \right) \\ &\quad + \frac{\Delta r'}{r'} \left( \frac{r'}{r+r'} \right) \end{aligned}$$

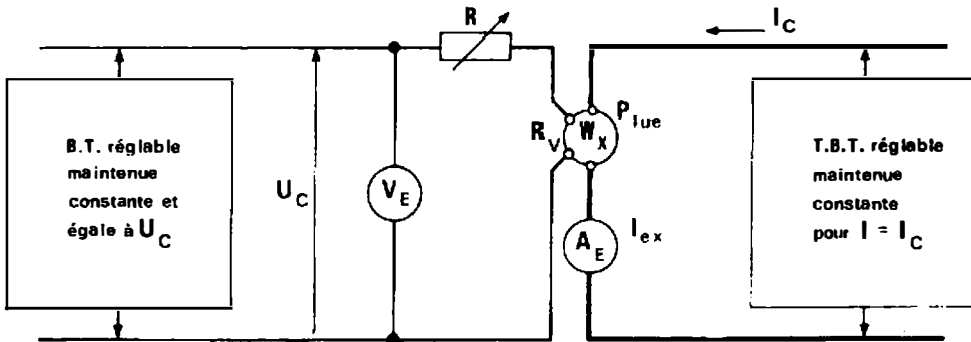
$$\frac{\Delta U_{ex}}{U_{ex}} = \frac{\Delta R_1}{R_1} + \frac{\Delta i_0}{i_0} + \frac{r'}{r+r'} \cdot 2 \cdot \frac{\Delta r}{r}$$

# ÉTALONNAGE D'UN WATTMÈTRE (1)

1



2



Il est toujours prudent de monter, avec un wattmètre, un ampèremètre et un voltmètre afin de contrôler que l'on ne dépasse pas les valeurs nominales  $U_N$  et  $I_N$ . L'étalonnage d'un wattmètre se fera à l'aide d'un ampèremètre et d'un voltmètre étalon dans tous les cas où la somme des classes des deux appareils ainsi utilisés reste inférieure à la classe du wattmètre étalon dont on dispose.

### Étalonnage par comparaison (fig. 1).

On peut utiliser directement un wattmètre étalon ou un ampèremètre et un voltmètre étalons.

La charge (Ch) variant pour obtenir des valeurs rondes de puissance lues en  $W_X$  ( $P_{lue}$ ) on relèvera chaque fois les valeurs  $I_{ex}$  et  $U_{ex}$  sur les appareils étalons

$$P_{ex} = U_{ex} I_{ex}$$

### Étalonnage en puissance fictive (fig. 2).

Utilisation d'un voltmètre et d'un ampèremètre étalons.

Un étalonnage réalisé en puissance fictive réclame une puissance réduite.

- Le circuit intensité de très faible impédance est alimenté sous très faible tension.

- Le circuit tension de forte impédance est alimenté sous sa tension nominale.

Pour améliorer la précision, l'étalonnage se fera avec déviation maximum et constante des étalons.

### Principe.

Le circuit intensité et le circuit tension sont chacun réglés pour les valeurs de calibre des appareils  $I_C$  et  $U_C$ . Ces valeurs étant maintenues constantes une résistance réglable R, connue avec précision est montée en série avec l'enroulement tension du wattmètre et permet de faire varier son indication.

$$U_{ex} = U_C \frac{R_v}{R + R_v}$$

d'où :

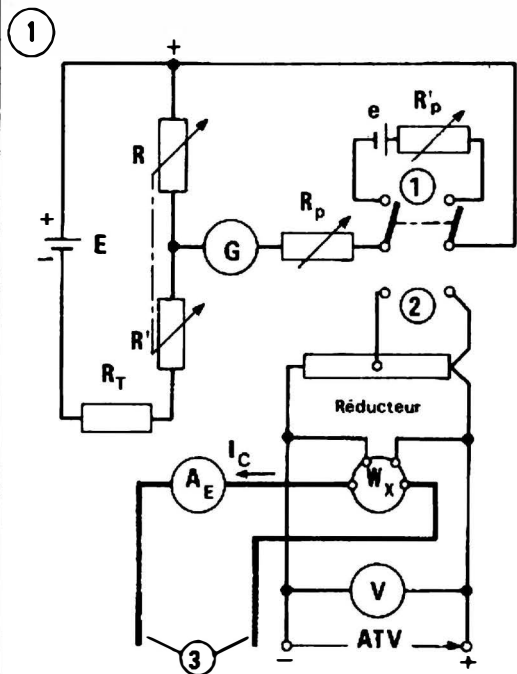
$$U_{ex} I_C = U_C I_C \frac{R_v}{R + R_v} \quad \text{et} \quad P_{ex} = P_C \frac{R_v}{R + R_v}$$

### Déroulement et mode opératoire.

- régler  $U_C$  et  $I_C$ , maintenir constantes;
- donner à R une succession de valeurs pour lire en  $W_X$  les valeurs de puissance correspondantes ( $P_{lue}$ );
- pour les points où l'on désire effectuer un calcul d'incertitude, déterminer le  $\Delta R$  de sensibilité qui provoque le plus petit déplacement perceptible de l'aiguille de  $W_X$ .

# ÉTALONNAGE ÉTALONNAGE D'UN WATTMÈTRE (2)

**M<sub>A</sub> 132**



### Méthode potentiométrique.

C'est une application de la méthode précédemment vue pour l'ampèremètre et le voltmètre (M<sub>A</sub> 130).

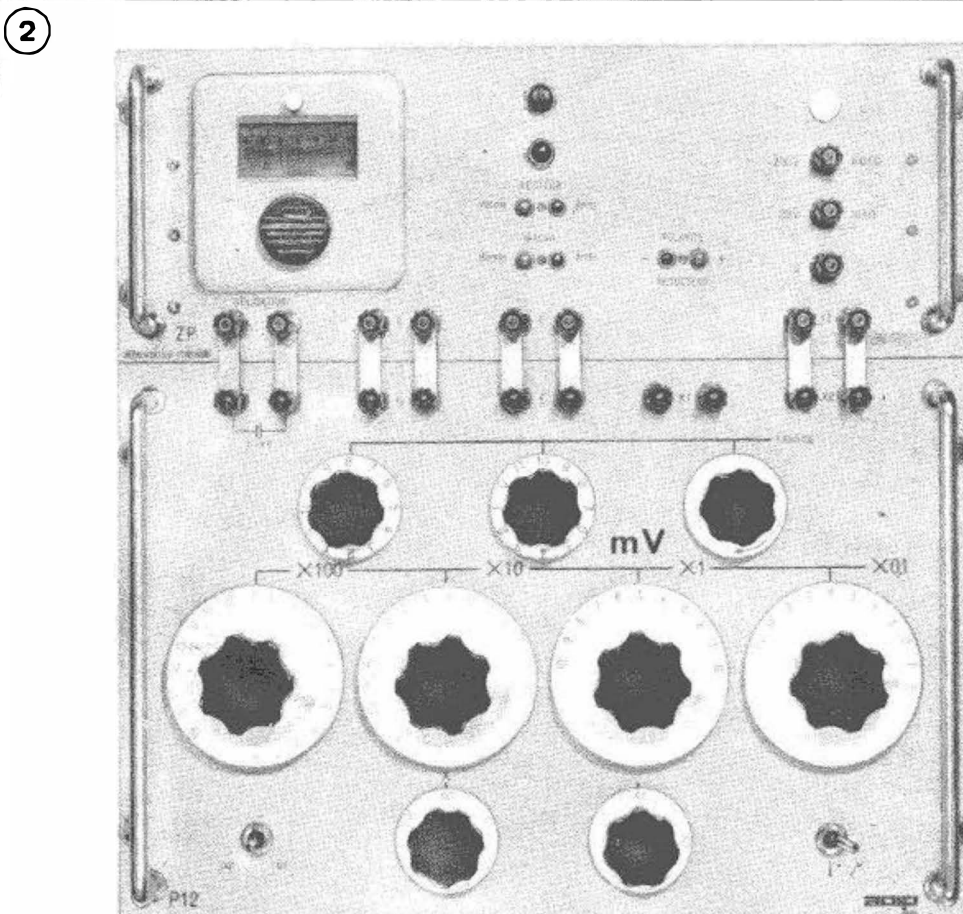
On peut l'adopter :

- pour les deux enroulements à la fois mais le déroulement en serait long;
- plus pratiquement pour un seul enroulement; l'autre étant alimenté directement en valeur nominale (fig. 1).

Le mode opératoire et le déroulement sont, de même que l'estimation de la précision, identiques à ceux qui ont été vus pour cette méthode appliquée au voltmètre et à l'ampèremètre.

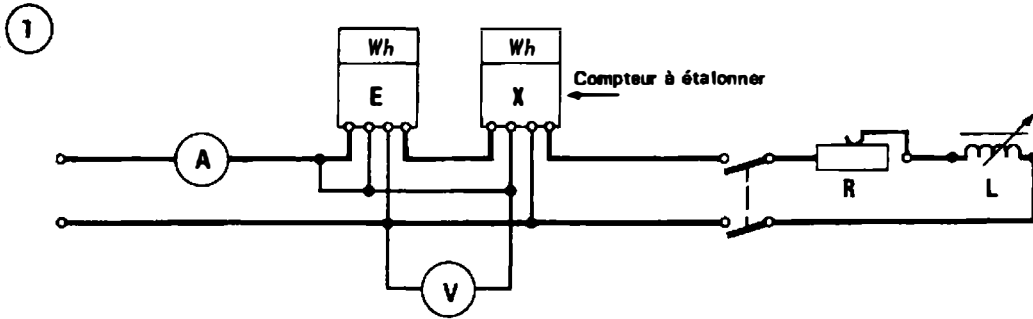
(3) Source fournissant  $I_c$  constante.

*Remarque importante.* Bien veiller à la correspondance des polarités.



Potentiomètre avec alimentation pour étalonnage par opposition

(A.O.I.P.)



L'étalonnage des compteurs d'énergie active se fait par comparaison avec un compteur ou un wattmètre étalon. Il peut être réalisé par un essai direct ou par un essai en puissance fictive.

- **Contrôle mécanique.** Le disque et la minuterie doivent pouvoir tourner librement sans freinages parasites.
- **Marche à vide.** Lorsque seule la bobine tension est alimentée sous  $U_N$ , le compteur ne doit pas tourner. Dans le cas contraire il faut agir sur le dispositif de réglage « marche à vide ».
- **Marche à  $\cos \varphi = 0$ , déphasage arrière.** Alimenté sous  $U_N$  et  $I_N$  le compteur ne doit pas tourner. Dans le cas contraire agir sur la « spire de Frager ».
- **Courant de démarrage.** Le courant de démarrage sous  $U_N$  à  $\cos \varphi = 1$  est égal à  $\frac{I_N}{200}$ .
- **Réglage.** Pour  $U_N, I_N, \cos \varphi = 1$ , la détermination du sens de l'erreur permet de régler le compteur en agissant sur l'aimant permanent.
- Lorsque le compteur est réglé, les courbes d'étalonnage à  $\cos \varphi = 1$  et  $\cos \varphi = 0,5$ , doivent se situer à l'intérieur d'une zone de précision définie par l'U.T.E. (consulter les courbes U.T.E. Norme 44-000).

**ESSAI DIRECT (fig. 1).**

L'étalonnage est réalisé par comparaison à un compteur étalon. Ce procédé est surtout utilisé chez l'abonné, il permet d'éviter la coupure des récepteurs.

**Manipulation.**

- Relever la plaque du compteur à étalonner :  $U_N, I_N; f, k$ .
- Placer le compteur étalon sur les calibres  $U_N, I_N$ .

- Effectuer les différents contrôles et réglages prévus.

- Mettre sous tension : les compteurs vont tourner en fonction des charges de l'utilisation.

Comparer au bout d'un certain temps les consommations des deux compteurs, en déduire le réglage correctif.

$$\varepsilon \% = 100 \frac{W_X - W_E}{W_E}$$

Remarque. Dans la fig. 1, l'utilisation est figurée par un circuit inductance-résistance réglables.

**ÉTALONNAGE EN PUISSANCE FICTIVE (fig. 1. M<sub>A</sub> 134).**

C'est un essai de laboratoire qui consiste à alimenter par des sources séparées les circuits U et I du compteur.

- Le circuit intensité de très faible impédance est connecté à une source très basse tension pouvant délivrer le courant nominal.
- Le circuit tension de forte impédance est connecté à une source délivrant la tension nominale.

La méthode présente l'avantage de faciliter tous les réglages tout en ne consommant qu'une puissance réduite.

Sur le schéma l'étalonnage est réalisé par comparaison à un wattmètre : un chronomètre électrique permet de mesurer le temps.

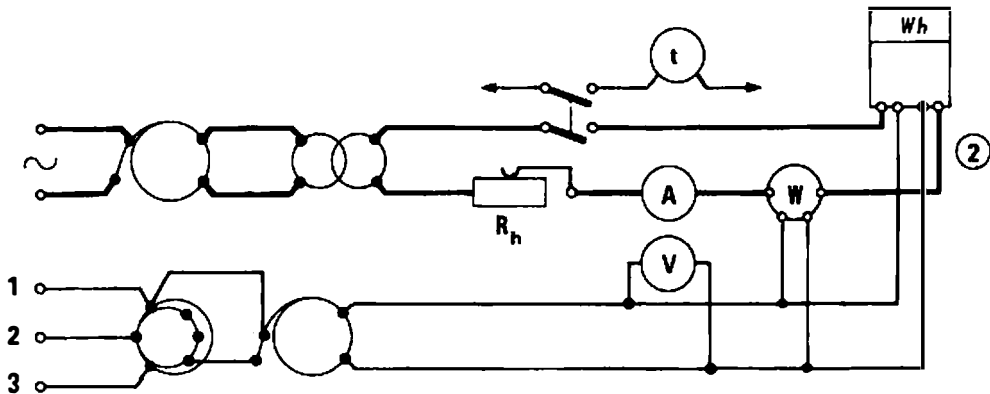
Le déphasage  $\varphi$  de I sur U est obtenu à l'aide d'un régulateur d'induction.

**Principe.** L'énergie  $W_X$  enregistré par le compteur est comparée à l'énergie  $W_E$  considérée exacte et mesurée à l'aide d'un wattmètre étalon et d'un chronomètre électrique : évidemment la puissance développée doit rester constante pendant la mesure.

# ETALONNAGE DE COMPTEURS COMPTEUR EN PUISSANCE FICTIVE

**M<sub>A</sub> 134**

①



Si on appelle,  $t_E$ , le temps en seconde, considéré exact et mesuré par le chronomètre et  $P$  la puissance indiquée par le wattmètre :  $W_E = P \cdot t_E$

Pendant le temps  $t_E$ , le compteur a effectué un nombre de tours  $N$  :

$$W_x = K \cdot N \cdot 3\,600$$

L'erreur du compteur est alors en pour cent :

$$\delta \% = 100 \cdot \left( \frac{W_x - W_E}{W_E} \right)$$

$W_x$  peut être considéré comme étant le produit d'une puissance exacte  $P$  par un temps faux,  $t_x$ .

$$W_x = K \cdot N \cdot 3\,600 = P \cdot t_x$$

$$t_x = \frac{K \cdot N \cdot 3\,600}{P}$$

L'erreur du compteur devient en pour cent :

$$\delta \% = 100 \left( \frac{t_x - t_E}{t_E} \right)$$

Si  $t_x > t_E$ , le compteur avance car il totalise une plus grande énergie.

Si  $t_x < t_E$ , le compteur retarde.

L'expression de l'erreur relative à l'aide des temps est rationnelle. En effet lors des mesures, on prédétermine le plus souvent le nombre de tours du disque  $N$  et la puissance  $P$  développée dans le circuit. On peut donc calculer  $t_x$ ; la mesure du temps  $t_E$  permettra alors de définir immédiatement si le compteur avance ou retarde. Le réglage du compteur doit tendre à réaliser  $t_x = t_E$ .

*Remarque.* Cette méthode basée sur la constance de la puissance implique des sources stables et un temps de mesure suffisamment court. Toutefois pour ne pas introduire une erreur trop forte sur

la mesure du temps, on adopte un compromis qui tient compte du nombre de tours du disque.

Pour des charges faibles on choisit,  $N \approx 10$ , pour de fortes charges on choisit  $N \geq 50$ .

### Manipulation.

- La charge fictive est réglée par le régulateur d'induction et le rhéostat  $R_h$  : les lectures de  $P$ ,  $U$ ,  $I$  permettent de définir le  $\cos \phi$  du circuit.

- Le repère du disque du compteur étant apparent, on ferme l'interrupteur : le chronomètre électrique est excité, le compteur se met en rotation. L'opérateur compte alors sur le disque, le nombre de passages du repère (tours du disque) et ouvre l'interrupteur lorsque le nombre  $N$  prédéterminé est atteint, le chronomètre s'arrête.

*Remarque.* Le calcul de la constante d'étalonnage  $K$  doit tenir compte s'il y a lieu du pouvoir multiplicateur des transformateurs de mesure.

### Compteurs polyphasés.

La méthode d'étalonnage reste la même avec quelques variantes :

- les divers réglages sont effectués pour chaque élément moteur pris séparément. Si l'un des éléments ne possède pas de réglage de la marche à vide, agir sur les réglages existants.

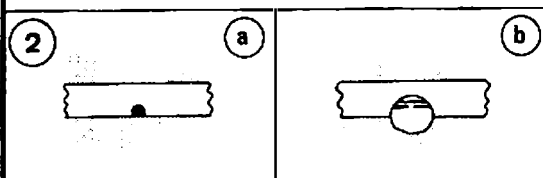
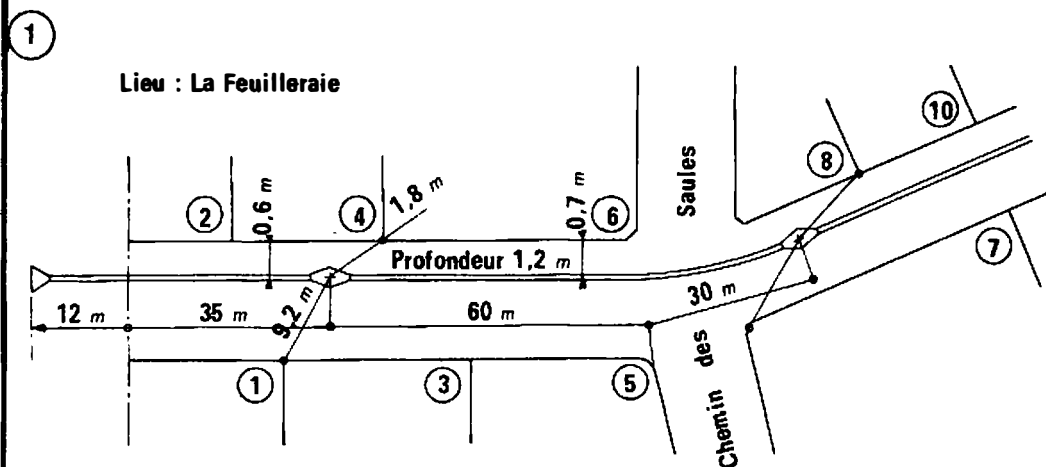
- Pour  $U_N$ ,  $I_N$  et  $\cos \phi = 1$  relever l'erreur de chaque élément moteur pris séparément. Ces deux ou trois erreurs (suivant le type de compteur) sont réglées égales par réglage des entrefers.

- Pour  $U_N$ ,  $I_N$ ,  $\cos \phi = 1$ , l'erreur commune est rendue nulle en agissant sur l'aïmant permanent du dispositif de freinage.





# DÉFAUTS DANS LES CÂBLES



**Origine des défauts.**

Un incident d'exploitation intervient généralement à la suite d'un court-circuit qui provoque le déclenchement des disjoncteurs de ligne. C'est le vieillissement prématuré des isolants qui est à l'origine de la majorité des avaries dont les causes peuvent être :

- Un choc mécanique, pendant la pose ou les terrassements, des glissements de terrain. La déchirure de la chemise de plomb met à nu l'isolant qui, en contact direct avec l'humidité du sol, perd son homogénéité.
- Une action chimique : le câble enterré dans une zone de courants parasites est soumis aux effets de l'électrolyse qui détruisent le feuilard et le plomb.
- Une surintensité élevée qui amoindrit par l'échauffement exagéré qu'elle détermine le pouvoir diélectrique de l'isolant.
- Des infiltrations d'eau à l'intérieur des boîtes de jonction mal isolées.

L'isolement insuffisant conduit à un court-circuit qui détermine dans l'ordre, une carbonisation des isolants, un dégagement gazeux et une petite explosion auto-nettoyante : le câble est percé et ses constituants chassés à l'extérieur. L'effet auto-nettoyant de l'explosion n'est pas toujours complet et les matières carbonisées qui subsistent peuvent définir des défauts de types divers.

Exemple (fig. 2 a.b).

La fig. 2a montre la position initiale du court-circuit dans un câble souterrain triphasé.

La fig. 2b visualise l'état du câble après court-circuit : on peut noter qu'un des conducteurs est coupé.

Le transport de l'énergie électrique dans les centres urbains est réalisé au moyen de canalisations souterraines suivant des techniques diverses (pose en tranchée, caniveau, galerie).

**Constitution d'un câble.**

Un câble est formé d'un ou plusieurs conducteurs isolés : une chemise de plomb et deux feuilards enroulés en hélice assurent l'étanchéité et la protection mécanique. Les raccordements s'effectuent par boîtes de jonction ou de dérivation étanches. On distingue :

- Les câbles HT multi ou unipolaires.
- Les câbles BT multi ou unipolaires.
- Les câbles téléphoniques.

**Plan d'une canalisation souterraine (fig. 1).**

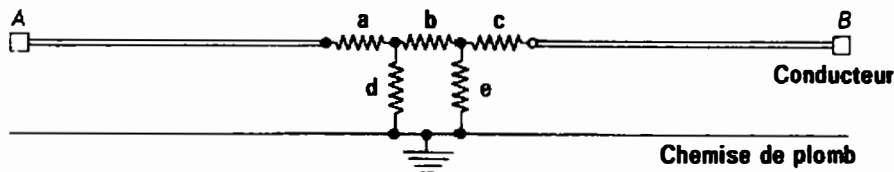
Tout câble souterrain doit pouvoir être identifié avec précision, on explicite donc sur un plan, l'axe du câble (distance, profondeur), l'emplacement des boîtes de jonction ou de dérivation (coordonnées à des points fixes).

Par ailleurs on note sa constitution, sa longueur, sa section ainsi que sa résistance, sa capacité, sa self métrique.

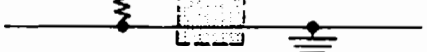
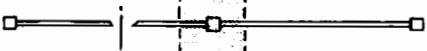
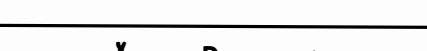
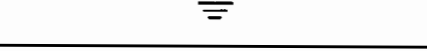
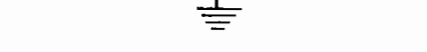
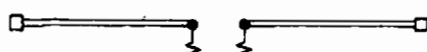
Exemple. Câble « La Feuilleraie - la Barasse » (fig. 1).

Constitution :  $3 \times 60 \text{ mm}^2$  cuivre ; longueur : 2 725 m.

1



2



### Types de défauts.

Le schéma équivalent d'un défaut en général peut être celui de la fig. 1.

a, b, c, d, e sont des résistances dont les valeurs peuvent être diverses : en effet elles sont définies par la résistance des matières carbonisées qui est extrêmement variable et instable.

*Remarque.* La résistance électrique entre plomb feuillard et terre peut être considérée comme négligeable, en effet la surface de contact terre câble est toujours très grande.

- Coupure du conducteur, isolement parfait : les résistances a, b, c, d, e ont une valeur infinie (fig. 2a).

- Coupure du conducteur, isolement mauvais. Seule la résistance b est infinie (fig. 2b).

- Court-circuit franc : les résistances a, b, c, d, e ont une valeur nulle (fig. 2c).

- Court-circuit résistant : les résistances a, b, c sont nulles, les résistances d et e sont de faible valeur (fig. 2d).

- Coupure imparfaite, isolement infini : les résistances a, b, c ont une valeur non nulle, d et e sont infinies (fig. 2e).

- Coupure imparfaite, isolement mauvais. Les résistances a, b, c, d, e ont une résistance non nulle (fig. 2f).

### Processus de recherche.

1. Isoler le câble à ses deux extrémités.
2. Définir l'image électrique du câble par un essai de continuité et d'isolement : isolement entre conducteurs et entre conducteurs et masse.

L'essai d'isolement utilise un ohmmètre à magnéto pour les câbles HT et BT ou un ohmmètre à pile (T.B.T.) pour les câbles téléphoniques.

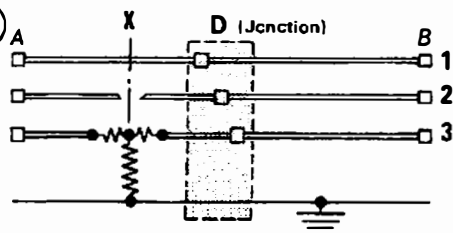
*Exemple* (fig. 3).

Phase 1 : saine.

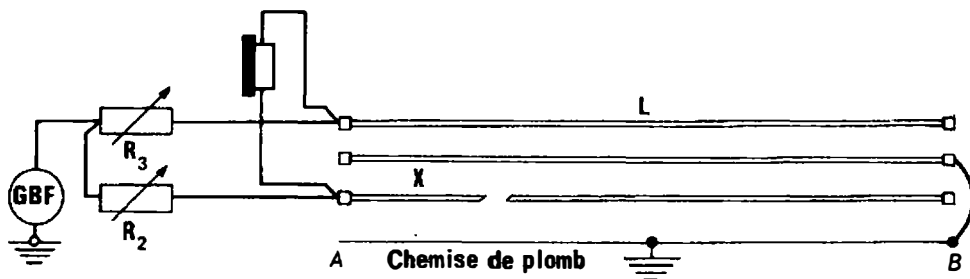
Phase 2 : coupée isolée.

Phase 3 : à la terre.

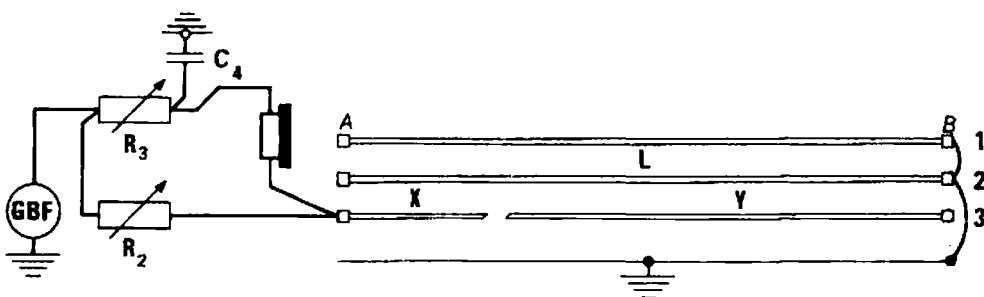
3



1



2



3. Choisir la méthode de mesure la mieux adaptée.

4. Effectuer une 1<sup>re</sup> mesure du point A puis du point B, en vérifier l'exactitude par un recouvrement des distances.

$$AX + XB \approx AB$$

5. Ouvrir une tranchée sur la boîte de jonction la plus proche du point X, démonter la jonction, recommencer les opérations décrites en 2.

6. Effectuer une 2<sup>e</sup> mesure de part et d'autre du défaut, en vérifier la précision par un recouvrement des distances.

$$AX + XD \approx AD$$

7. Ouverture d'une tranchée sur le défaut.

*Remarque.* Si la longueur de la canalisation souterraine est importante (plusieurs kilomètres), il est conseillé après une première mesure d'ouvrir la boîte de jonction la plus proche du point de défaut présumé : en effet si l'incertitude de la mesure est de 1 %, l'approximation en distance est de plusieurs dizaines de mètres. Lors de la seconde mesure au contraire l'approximation est bien meilleure (0,5 m pour 50 m par exemple).

**COUPURE D'UN CONDUCTEUR**

**Isolement parfait.**

La méthode du pont de Sauty est utilisée. (Voir M<sub>A</sub> 95).

1<sup>re</sup> variante (fig. 1).

On compare les capacités respectives d'un fil sain et d'un fil coupé, le troisième conducteur étant relié à la terre.

Le détecteur est un écouteur téléphonique.

Le silence est obtenu pour :

$$C_X = C_L \frac{R_3}{R_2}$$

$C_X$  et  $C_L$  sont les capacités respectives du fil coupé et du fil sain.

Puisque les longueurs sont proportionnelles aux capacités, il vient :

$$X = L \frac{R_3}{R_2}$$

2<sup>e</sup> variante (fig. 2).

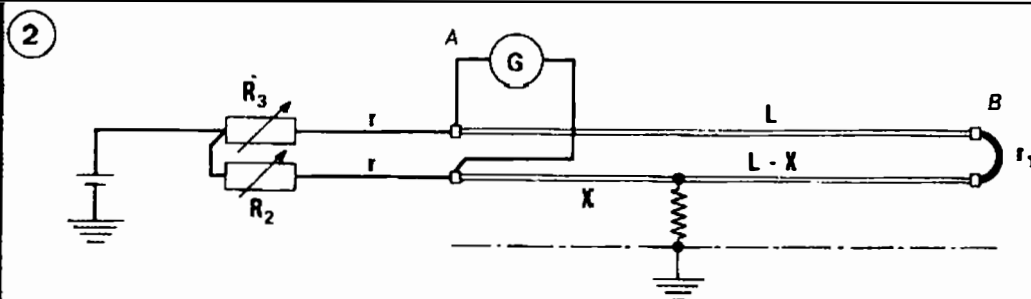
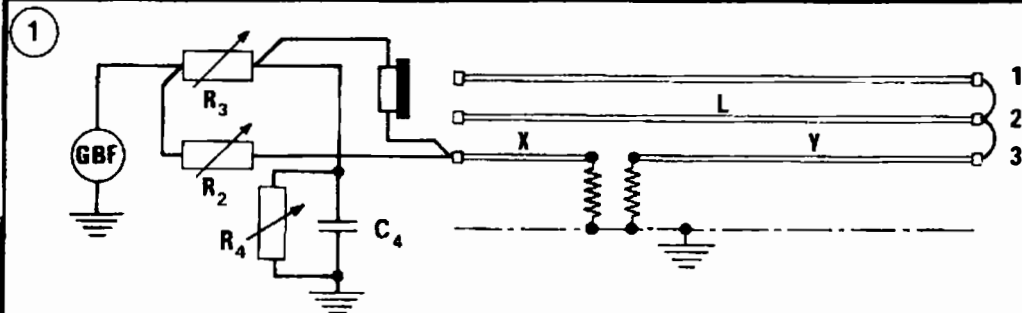
On compare les capacités respectives des tronçons de câbles X et Y à une capacité étalon, les autres conducteurs étant mis à la terre. Cette méthode est utilisée pour les câbles unipolaires.

• Mesure de A :  $C_X = C_E \frac{R_3}{R_2}$

• Mesure de B :  $C_Y = C'_E \frac{R'_3}{R'_2}$

$$X = L \cdot \frac{C_X}{C_X + C_Y} \quad , \quad Y = L \cdot \frac{C_Y}{C_X + C_Y}$$

*Remarques.* Dans les deux mesures les écouteurs téléphoniques sont raccordés directement sur la tête de câble.



### Isolément imparfait.

La méthode du pont de Nernst est utilisée. (Voir M<sub>A</sub> 96).

**Schéma** (fig. 1).

On peut comparer  $C_x$  et  $C_y$  ou  $C_x$  et  $C_1$ .  
La mesure du conducteur sain utilise le pont de Sauty.

$$C_1 = C_4 \frac{R_3}{R_2}$$

La mesure du conducteur coupé utilise le pont de Nernst.

$$C_x = C_4 \frac{R'_3}{R'_2}$$

$$X = L \frac{C'_4}{C_4} \cdot \frac{R'_3}{R_3} \cdot \frac{R_2}{R'_2}$$

*Remarque.* La détermination de la résistance d'isolement  $R_x$  n'est pas nécessaire à la recherche de X.

### COURT-CIRCUIT

Le court-circuit peut être franc ou légèrement résistant.

### Méthode de la boucle.

**Schéma** (fig. 2).

C'est un pont de Wheatstone (voir M<sub>A</sub> 65) dont les quatre branches sont :

$$X, R_2, R_3, 2L - X.$$

A l'équilibre du galvanomètre :

$$X \cdot (R_3 + r) = (2L + r_1 - X) \cdot (R_2 + r).$$

Si l'on néglige les connexions  $r_1$  et  $r$ , il vient :

$$X R_3 = (2L - X) R_2$$

$$X = 2L \frac{R_2}{R_2 + R_3}$$

X et L, directement proportionnelles aux résistances des conducteurs, peuvent être des longueurs.

### Analyse de la manipulation.

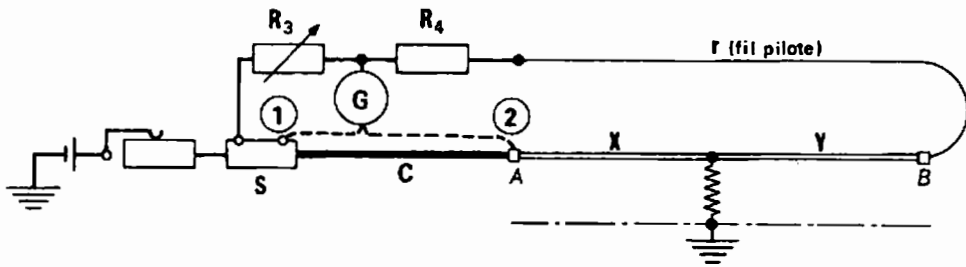
- Pour être négligée la connexion en B doit être **très courte** et de **forte section**. Par exemple une connexion  $r_1$  de 1 m de long et de 1 mm<sup>2</sup> de section est équivalente à 200 m de câble de 200 mm<sup>2</sup> : l'erreur introduite dans ce cas serait inacceptable.

- Le détecteur branché directement sur la tête du câble rend négligeables les connexions  $r$  : en effet  $R_2$  et  $R_3$  sont de valeur beaucoup plus élevée que  $r$ .

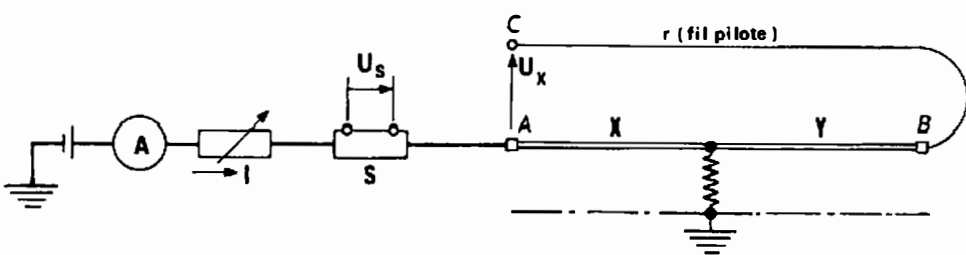
- La résistance de court-circuit n'intervient pas dans l'équation d'équilibre du pont, seule la sensibilité de ce dernier peut être amoindrie : pour l'augmenter le courant dans les branches doit être relativement intense tout autant que  $R_2$  et  $R_3$  le permettent.

*Remarque.* Si le court-circuit se trouve entre conducteurs, l'utilisation de la méthode de la boucle est toujours possible.

1



2



**Variante de la méthode de la boucle.**

Cette méthode est utilisée dans le cas d'un câble unipolaire.

Schéma (fig. 1).

r est la résistance d'un fil pilote tendu le long du câble. S est une résistance étalon :  $S \approx X$ .

**Mesure du point A.**

Si l'on ne peut connecter S directement sur la tête de câble, la connexion C doit être de forte section et aussi courte que possible : l'erreur introduite par C est d'ailleurs éliminée si on effectue deux mesures.

- Le galvanomètre est branché en (1).  
A l'équilibre :  $(X + C)R_3 = (R_4 + r + Y)S$   
et puisque  $Y \ll R_4$

$$C = \frac{S(R_4 + r) - R_3 \cdot X}{R_3}$$

- Le galvanomètre est branché en (2).  
A l'équilibre :  $X \cdot R'_3 = (R'_3 + r)(S + C)$

$$C = \frac{X \cdot R'_3}{R'_3 + r} - S$$

En égalant les deux expressions il vient :

$$X = S \left[ \frac{R_4 + r + R_3}{R_3} \cdot \frac{R'_3 + r}{R'_3 + r + R'_3} \right]$$

**Mesure du point B.**

Une mesure identique permet de définir Y.

Puisque les résistances X et Y sont proportionnelles aux longueurs  $L_x$  et  $L_y$ , une simple règle de trois permet de définir celles-ci.

$$L_x = L \frac{X}{X + Y}$$

Remarque. Cette variante rend possible l'injection d'un courant très intense dans les branches S et X pour accroître la sensibilité.

**Méthode de la chute de tension.**

Cette méthode utilise encore un fil pilote de résistance r tendu le long du câble.

Schéma (fig. 2).

**Mesure à partir de A.**

Un millivoltmètre à cadre mobile est branché, directement aux bornes A C puis aux bornes du shunt.

Si I est constant :

$$\frac{U_s}{S} = \frac{U_x}{X} \rightarrow X = S \cdot \frac{U_x}{U_s}$$

En réalité si la résistance Y du câble est négligeable, la résistance r du fil pilote introduit une erreur systématique qu'il faut corriger soit  $R_v$  la résistance du millivoltmètre et  $U_{x \text{ faux}}$  l'indication notée, la vraie valeur  $U_x$  est :

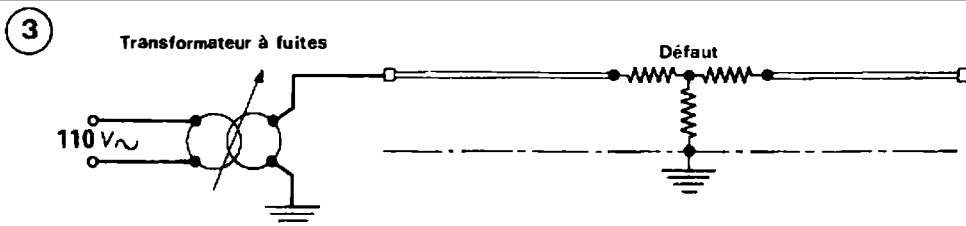
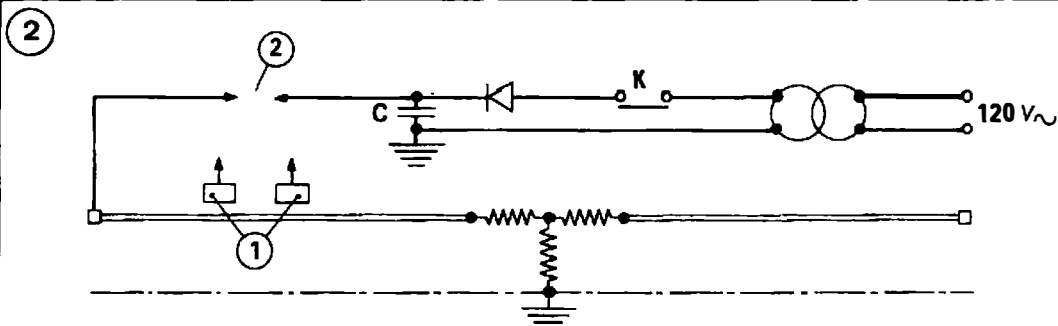
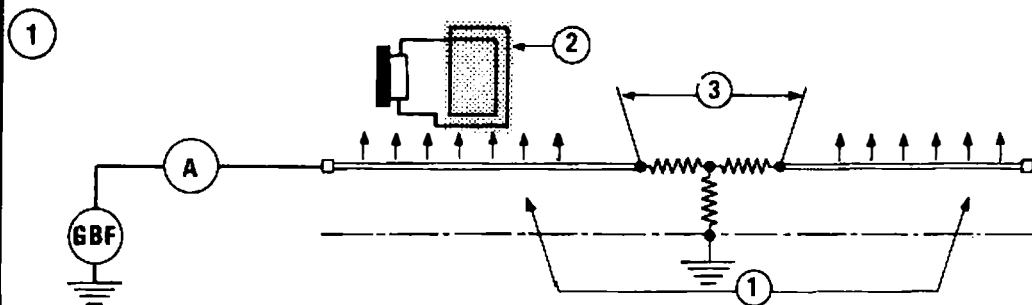
$$U_x = U_{x \text{ faux}} \left( \frac{R_v + r}{R_v} \right)$$

$$X = S \cdot \frac{U_{x \text{ faux}}}{U_s} \cdot \frac{R_v + r}{R_v}$$

**Mesure à partir de B.**

$$Y = S \frac{U_{y \text{ faux}}}{U'_s} \cdot \frac{R_v + r}{R_v}$$

Remarque : la valeur du courant I doit être assez élevée pour permettre une déviation suffisante du millivoltmètre.



### Méthode du cadre (fig. 1).

Un courant à fréquence musicale est injecté dans le conducteur mauvais produisant, à cause de l'inductance de ce dernier, des ondes électromagnétiques (1) dont le plan est perpendiculaire au câble. Elles disparaissent à proximité du défaut.

Un cadre (2) bobiné formant antenne, récupère ces ondes et excite un écouteur téléphonique.

Il suffit donc de suivre le tracé de la canalisation, le cadre en direction de celle-ci pour atteindre une zone (3) de silence qui définit la position du défaut.

### Méthode des chocs perceptibles (fig. 2).

Le câble est soumis périodiquement à une tension très élevée qui se décharge dans le défaut, provoquant dans ce dernier des vibrations perceptibles. Celles-ci sont captées par deux microphones (1) torrés reliés après amplification à un oscilloscope. L'amplitude des vibrations est maximale sur le micro le plus proche de la fuite. Lorsque les deux amplitudes sont identiques l'avarie est localisée entre les deux micros.

Le contact tournant K, entraîné par un moteur synchrone permet la charge en escalier du condensateur. Lorsque la tension d'arc de l'éclateur (2) est atteinte, le condensateur dissipe l'énergie emmagasinée à travers la résistance du défaut. L'intervalle de deux décharges peut être de 5 s.

### COUPURE IMPARFAITE AVEC OU SANS MISE À LA MASSE

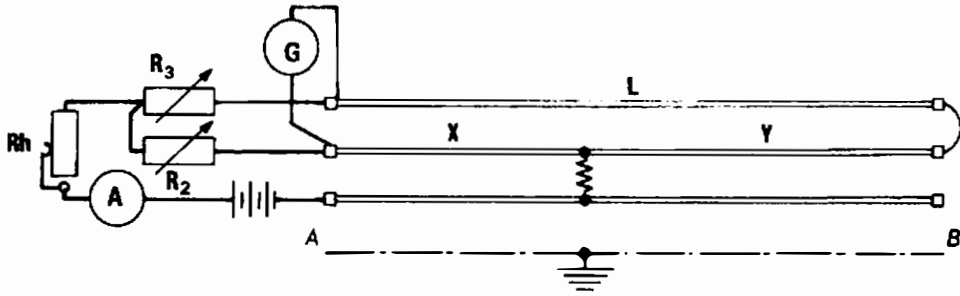
Seules peuvent être utilisées les méthodes du cadre et des chocs perceptibles.

Une autre technique consiste à modifier le type de défaut, en lui faisant subir un court-circuit contrôlé. Schéma (fig. 3).

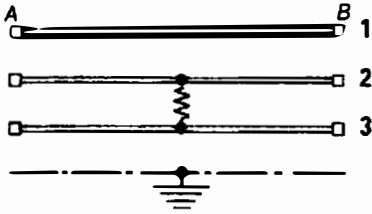
Un défaut présente toujours, même si l'ohmmètre à magnéto ne le met pas en évidence, un isolement plus faible. Le câble est donc soumis à une haute tension croissante. Le claquage à la masse se produit dans la fuite et donne naissance à un courant intense contrôlé qui peut déterminer un court-circuit franc ou une coupe.



①



②



**Exemple.**

Soit un câble A.B; haute tension :  $3 \times 60 \text{ mm}^2$  de longueur égale à 3500 m.

1. Le câble est isolé à ses extrémités.
2. Essai d'isolement du point A.

L'ohmmètre à magnéto 1000 V donne :

- Phase 1 — masse;  $R = \infty$
- Phase 2 — masse;  $R = \infty$
- Phase 3 — masse;  $R = \infty$
- Phase 1 — Phase 2;  $R = \infty$
- Phase 1 — Phase 3;  $R = \infty$
- Phase 2 — Phase 3;  $R = 0$

Essai de continuité du point A. Les trois phases sont bouclées à la masse en B. L'ohmmètre à piles donne :

- Phase 1 — masse;  $R = 0$
- Phase 2 — masse;  $R = 0$
- Phase 3 — masse;  $R = 0$
- Phase 1 — Phase 2;  $R = 0$
- Phase 1 — Phase 3;  $R = 0$
- Phase 2 — Phase 3;  $R = 0$

Les essais précédents sont recommandés du point B et permettent alors de définir, fig. 2, l'image du câble. Les trois conducteurs ne présentent aucune coupure : les fils 2 et 3 sont en court-circuit.

3. Deux méthodes peuvent être utilisées :

- La méthode de la boucle.

— La méthode des chocs perceptibles entre phases 2 et 3.

C'est la 1<sup>re</sup> méthode qui est retenue. Schéma (fig. 1).

Le montage correspond à la mesure du point A.

La tension de la source est suffisante pour fournir un courant de plusieurs dixièmes d'ampères.

Mesure du point A. On trouve :

$$R_2 = 98 \Omega, R_3 = 602 \Omega.$$

$$X = 2L \frac{R_2}{R_2 + R_3} = 2 \cdot 3500 \frac{98}{700}$$

$$X = 980 \text{ m}$$

Mesure du point B. On trouve :

$$R'_2 = 79 \Omega, R'_3 = 144 \Omega.$$

$$Y = 2L \cdot \frac{R'_2}{R'_2 + R'_3} = 2 \cdot 3500 \cdot \frac{79}{223}$$

$$Y = 2479 \text{ m}$$

Vérification :  $X + Y = L$ , on trouve :

$$980 \text{ m} + 2479 \text{ m} < 3500 \text{ m}$$

L'étude du plan du câble montre qu'une boîte de jonction D se trouve à 1020 m du point A. C'est la jonction la plus proche du point de défaut présumé. Après fouille, cette boîte de jonction est démolie. Les essais permettent de localiser le défaut entre les points A et D : on recommence donc les mesures précédentes à partir du point A puis du point D.

Mesure du point D.  $R_2 = 25 \Omega$ ,  $R_3 = 956 \Omega$ ,  $Y = 26 \text{ m}$ .

L'erreur de sensibilité est :

$$\epsilon_S = \frac{\Delta R_3}{R_3} = \frac{0,5}{956}$$

### Mesure du point A.

$$R'_2 = 880 \Omega, R'_3 = 22 \Omega, X = 995 m$$

Vérification :  $995 m + 26 m \approx 1 020 m$ .

Incertitude de la mesure (voir M<sub>A</sub> 19).

$$\frac{dY}{Y} = \frac{dL}{L} + \frac{R_2}{R_2 + R_3} \left[ \frac{dR_2}{R_2} - \frac{dR_3}{R_3} \right]$$

Limite supérieure de l'erreur.

$$\frac{\Delta Y}{Y} = \frac{\Delta L}{L} + \frac{R_2}{R_2 + R_3} \left[ \frac{\Delta R_2}{R_2} + \frac{\Delta R_3}{R_3} \right] + \epsilon_s$$

$\frac{\Delta L}{L} = 0,1 \%$ , représente l'erreur relative comise sur la détermination de L.

$\frac{\Delta R_2}{R_2} = \frac{\Delta R_3}{R_3} = 0,5 \%$ , représente l'erreur due à la

lasse de précision des résistances.

$$\frac{\Delta Y}{Y} = \frac{0,1}{100} + \frac{1}{100} \left[ \frac{956}{981} \right] + \frac{0,5}{1000}$$

$$\frac{\Delta Y}{Y} = \frac{1}{100}$$

$$Y = 26 m \pm 0,3 m$$

*Remarque.* On peut noter que l'erreur absolue définie sur la longueur Y est très faible.

Ouverture d'une tranchée à 26 m du point D. Après identification du câble, l'examen de ce dernier montre qu'un percement du feuillard et du plomb existe à 0,5 m du point présumé.

Le câble est coupé à cet endroit. Après la pose d'une nouvelle boîte de jonction, une remise en service de la canalisation est effectuée.



Pont de localisation des défauts de câbles

(A.O.I.P.)

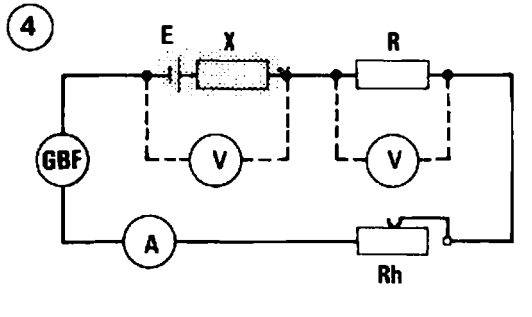
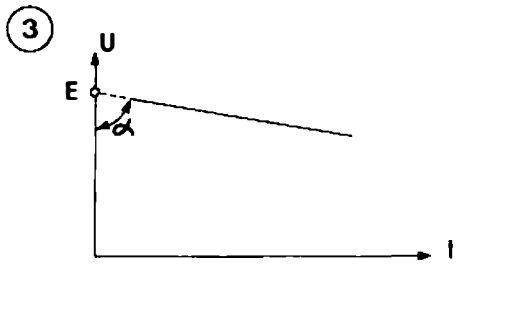
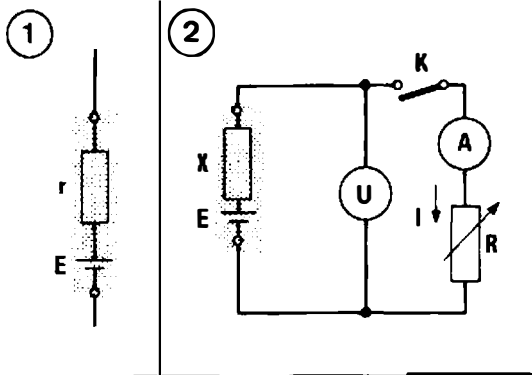


# APPLICATIONS DIVERSES DES MESURES ÉLECTRIQUES

**Électrolytes**

**Terres**

**Isolement**



**RÉSISTANCES DE PILES  
ET ACCUMULATEURS**

Une pile ou un accumulateur peut être figuré par une force électromotrice E et une résistance interne r en série (fig. 1).

**Polarisation.**

Lorsqu'une pile débite une intensité trop élevée, des modifications chimiques apparaissent au voisinage des électrodes. Ce phénomène appelé polarisation tend à diminuer la force électromotrice E du générateur, mais tout se passe comme si la résistance interne de la pile avait augmenté, E restant constant.

Les méthodes de mesure permettant de définir la résistance interne d'une pile et à un degré moindre d'un accumulateur risquent donc d'être entachées d'erreurs importantes si on dépasse le courant nominal.

**Méthode voltampérométrique (fig. 2).**

**Principe.** Si on néglige la consommation du voltmètre :  $U = E - XI$ .

X représente la résistance interne du générateur. On effectue deux mesures :

1. K est ouvert,  $I = 0$ ,  $U_1 = E$
2. K est fermé et I est ajusté à l'aide de R à une certaine valeur.

$$U_2 + XI = E \quad \boxed{X = \frac{U_1 - U_2}{I}}$$

La mesure est améliorée si on trace la courbe  $U = f(I)$ , (fig. 3). graphiquement on obtient :

$$X = -\frac{1}{\operatorname{tg} \alpha} = -\frac{\Delta U}{\Delta I}$$

Même en négligeant l'erreur systématique due à la méthode, l'incertitude de la mesure reste grande si  $U_2$  est peu différent de  $U_1$ .

$$\frac{\Delta X}{X} = \frac{\Delta U_1 + \Delta U_2}{U_1 - U_2} + \frac{\Delta I}{I}$$

La méthode ne convient que pour la mesure de résistances internes assez grandes.

**Méthode d'opposition (Voir M<sub>A</sub> 83).**

Le schéma et le déroulement précédents sont conservés, la tension U est mesurée par une méthode d'opposition. Si R est une résistance étalon ajustable, l'ampèremètre peut être supprimé :  $I = \frac{U}{R}$ .

Cette méthode donne des résultats plus précis.

**Méthode de la composante alternative.**

**Principe.** On alimente le circuit à l'aide d'un générateur basse fréquence 1 000 Hz. On mesure la composante alternative tension aux bornes du générateur à courant continu, puis aux bornes d'une résistance étalon de comparaison.

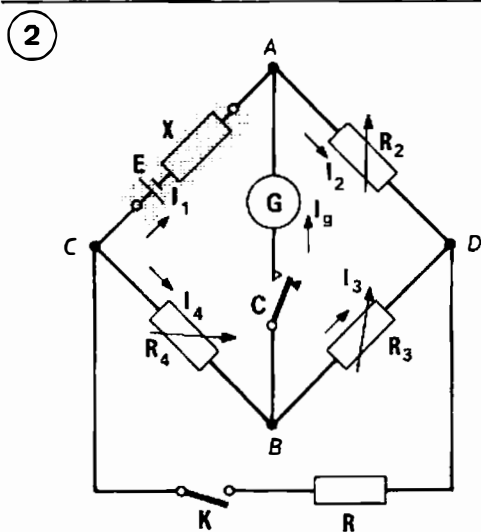
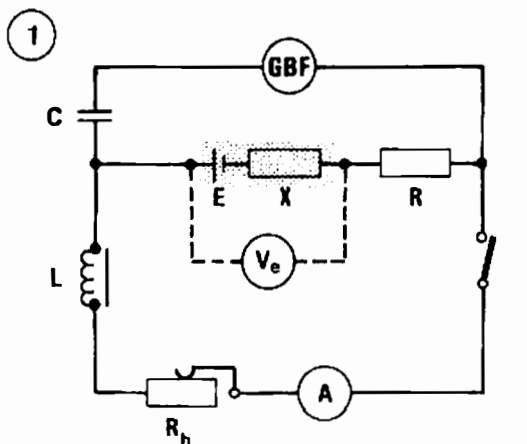
**Schéma (fig. 4).** Un millivoltmètre électronique à courant alternatif est connecté aux bornes du générateur à courant continu, puis aux bornes de R : soit  $U_X$  et  $U_R$  les déviations respectives. Si i est la composante alternative du courant fourni par le G.B.F., il vient :

$$i = \frac{U_X}{X} = \frac{U_R}{R} \rightarrow X = R \cdot \frac{U_X}{U_R}$$

Les meilleures conditions de mesure sont obtenues pour  $X = R$ , mais la valeur de crête du courant i doit toujours rester inférieure au courant continu débité par la pile.

# MESURE DE RÉSISTANCE INTERNE (2)

M<sub>A</sub> 144



*Remarque.* Un voltmètre électronique à courant alternatif n'est pas sensible au courant continu. En effet son entrée comporte une capacité qui ne laisse passer que la composante alternative.

Si on ne possède pas d'appareils de ce type, on peut utiliser un voltmètre à cadre mobile et redresseur à grande résistance d'entrée en série avec un condensateur de forte capacité.

**Variante.**

Lorsque l'on veut mesurer la résistance interne pour un débit donné on peut réaliser le schéma fig. 1.

Le condensateur C bloque le courant continu du générateur E.

La self de blocage L, arrête le courant alternatif du G.B.F.

**Méthode de Mance.**

Cette méthode est encore appelée méthode de faux zéro.

Schéma (fig. 2).

**Principe.**

Le générateur E dont on veut mesurer la résistance interne X est inséré dans la branche (1) d'un pont de Weststone. La fermeture de l'interrupteur K provoque une variation de courant : par exemple dans la branche (1), la variation de courant  $\Delta I_1$  entraîne une variation de tension  $\Delta U_1$  due à la résistance interne du générateur.

1. K est ouvert, C est fermé, le galvanomètre dévie de  $\alpha$  divisions.

2. K est fermé, C est fermé, la variation de tension  $\Delta U_1$  détermine une déviation  $\alpha_1 \neq \alpha$ . On ajuste alors  $R_3, R_3, R_4$  de façon à rétablir la déviation initiale  $\alpha$ .

Le courant  $I_g$  étant le même dans les 2 cas, la tension  $U_{AB}$  est constante. On peut écrire :

$$\begin{aligned} \Delta U_1 &= \Delta U_4, & \Delta U_2 &= \Delta U_3 \\ \Delta I_1 &= \Delta I_2, & \Delta I_4 &= \Delta I_3 \end{aligned}$$

$\Delta U_1, \Delta U_2, \Delta I_1, \Delta I_2$  etc., sont les variations de tension et d'intensité dans les branches (1), (2), etc.

$$\begin{aligned} X \cdot \Delta I_1 &= R_4 \cdot \Delta I_4 \\ R_2 \cdot \Delta I_1 &= R_3 \cdot \Delta I_4 \end{aligned}$$

En divisant ces deux expressions il vient :

$$\frac{X}{R_2} = \frac{R_1}{R_3} \rightarrow X = R_4 \frac{R_2}{R_3}$$

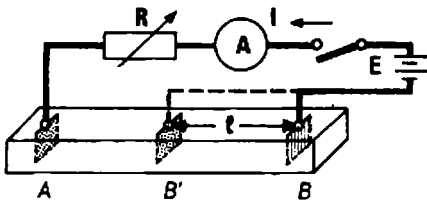
**Erreur de sensibilité.**

$$\delta_s \% = 100 \frac{\Delta R_2}{R_2}$$

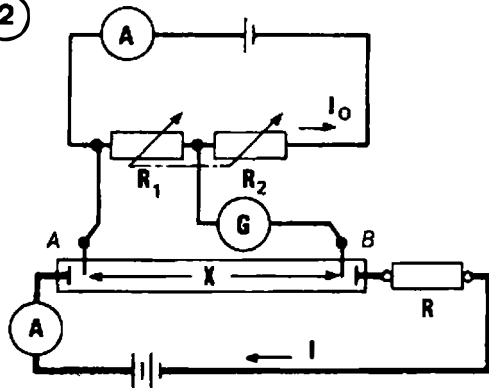
*Remarque 1.* Pour faciliter la recherche de l'équilibre, il est conseillé de faire  $R_2 \approx X$ .

*Remarque 2.* La résistance R permet de limiter  $\Delta I_1$ .

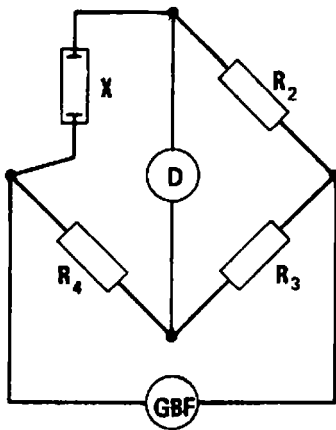
①



②



③



**RÉSISTANCE DES ÉLECTROLYTES**

Les électrolytes sont des solutions liquides dont la résistivité varie en fonction de la température. Lorsqu'un courant continu les traverse il y a création d'une f.c. é.m. *e*, qui détermine un accroissement apparent de la résistance de l'électrolyte.

Pour éviter d'être faussées, les mesures sur les électrolytes utilisent des artifices de montage.

**Méthode de substitution (fig. 1).**

Deux électrodes A et B, de nature identique, plongent dans l'électrolyte qui est enfermé dans une enceinte calibrée. Deux mesures pour des positions dif-

férentes de l'électrode B permettent d'éliminer la f.c.é.m. *e*.

1<sup>re</sup> mesure. On ajuste la résistance étalon à la valeur *R*<sub>1</sub> de façon à obtenir un courant *I*. Soit, *X*<sub>1</sub> et *e*, la résistance et la f.c.e.m. de l'électrolyte entre les points A et B, il vient :

$$E - e = (X_1 + R_1) I \quad (1)$$

2<sup>e</sup> mesure. L'électrode B est déplacée en B'. On ajuste la résistance à la valeur *R*<sub>2</sub> pour obtenir le courant initial *I* : la résistance de l'électrolyte devient *X*<sub>2</sub>.

$$E - e = (X_2 + R_2) I \quad (2)$$

En égalant les expressions (1) et (2) on obtient :

$$X_1 - X_2 = R_2 - R_1$$

Si *X* représente la résistance de l'électrolyte pour l'intervalle *l* des électrodes B et B' :

$$X = X_1 - X_2 \rightarrow \boxed{X = R_2 - R_1}$$

**Méthode de Lippmann (fig. 2).**

On dispose le long de l'éprouvette contenant l'électrolyte deux électrodes auxiliaires de nature identique puis on compare la résistance *X* de l'électrolyte entre électrodes à une résistance étalon *R* : la comparaison de *X* et *R* utilise la méthode d'opposition, (voir M<sub>A</sub> 71).

**Manipulation.**

Puisque les électrodes A et B sont isolées du circuit principal et qu'elles ne sont pas parcourues à l'équilibre, par le courant de mesure, aucune f.c.e.m. n'intervient dans la détermination de la tension *U*<sub>AB</sub>.

Avec *R*<sub>1</sub> + *R*<sub>2</sub> = constante, on obtient :

1<sup>re</sup> mesure. *XI* = *R*<sub>1</sub> · *I*<sub>0</sub>.

2<sup>e</sup> mesure. *RI* = *R*'<sub>1</sub> · *I*<sub>0</sub>.

Et

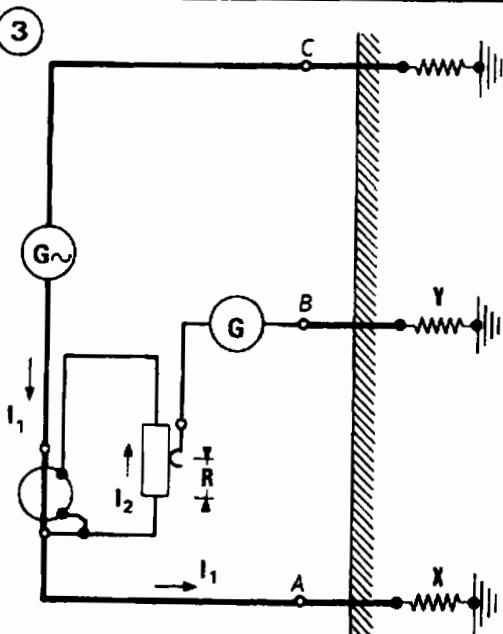
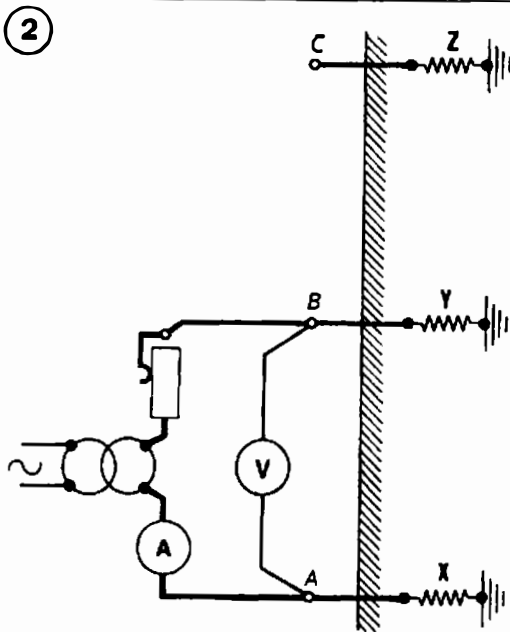
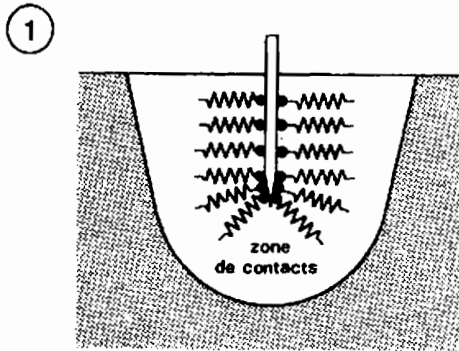
$$\boxed{X = R \cdot \frac{R_1}{R'_1}}$$

**Pont de Kohlrausch. (fig. 3).**

L'éprouvette contenant l'électrolyte est insérée dans une branche de pont de Wheatstone. Pour éviter les phénomènes de polarisation, ce dernier est alimenté en courant alternatif. On peut utiliser comme détecteur un oscilloscope.

**Conditions d'équilibre.**

$$X \cdot R_3 = R_2 \cdot R_4 \rightarrow \boxed{X = R_4 \frac{R_2}{R_3}}$$



### RÉSISTANCE D'UNE PRISE DE TERRE

Une prise de terre est constituée par une plaque ou un tube métallique enfoncé dans le sol et permettant un écoulement à la terre des tensions dangereuses.

Pratiquement la résistance de la terre est très faible, en effet on peut admettre qu'elle est constituée par une infinité de conducteurs en parallèle dont la section totale est celle de la terre. Ce que l'on appelle résistance d'une prise de terre est la résistance globale de toutes les résistances de contact (prise de terre - terre). Celles-ci ne sont jamais localisées de façon précise et il importe de considérer une zone de contact de volume variable fonction de la nature des sols (fig. 1).

*Remarque.* Pour éliminer les courants telluriques et les phénomènes d'électrolyse, les mesures de résistance des prises de terre se font généralement en courant alternatif.

### Méthode voltampèremétrique.

Soit une prise de terre A, dont on veut mesurer la résistance. On constitue deux prises de terre auxiliaires B et C situées hors de la zone de contact de la prise A.

**Schéma** (fig. 2).

Entre les prises A et B, on mesure :  $X + Y = R_1$ .

Entre les prises B et C, on mesure :  $Y + Z = R_2$ .

Entre les prises A et C, on mesure :  $X + Z = R_3$ .

$Y = R_2 - Z$ ,  $Z = R_3 - X$ , et :

$$X + R_2 - R_3 + X = R_1$$

$$X = \frac{R_1 - R_2 + R_3}{2}$$

### Mesureur de terre (fig. 3).

C'est un appareil spécialisé qui permet de lire directement la résistance d'une prise de terre.

Le générateur est une magnéto délivrant un courant alternatif à basse fréquence.

Les courants primaire  $I_1$  et secondaire  $I_2$  définis par le transformateur d'intensité sont égaux et en phase  $I_1 = I_2$ .

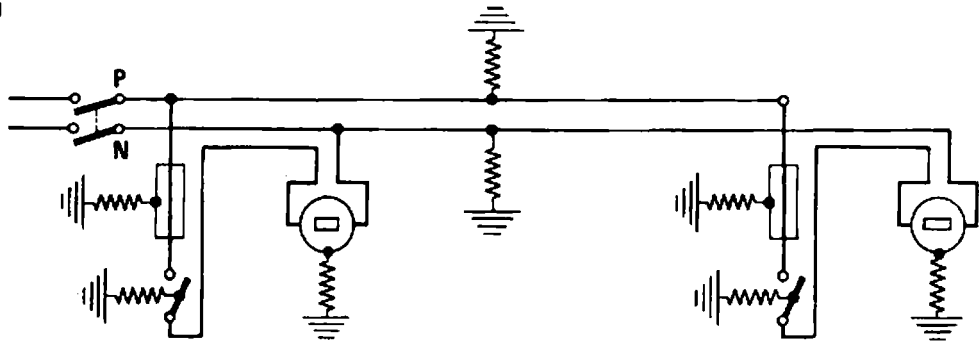
Lorsque le galvanomètre est à l'équilibre, le point B est au potentiel de la terre : la résistance Y n'intervient pas dans la mesure car elle est en série avec le détecteur.

On peut écrire :  $U_{A, terre} = U_X = U_R$

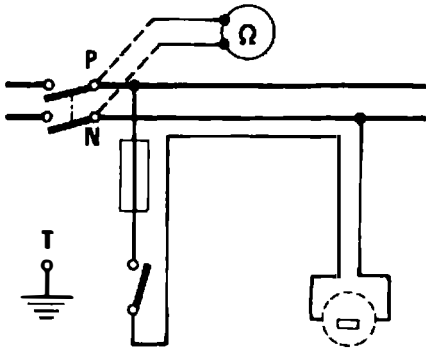
Et puisque,  $I_1 = I_2$ ,  $X = R$



1



2



RÉSISTANCE D'ISOLEMENT  
D'UNE INSTALLATION

Une installation électrique ne présente jamais un isolement infini. Le schéma fig. 1, visualise les différentes résistances d'isolement; celles-ci disposées en parallèle, peuvent être définies globalement par une résistance unique représentant l'isolement de l'installation.

Des raisons de sécurité de personnes, de conservation du matériel et des choses font que la résistance d'isolement d'une installation ne doit jamais descendre au-dessous d'une certaine limite.

$$R_{\text{isolement}} > 250 \text{ k}\Omega$$

Les mesures d'isolement sont réalisées généralement à l'ohmmètre à magnéto fournissant une tension d'au moins 500 V. On distingue la mesure d'isolement entre conducteurs et la mesure d'isolement entre conducteurs et terre.

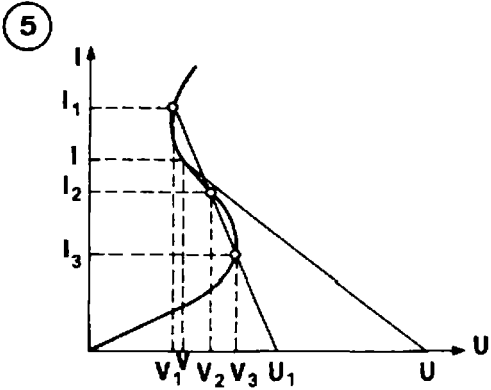
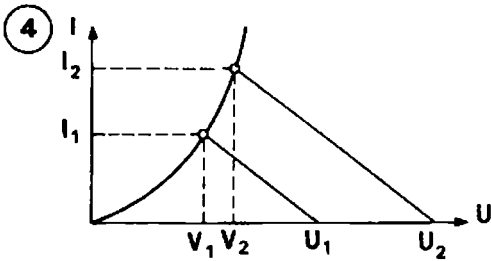
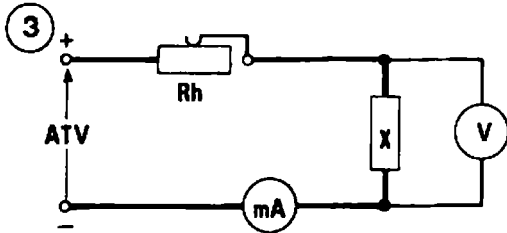
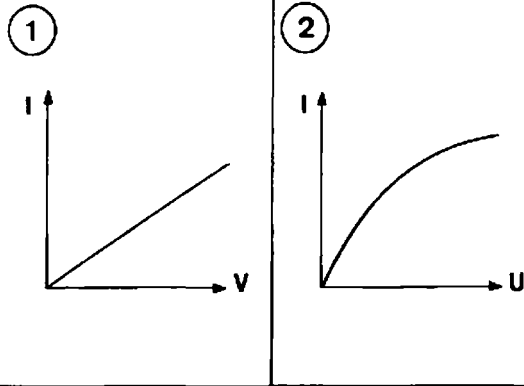
Mesure d'isolement entre conducteurs (fig. 2).

- L'interrupteur général est ouvert.
- Tous les coupe-circuits sont en place.
- Tous les récepteurs sont déconnectés.
- Tous les interrupteurs et commutateurs assurent la fermeture des circuits.
- L'ohmmètre à magnéto est connecté entre phase et neutre (points P et N). La résistance mesurée ne doit pas être inférieure à 250 kΩ.

Mesure d'isolement entre conducteurs et terre (fig. 2).

- L'interrupteur général k est ouvert.
- L'installation est en état de marche : les récepteurs sont branchés, les interrupteurs et commutateurs assurent la fermeture des circuits.
- L'ohmmètre à magnéto est connecté entre phase et terre (points P et T). La résistance d'isolement doit rester supérieure à 250 kΩ.

*Remarque.* Les appareils normalement mis à la terre doivent être pendant la mesure déconnectés de celle-ci. La vérification de leur propre isolement faisant l'objet d'une autre mesure.



## CARACTÉRISTIQUE COURANT TENSION

La caractéristique courant-tension d'un récepteur quelconque est la courbe  $I = f(V)$ .

*Exemple 1.* Caractéristique courant tension d'une résistance (fig. 1).

*Exemple 2.* Caractéristique courant tension d'une lampe à filament métallique (fig. 2).

## Principe de la mesure (fig. 3).

L'élément à étudier X, est soumis à une tension continue croissante, par exemple : 0-2-4-6 V etc. On relève simultanément le courant I dans le circuit et la tension V aux bornes de l'élément. Les différents couples des valeurs (I, V) permettent de tracer sa caractéristique courant tension.

## Analyse de la manipulation.

- Suivant la résistance de l'élément on pourra effectuer le montage amont ou aval.
- Le rhéostat  $R_h$  réalise la protection des appareils du circuit dans le cas d'une fausse manœuvre et permet un réglage aisé des grandeurs à mesurer. En négligeant la consommation du voltmètre, l'équation du schéma fig. 3 s'écrit :

$$U = R_h \cdot I + V \rightarrow I = \frac{U - V}{R_h}$$

Si l'on connaît les limites  $V_{Max}$ ,  $I_{Max}$ ,  $U_{Max}$  il est possible de prédéterminer  $R_h$ .

$$R_h \approx \frac{U_{Max} - V_{Max}}{I_{Max}}$$

Il est évident que pour diminuer la puissance globale dissipée,  $R_h$  peut être réduit mais la protection n'est plus absolue.

Dans le cas général, le choix du rhéostat est donc assez souple et les mesures donneront toujours des résultats cohérents. Le **diagramme** fig. 4 montre que toute variation de la tension d'alimentation U détermine les couples de points cherchés :  $U_1$  entraîne  $(I_1, V_1)$ ,  $U_2$  entraîne  $(I_2, V_2)$  etc.

Toutefois dans certains cas (étude de semi-conducteurs tels que thermistance, diode tunnel par exemple), la limite inférieure de  $R_h$  est imposée. Le **diagramme** fig. 5 montre que si  $R_h$  est faible, à toute valeur de U peut correspondre plusieurs points. I et V et la caractéristique est impossible à définir. Pour obtenir un seul couple de points (I, V),  $R_h$  doit être supérieur à la valeur de la résistance dynamique la plus élevée de la courbe.

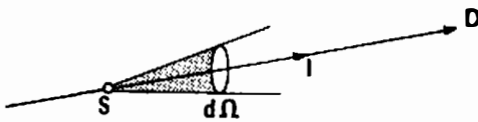
## Conclusions.

La détermination de la caractéristique courant tension d'un élément quelconque nécessite la connaissance de l'allure générale de la courbe  $I, f(V)$  : celle-ci permettra le choix d'un rhéostat  $R_h$  indispensable à la fois à la protection du circuit et à l'exactitude des relevés.

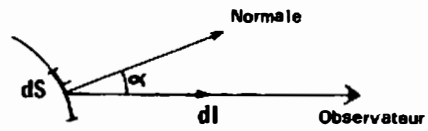


# PHOTOMÉTRIE

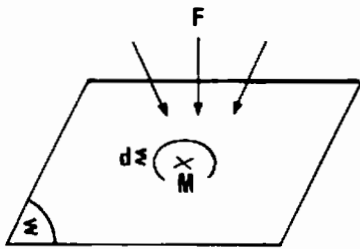
1



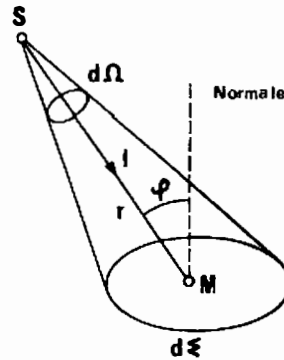
2



3



4



**Flux lumineux.**

Une source lumineuse émet un rayonnement visible dans l'espace qui l'entoure. La quantité de lumière émise par unité de temps est nommée flux lumineux F et s'exprime en lumen (*lm*).

**Intensité lumineuse (fig. 1).**

L'intensité lumineuse *I* dans une direction D est la valeur limite de la densité de flux lorsque l'angle solide élémentaire *dΩ* tend vers zéro. Elle s'exprime en Candela (*Cd*).

$$I = dF/d\Omega$$

Cd		lm		Stéradian
----	--	----	--	-----------

**Luminance (fig. 2).**

La luminance *L* exprimée en *nit* définit le rapport de l'intensité lumineuse perçue *dl* par la surface apparente *dS* de la source.

$$L = dl/dS \cdot \cos \alpha$$

nit		Cd		m <sup>2</sup>
-----	--	----	--	----------------

Pour une même intensité lumineuse, plus la surface apparente de la source est faible plus la luminance ou effet d'éblouissement est grand.

**Éclairement (fig. 3).**

L'éclairement *E* en un point M d'une surface représente la valeur limite de la

densité de flux reçu par l'élément de surface *dΣ* entourant M. Il s'exprime en *lux*.

$$E = dF/d\Sigma$$

lux		lm		m <sup>2</sup>
-----	--	----	--	----------------

**Relations fondamentales (fig. 4).**

Soit un élément de surface *dΣ* autour d'un point M éclairé par une source S et *dF* la portion de flux lumineux comprise dans l'angle solide élémentaire *dΩ*.

$$I = \frac{dF}{d\Omega} \text{ avec } d\Omega = \frac{d\Sigma \cos \varphi}{r^2} \text{ et } r = SM$$

donc :

$$I = \frac{Er^2}{\cos \varphi}$$

$$E = I \cos \varphi / r^2$$

lux		Cd		m <sup>2</sup>
-----	--	----	--	----------------

Si l'intensité lumineuse est normale à la surface *dΣ*,  $\varphi = 0$  et  $E = I/r^2$

**Mesures photométriques.**

Elles permettent la détermination des grandeurs suivantes :

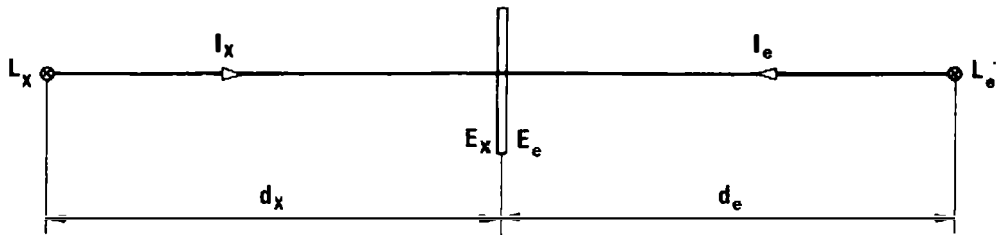
- Flux lumineux produit par une source.
- Intensité lumineuse.
- Éclairement d'un plan de travail.

# MESURES PHOTOMÉTRIQUES

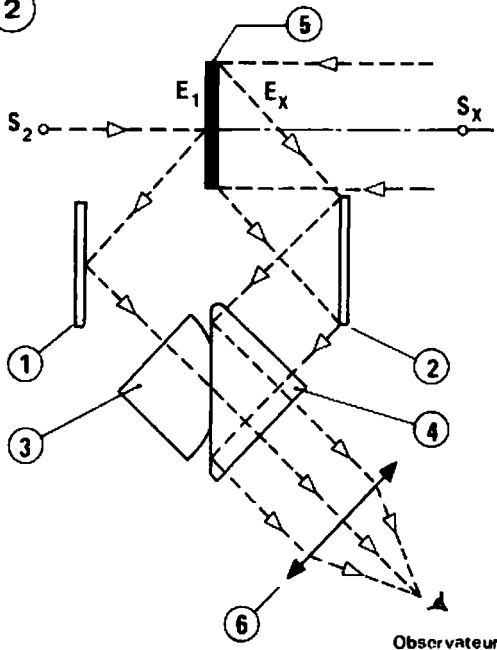
## MESURE D'UNE INTENSITÉ LUMINEUSE

M<sub>A</sub> 150

①



②



### Photomètre Lummer et Brodhun (fig. 2).

Il comprend un écran opaque à deux surfaces à grand pouvoir réfléchissant, deux miroirs plans (1) et (2) qui réfléchissent les rayons lumineux, et un miroir cube photométrique formé de deux prismes (3) et (4) à réflexion totale accolés par leurs hypothénuses. Celles-ci sphériques d'origine, sont rabotées avec diamètres différents. (5) Ecran opaque.

Sur le croquis (fig. 2) le parcours des rayons lumineux est explicité par des flèches. On observe dans la lunette (6) du photomètre :

- un cercle central éclairé par la lumière venant de la face gauche de l'écran.

- à la périphérie, un anneau éclairé par la lumière venant de la face droite de l'écran.

Quand on ne distingue plus la ligne de séparation du cercle central et de l'anneau, on a  $E_1 = E_2$ .

### Photomètre à tache d'huile Bunsen (fig. 1 M<sub>A</sub>151).

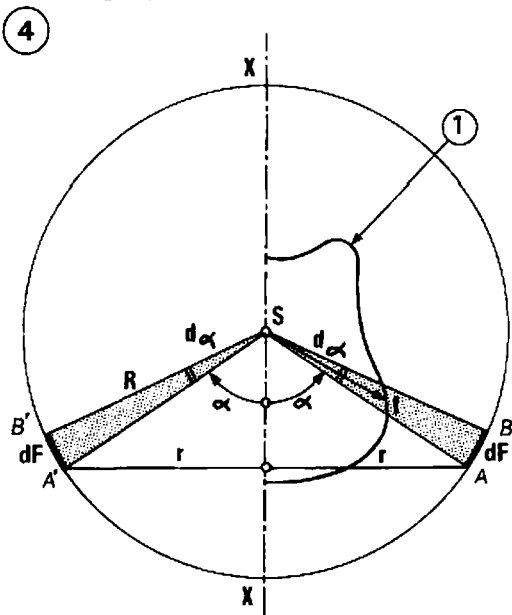
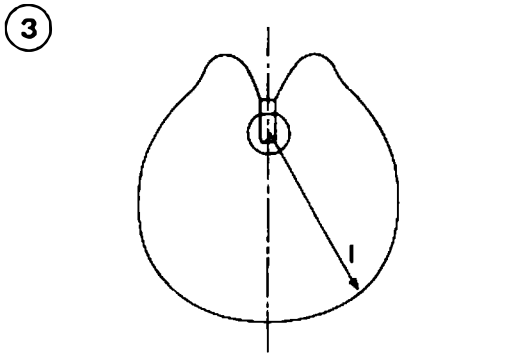
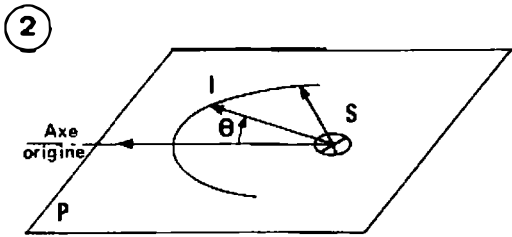
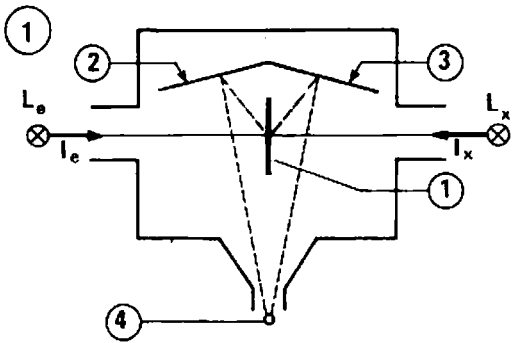
Les sources lumineuses  $L_e$  et  $L_x$  éclairent les deux faces d'une feuille de papier blanc (1) sur laquelle est disposée une tache d'huile. Deux miroirs (2) et (3) permettent à l'œil de voir simultanément les deux côtés de l'écran. En déplaçant  $L_x$  le long du banc, on trouve une position  $d_x$  pour laquelle le contraste entre la brillance papier et celle de la tache d'huile est la même des deux côtés de l'écran vus par l'observateur placé en (4). En pratique cette égalité de contrastes est difficilement réalisable et ce photomètre ne permet pas des mesures précises.

La mesure de l'intensité lumineuse se fait par comparaison : si l'œil n'est pas sensible à la valeur absolue d'une luminance, il est par contre capable d'apprécier une différence de luminances.

Le photomètre est un appareil de comparaison d'éclairéments qui permet de comparer deux sources lumineuses éclairant simultanément deux surfaces diffusantes identiques. Sur un banc photométrique (fig 1) sont disposés une lampe étalon  $L_e$  d'intensité lumineuse  $I_e$  connue, la lampe  $L_x$  d'intensité lumineuse  $I_x$  inconnue et un photomètre. Le déplacement du photomètre ou de  $L_x$  permet de réaliser l'égalité des deux éclairéments. Par suite :

$$E_e = E_x$$

$$\frac{I_e}{d_e^2} = \frac{I_x}{d_x^2} \text{ d'où } I_x = I_e \left( \frac{d_x}{d_e} \right)^2$$



**Courbes photométriques.**

Les sources ont une intensité lumineuse  $I$  variable avec la direction considérée. Dans un plan  $P$  donné passant par la source  $S$ , on peut, en se fixant un axe origine, tracer la courbe  $I = f(\theta)$  avec  $\theta$ , écart angulaire variant de 10 en 10 degrés par exemple. La courbe photométrique obtenue est une courbe polaire plane et par conséquent liée au plan  $P$  considéré (fig. 2).

Pour les sources ayant un axe de symétrie, les courbes photométriques sont les mêmes pour tous les plans passant par cet axe.

Exemple : Plan vertical pour une lampe à incandescence (fig. 3).

**Détermination du flux lumineux  $F$**   
(fig. 4).

Dans le cas de sources admettant un axe de révolution, la connaissance de la courbe photométrique (1) dans un plan passant par cet axe permet le calcul de  $F$ .

La source  $S$  étant supposée de petites dimensions, on peut tracer une sphère de centre  $S$  et de rayon  $R$  quelconque. Une couronne sphérique élémentaire ( $AB A'B'$ ) détermine un angle solide  $d\Omega$  à l'intérieur duquel l'intensité lumineuse  $I$  est constante par symétrie de révolution. L'aire de cette couronne a pour valeur :

$$ds = 2\pi r \cdot R \cdot d\alpha$$

puisque  $r = R \sin \alpha$ ,  $ds = 2\pi R^2 \sin \alpha d\alpha$

$$d\Omega = \frac{ds}{R^2} = 2\pi \sin \alpha d\alpha$$

Le flux lumineux  $dF$  émis par  $S$  et contenu dans  $d\Omega$  est égal à :

$$dF = I \cdot d\Omega = 2\pi I \sin \alpha \cdot d\alpha$$

Et le flux total  $F$  émis par  $S$  dans l'espace qui l'entoure devient alors :

$$F = \int_0^{2\pi} I \cdot d\Omega = \int_0^\pi 2\pi I \sin \alpha \cdot d\alpha$$

En considérant des intervalles finis  $\Delta\alpha$  suffisamment petits, on obtient un résultat approché mais suffisant dans la pratique.

Il vient :  $\Delta F = 2\pi I \sin \alpha \cdot \Delta\alpha$

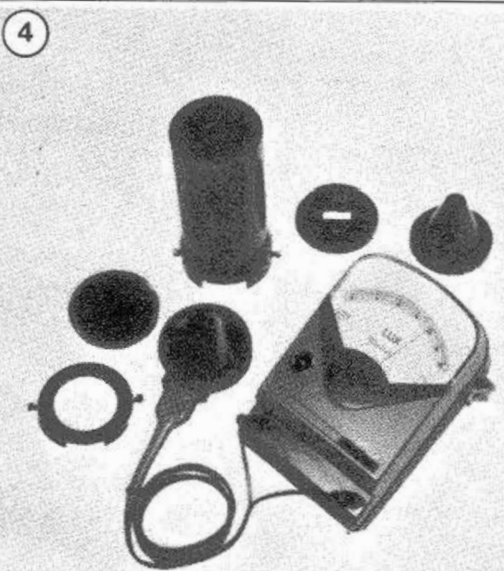
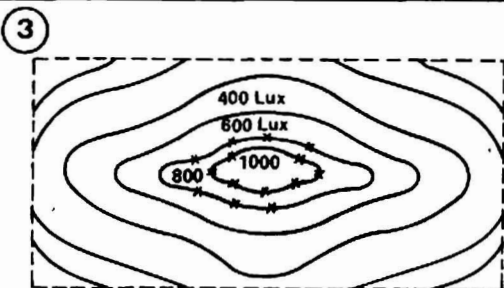
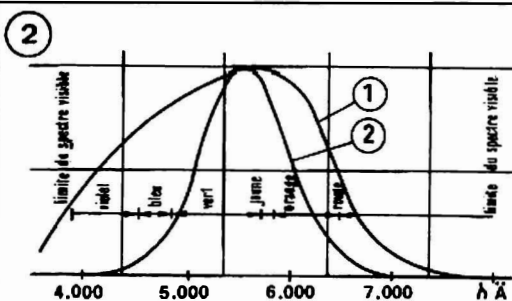
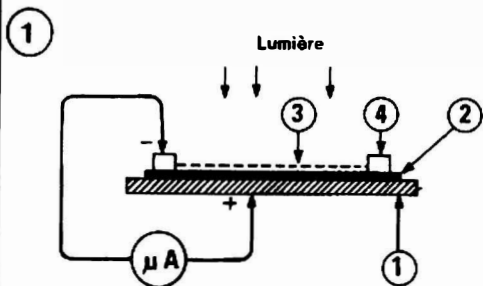
$$F = \sum \Delta F = \sum_0^\pi 2\pi I \sin \alpha \cdot \Delta\alpha$$

Remarque : L'angle solide

$$(\Delta\Omega = 2\pi \sin \alpha \cdot \Delta\alpha)$$

peut être calculé à l'avance si l'on se fixe  $\Delta\alpha = 5^\circ$  par exemple et :

$$F = \sum_0^{180^\circ} 2\pi I \sin \alpha \cdot \Delta\alpha$$



Luxmètre et accessoires (Chauvin-Arnoux)

La mesure des éclairagements utilise le luxmètre.

### Principe du luxmètre.

Une cellule photo-électrique dite cellule à couche d'arrêt se comporte comme une pile lorsque sa face sensible est éclairée. Cette cellule excite un micro-ampèremètre dont l'échelle est étalonnée en valeurs d'éclairement.

### Constitution (fig. 1).

La cellule à couche d'arrêt se compose d'une plaque d'acier (1) sur laquelle est déposée une couche très mince de sélénium (2) de 0,1 mm d'épaisseur. Des traitements appropriés ont amené ce sélénium à sa forme conductrice et photo-sensible.

A la surface de la couche de sélénium est déposée une mince pellicule métallique conductrice et transparente (3). Un cadre collecteur (4) en alliage fusible, assure le contact avec l'électrode sur la périphérie de la cellule.

Le branchement se fait par contact d'une part sur la face arrière de la plaque et d'autre part en un point quelconque du cadre collecteur. Le sens du courant photo-électrique dans la cellule est celui de la lumière incidente.

Pour des cellules éclairées uniformément et débitant sur une résistance très faible (quelques  $\Omega$ ), le courant délivré est proportionnel à la surface de la cellule et à l'éclairement jusqu'à 3 000 lx.

Leur sensibilité spectrale est voisine de celle de l'œil, malheureusement elles sont sensibles à la température et perdent leurs caractéristiques si elles ne sont pas maintenues sous des éclairagements modérés.

### Sensibilité spectrale (fig. 2).

- (1) Sensibilité de la cellule.
- (2) Sensibilité de l'œil.

### Courbes isolux (fig. 3).

L'éclairement d'un plan de travail est défini par les courbes dites « isolux ».

La cellule, placée en différents points du plan, permet de mesurer au luxmètre les éclairagements correspondants.

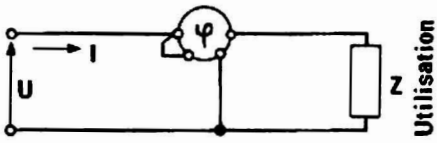
Si l'on joint tous les points de même éclairement on obtient alors des courbes définissant des zones où l'adaptation visuelle est optimale.





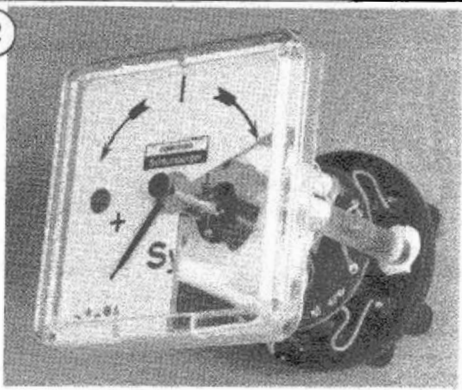
**APPLICATIONS DIVERSES  
MESURE DE DÉPHASAGES  
MESURE DE FRÉQUENCES  
MESURE DE TEMPS  
MESURE DE TEMPÉRATURES**

1



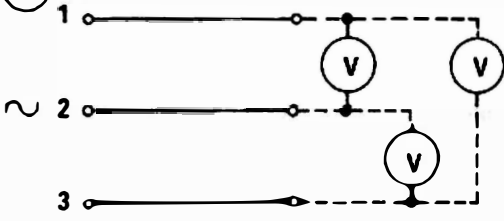
Utilisation

2

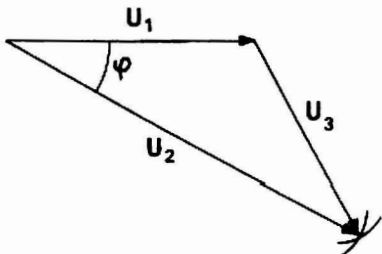


Schlumberger

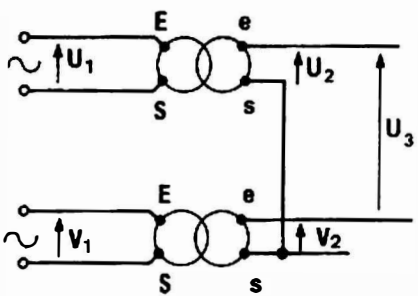
3



4



5



Le déphasage existant entre deux grandeurs sinusoïdales de même fréquence précise le décalage angulaire de l'une des grandeurs par rapport à l'autre. On convient d'appeler  $\varphi$  cet angle de déphasage, la convention trigonométrique permettant de préciser si ce dernier est positif ou négatif.

DÉPHASAGE D'UN COURANT PAR RAPPORT À UNE TENSION

**Phasemètre** (fig. 1).

Il permet par lecture directe la détermination de l'angle  $\varphi$ .

**Méthode du wattmètre.**

Elle utilise la relation  $P = UI \cos \varphi$ . La mesure de  $P$ ,  $U$ ,  $I$  permet le calcul de  $\cos \varphi$  et de  $\varphi$ .

DÉPHASAGE DE DEUX TENSIONS

**Synchronoscope** (fig. 2).

Le synchronoscope est utilisé pour le couplage des alternateurs ou des moteurs synchrones sur le réseau. Il mesure à la fois la différence des pulsations ( $\omega_1 - \omega$ ) et la différence de phase. Il comporte trois indications : « Ralentir - Coupler - Accélérer ».

Le couplage s'effectue lorsque l'aiguille est immobile sur la position coupler.

**Méthode du voltmètre.**

• Les deux tensions ont un point commun (fig. 3).

On mesure successivement les tensions  $U_1 = V_{12}$ ,  $U_2 = V_{23}$ ,  $U_3 = V_{13}$  et une construction graphique permet de déduire  $\varphi$ .

**Construction graphique** (fig. 4).

On porte à l'échelle choisie  $U_1$  et à partir des deux extrémités de  $U_1$ , les arcs de cercle de longueur  $U_2$  et  $U_3$  ; le point d'intersection obtenu permet le tracé de  $U_2$  et  $U_3$ .

**Calcul.**

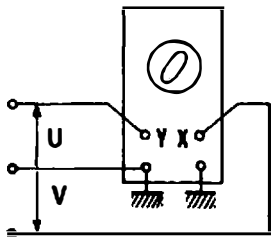
Le diagramme permet d'établir :

$$U_3^2 = U_1^2 + U_2^2 - 2 U_1 U_2 \cos \varphi$$

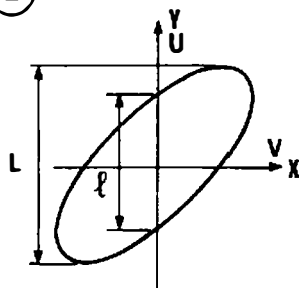
$$\cos \varphi = \frac{U_1^2 + U_2^2 - U_3^2}{2 U_1 U_2}$$

*Remarque.* La méthode ne permet pas de définir le signe du déphasage.

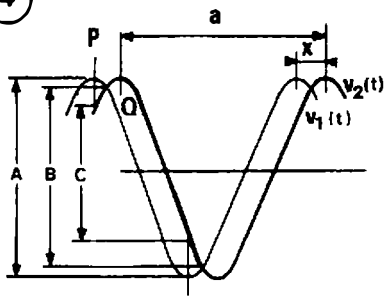
①



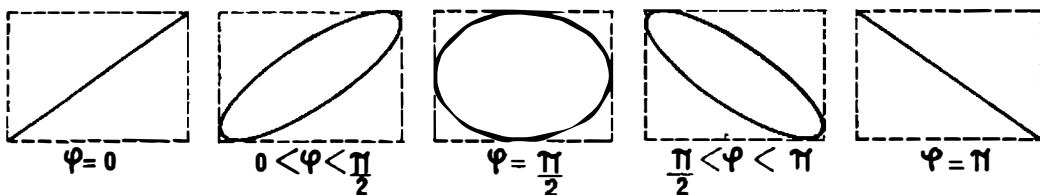
②



④



③



• Les deux tensions n'ont pas de point commun (fig. 5. M<sub>A</sub> 153).

On utilise alors deux transformateurs d'isolement de rapport 1. Les tensions d'entrées et de sorties aux bornes des transformateurs doivent rester en phase, ce qui impose un repérage préalable des bornes. La construction graphique est identique au cas précédent.

**Méthode de l'oscilloscope.**

• Les tensions ont un point commun.

**Principe** (fig. 1).

L'oscilloscope est en position *Lissajous*.

L'entrée X (déviation horizontale) est attaquée par la tension V dont la valeur instantanée est  $v = V_M \sin \omega t$ .

L'entrée Y (déviation verticale) est attaquée par la tension U dont la valeur instantanée est  $u = U_M \sin (\omega t + \varphi)$ .

Pour un réglage convenable des gains, une ellipse apparaît sur l'écran.

Si  $v = 0$ ,  $\sin \omega t = 0$ ,  $u = U_M \sin \varphi$

et

$$\sin \varphi = \frac{u}{U_M}$$

$v = 0$ , lorsque le spot se trouve sur l'axe des Y. On peut donc définir u et  $U_M$ .

**Détermination graphique** (fig. 2).

$$\sin \varphi = \frac{l}{L} = \frac{2u}{2U_M} = \frac{u}{U_M}$$

Il est nécessaire qu'avant la mesure, le spot soit réglé au centre de l'écran.

Si les sommets de l'ellipse sont situés

dans les quadrants 1 et 3 le déphasage est compris entre 0 et  $\pi/2$ .

Si les sommets de l'ellipse sont situés dans les quadrants 2 et 4 le déphasage est compris entre  $\pi/2$  et  $\pi$ .

**Cas particuliers.** (fig. 3).

— L'ellipse est réduite en un trait incliné :  $\varphi = 0$  ou  $\pi$ .

— L'ellipse a ses axes confondus avec ceux de l'écran,  $\varphi = \pi/2$ . Si les amplitudes des traces sont égales, la figure est alors un cercle.

**Oscilloscope à deux voies** (fig. 4).

Un oscilloscope cathodique à deux voies  $Y_1$  et  $Y_2$  ou équipé d'un commutateur électronique permet de comparer deux tensions par l'affichage simultané et la superposition de leurs courbes représentatives  $v_1(t)$  et  $v_2(t)$ .

Les deux tensions déphasées de  $\varphi$  sont appliquées aux bornes d'entrée  $Y_1$  et  $Y_2$ . Leurs traces étant centrées, leurs amplitudes sont réglées égales.

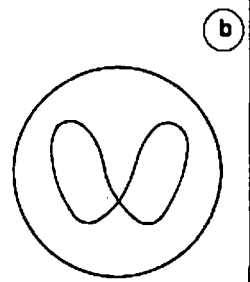
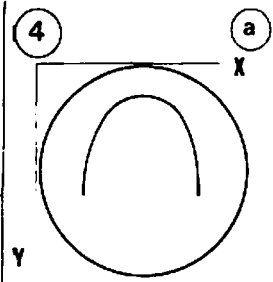
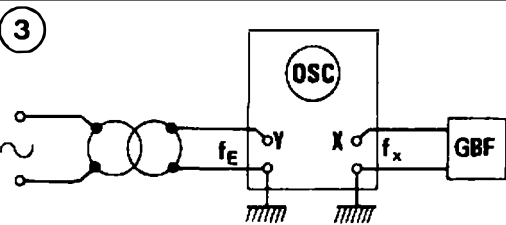
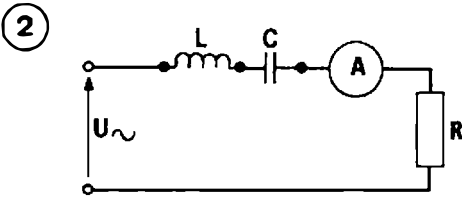
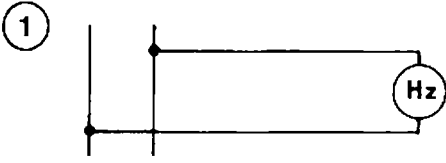
Le déphasage  $\varphi$  est donné par la relation :

$$\varphi = 360 \frac{X}{a}$$

ou peut être obtenu par les relations :

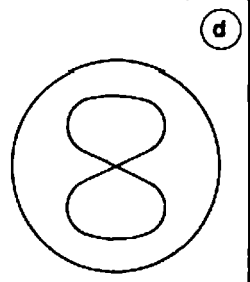
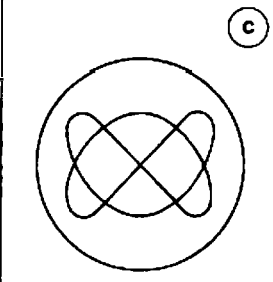
$$\cos \varphi = \frac{B}{A} \text{ ou } \operatorname{tg} \frac{\varphi}{2} = \sqrt{\left(\frac{A}{B}\right)^2 - 1}$$

• Les tensions n'ont pas de point commun. Comme pour la méthode du volt-mètre on utilise alors deux transformateurs d'isolement de rapport 1.



$F_E = 50\text{ Hz}$      $F_x = 25\text{ Hz}$

$F_E = 50\text{ Hz}$      $F_x = 25\text{ Hz}$



$F_E = 50\text{ Hz}$      $F_x = 33\text{ Hz}$

$F_E = 50\text{ Hz}$      $F_x = 100\text{ Hz}$

**Relations usuelles.**

$f = 1/T$
Hz   s

$\omega = 2\pi f$
r/s   rd   Hz

f. Fréquence; T. Période;  $\omega$ . Pulsation

**Méthode de déviation directe** (fig. 1).

Une fréquence se mesure couramment à l'aide d'un fréquencemètre. On distingue les fréquencemètres à lames vibrantes, à déviation, à affichage numérique.

**Méthode de résonance** (fig. 2).

On utilise une self fixe L et une capacité variable C. Le réglage de la capacité permet d'obtenir à la résonance une déviation maximale à l'ampèremètre.

$$I = \frac{U}{R} \text{ avec } L\omega = \frac{1}{C\omega}$$

$$\omega^2 = \frac{1}{LC} \rightarrow f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$$

**Méthodes de pont.** Voir (M<sub>A</sub>101-102).

**Courbes de Lissajous.**

C'est une méthode de comparaison qui utilise l'oscilloscope (voir M<sub>A</sub> 52).

**Schéma** (fig. 3).

La fréquence étalon  $f_E$  est délivrée par le réseau,  $f_x$  est la fréquence à mesurer.

**Principe.**

• Si  $f_x = 2 f_E$ , la vitesse d'évolution de la fréquence  $f_x$  est 2 fois plus rapide que  $f_E$  : il y aura deux points de tangence avec l'axe des Y et un seul point de tangence avec l'axe des X. La courbe obtenue est représentée fig. 4d.

Ce qui précède montre que les points de tangences sont dans le rapport des fréquences.

À  $f_x$ , correspond y points de tangence avec l'axe des Y.

À  $f_E$ , correspond x points de tangence avec l'axe des X.

$$\frac{f_x}{f_E} = \frac{y}{x}$$

$f_x = f_E \frac{y}{x}$
-------------------------

**Manipulation.**

Les plaques de déviations horizontales sont isolées de la base de temps et reliées à l'entrée X (position *Lissajous*).

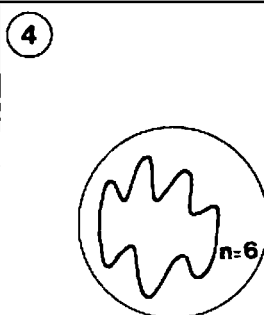
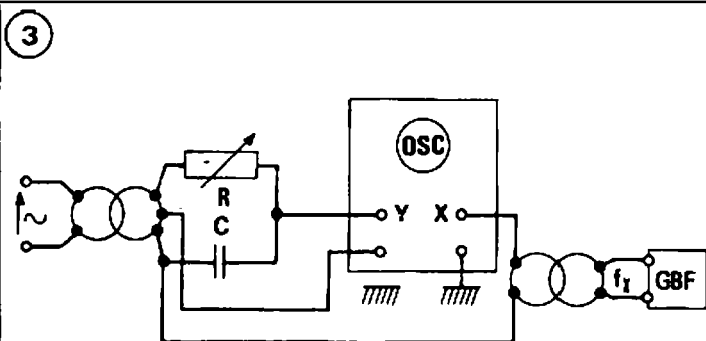
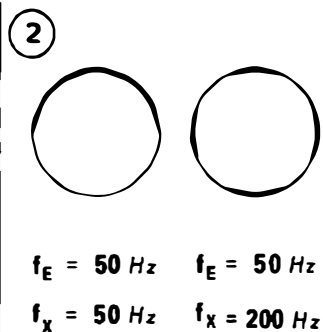
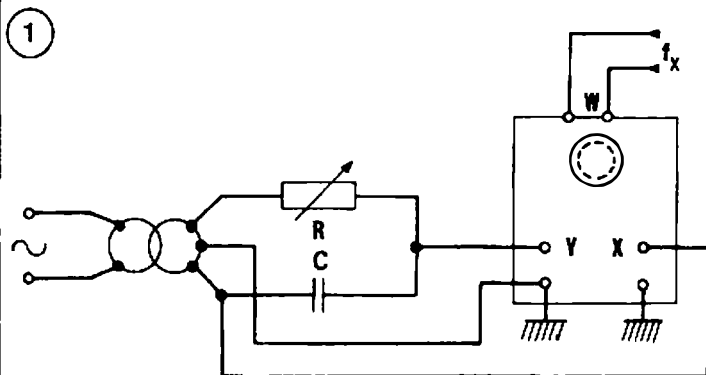
Soit deux signaux :  $f_x$  raccordé à l'entrée X,  $f_E$  raccordé à l'entrée Y. Chaque fois que la courbe visualisée sera fermée, on pourra affirmer que les fréquences sont dans un rapport commensurable.

**Exemples :** Avec  $f_E = 50\text{ Hz}$  on obtient. Fig. 4a, 4b.

$$\left\{ \begin{array}{l} y = 1 \\ x = 2 \end{array} \right\} f_x = 25\text{ Hz}$$

Fig. 4c.

$$\left\{ \begin{array}{l} y = 2 \\ x = 3 \end{array} \right\} f_x = 33\text{ Hz}$$



**Méthode des cercles pointés.**

Schéma (fig. 1).

**Principe.**

La méthode utilise une polarisation complémentaire du *Whenelt*. Si celle-ci est définie par un signal sinusoïdal, l'émission électronique commandée par le *Whenelt* va être pulsée au rythme de la fréquence du signal. Le spot disparaît lors de l'alternance négative, apparaît lors de l'alternance positive.

Pour visualiser le phénomène, il suffit de former sur l'écran un cercle de base, de fréquence fixe et connue  $f_E$  sur lequel les pulsations dues au *Whenelt* découperont des secteurs obscurs et lumineux. Puisque le spot du cercle de base tourne à la vitesse de la fréquence  $f_E$ , la fréquence inconnue  $f_X$  découpera un nombre de secteurs obscurs ou lumineux multiple de  $f_E$ .

Si  $f_E$  est la fréquence connue (réseau par exemple) du cercle de base et  $n$  le nombre de secteurs éteints :

$$f_X = n \cdot f_E$$

Exemples : (fig. 2).

**Remarque :**

Le cercle de base est obtenu par un circuit R.C qui met en quadrature les tensions  $U_X$  et  $U_Y$ , avec  $RC\omega = 1$ . avec  $f_E = 50 \text{ Hz}$ , si  $C = 1 \mu\text{F}$ .  
 $R \approx 3\,200 \Omega$

**Méthode du tambour tournant.**

Schéma (fig. 3).

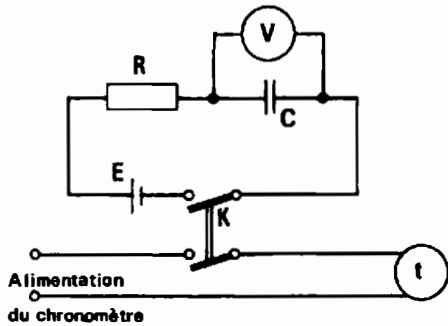
**Principe.**

Cette méthode est une variante de la méthode du cercle pointé. La tension dont on veut mesurer la fréquence, détermine sur le cercle de base des cannelures (fig. 4).

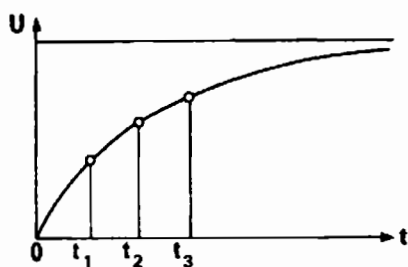
Si  $n$  est le nombre de cannelures comptées sur le cercle de base, et  $f_E$  la fréquence de référence de ce dernier :

$$f_X = n \cdot f_E$$

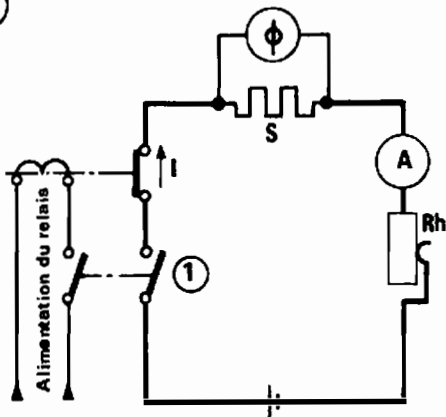
1



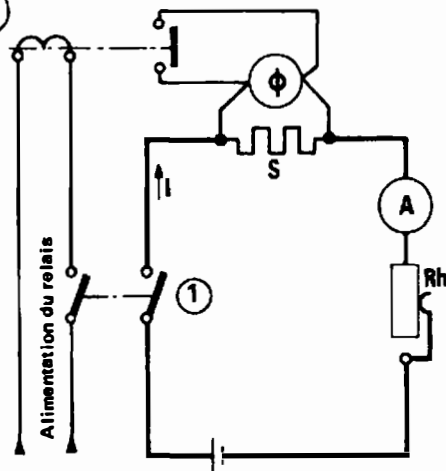
2



3



4



Les procédés de mesure sont fonction de l'intervalle de temps mis en jeu et de la précision demandée.

**Chronomètre.**

Il ne permet d'atteindre une précision acceptable que pour des temps relativement longs (plusieurs dizaines de secondes) : la précision dépend essentiellement de l'habileté de l'opérateur.

**Chronoscopes.**

Ces appareils assurent la liaison de mesures de temps précises (1/100 de seconde) avec le déroulement d'un phénomène physique.

Le mouvement de base étant fourni par un mécanisme d'horlogerie classique, un embrayage électromagnétique commandé par la fermeture d'un contact, en asservit des aiguilles ou des chiffres sauteurs et le temps est alors enregistré.

Combinés avec des relais (chrono-relais) ils permettent d'ouvrir ou de fermer des circuits dont on peut contrôler ainsi l'établissement ou l'interruption pendant un temps défini avec la précision de l'appareil.

Exemple (fig. 1 et 2).

Tracer la courbe de charge d'un condensateur à travers une grande résistance :  $U = f(t)$ .

Un voltmètre électrostatique mesure la tension  $u$  aux bornes du condensateur  $C$  pour différents temps  $t_1, t_2, t_3$ , etc.

L'interrupteur  $K$  permet de stopper l'évolution du phénomène.

**Fluxmètre.** (Voir M<sub>A</sub> 36).

Le fluxmètre utilisé en coulombmètre permet la mesure de temps très courts.

**Temps d'ouverture d'un relais** (fig. 3).

Les circuits du fluxmètre et de la bobine du relais sont alimentés simultanément par l'interrupteur (1) qui peut être remplacé par un relais intermédiaire. Au bout du temps  $t$ , le contact du relais ouvre le circuit du fluxmètre : l'écart  $(\theta_2 - \theta_1)$  des déviations finale et initiale et la lecture de  $I$  à l'ampèremètre permettent de calculer  $t$ .

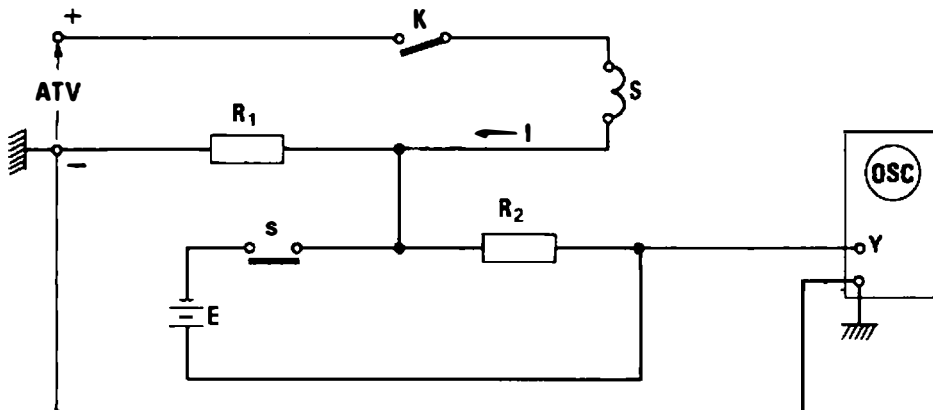
$$Q = I \cdot t = \frac{K}{S} (\theta_2 - \theta_1)$$

Si l'intensité  $I$  dans le circuit reste constante il vient :

$$t = \frac{K}{SI} (\theta_2 - \theta_1)$$

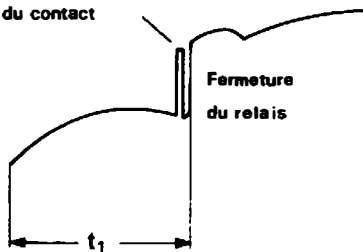
$K$  étant la constante du fluxmètre.

1



2

Rebondissements  
 du contact



L'allure du phénomène est représentée (fig. 2).  $t_1$  représente le temps de fermeture du contact  $s$ .

Si la vitesse de balayage est connue, il est possible de calculer le temps  $t_1$ .

Dans notre exemple la vitesse de balayage est de  $3\text{ms/d}$ . et  $t_1$  a une longueur de  $5,5 d$  donc :

$$t_1 = 3 \cdot 5,5 = 16,5 \text{ ms.}$$

**Temps de fermeture d'un relais (fig. 4, M<sub>A</sub> 157).**

La déviation  $\theta_2$  est arrêtée lorsque le fluxmètre est court-circuité. La mesure est plus délicate, en effet si la résistance du court circuit n'est pas pratiquement nulle, une légère dérive peut subsister.

**Oscilloscope.**

L'oscilloscope permet la mesure de temps très courts : en particulier il permet de mesurer le temps d'évolution de phénomènes transitoires.

**Temps de fermeture d'un relais (fig. 1).**

**Principe.**

Lorsque l'on ferme l'interrupteur K, la bobine S est soumise à un courant croissant  $i(t)$  de forme exponentielle : l'image de ce courant est recueillie aux bornes de  $R_1$  et  $u(t) = R_1 \cdot i(t)$ .

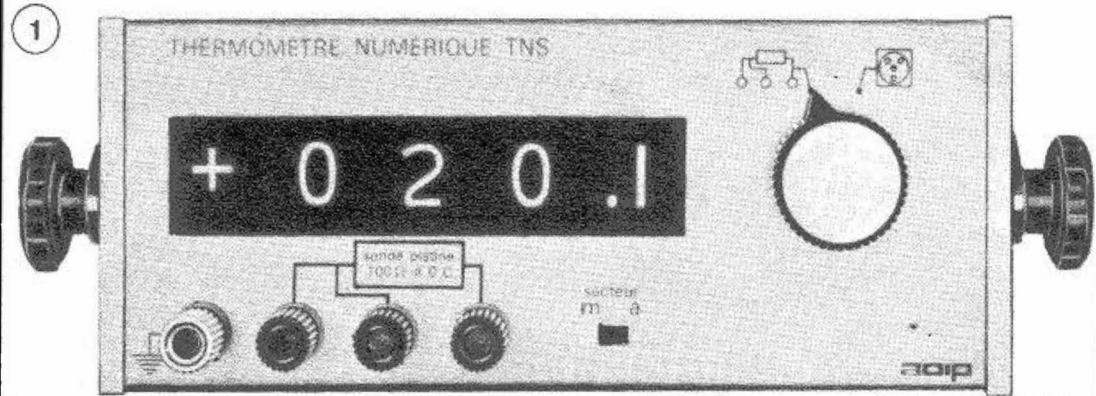
$i(t)$  ayant atteint la valeur de fermeture du relais le contact  $s$  se ferme et permet la superposition de la tension  $E$  à la tension initiale  $u(t)$ .

**Manipulation.**

L'oscilloscope est placé en position « déclenchement interne », ce qui signifie qu'après réglage du niveau de déclenchement, c'est le signal à examiner qui commande l'apparition du balayage.

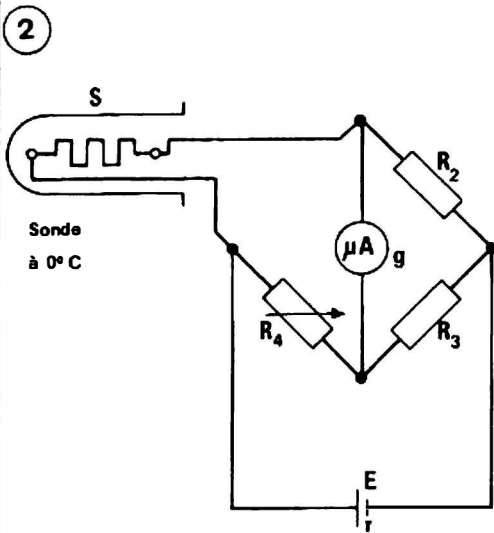
Toute fermeture de l'interrupteur K visualise alors sur l'écran le phénomène : on peut ajuster la vitesse de balayage pour obtenir une courbe exploitable.





Thermomètre numérique document AOIP

(A.O.I.P.)



à élargir leur domaine d'application. Les méthodes de mesures pyrométriques utilisant les sondes thermométriques sont du type pont de Wheatstone.

**Pyromètre pont de Wheatstone à déviation** (fig. 1 et 2).

La sonde plongée dans le milieu à température  $\theta^\circ\text{C}$  variable est connectée dans un bras d'un pont de Wheatstone. Le pont est alimenté par une source de tension continue de f.e.m.  $E$  et de résistance interne  $r$  supposée négligeable. Le détecteur peut être un micro-ampèremètre à cadre mobile de caractéristiques données (résistance  $g$ , calibre  $i_M$  pour  $\alpha_M$  divisions).

La résistance de la sonde  $S$  est supposée varier linéairement dans le domaine de mesure défini par les limites  $\theta_b^\circ\text{C}$  (température basse) et  $\theta_M^\circ\text{C}$  (température maximum).

$$S_x (\text{à } \theta_x^\circ\text{C}) = S_0 (1 + a\theta)$$

$S_0$  et  $a$  sont respectivement la résistance à  $0^\circ\text{C}$  et le coefficient de température de la sonde.

**Étalonnage du pont.**

Le pont est équilibré pour  $\theta_b$  ( $\alpha = 0$ ) par réglage de  $R_4$ ;  $R_2$  et  $R_3$  étant fixes.

$$S_b \cdot R_3 = R_2 R_4$$

Lorsque la température devient  $\theta_M$ , les valeurs des résistances  $R_2$ ,  $R_3$ ,  $R_4$  et de la tension d'alimentation  $E$  demeurant inchangées, le courant décelé par le micro-ampèremètre prend la valeur :

$$i_g = E \frac{(S_M - S_b) R_3}{S_M R_2 (R_3 + R_4) + R_3 R_4 (S_M + R_2) + g (S_M + R_2) (R_3 + R_4)} = K \alpha \quad (1)$$

Le réglage de la tension  $E$  permet d'ajuster la valeur de  $i_g$  égale à  $i_M$  correspondant à  $\alpha_M$  divisions.

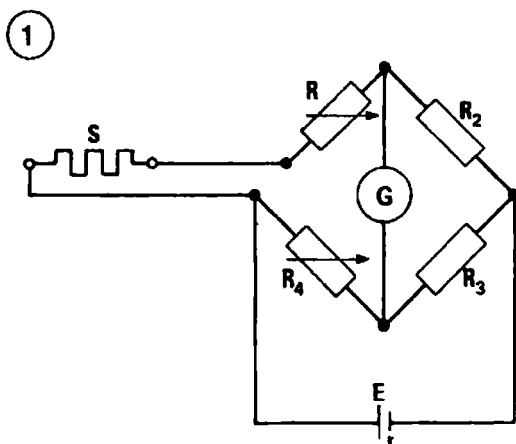
**MESURE ÉLECTRIQUE  
 DES TEMPÉRATURES**

Les méthodes développées dans ce chapitre utilisent des détecteurs placés en contact direct avec le milieu dont on veut mesurer la température. Les deux types principaux de détecteurs sont les résistances thermométriques et les couples thermo-électriques.

**Résistances thermométriques.**

La mesure de la résistance d'un conducteur permet de connaître la température du milieu dans lequel il est plongé.

Autrefois les sondes thermométriques étaient réalisées en cuivre et en nickel. Aujourd'hui le développement des résistances en platine de type industriel tend



### Étalonnage de l'échelle du détecteur.

Les points limites étant réglés, l'échelle graduée en degrés est déterminée par comparaison avec le thermomètre étalon.

La variation  $(S_M - S_b)$  de  $S$  étant suffisamment faible, le dénominateur  $D$  de la relation (1) reste sensiblement constant et la déviation  $\alpha$  est proportionnelle aux écarts de température : l'échelle est alors linéaire.

*Remarque 1.* On peut être amené à utiliser un réducteur pour obtenir la tension  $E$ , déterminée par la relation (1).

*Remarque 2.* La mise en œuvre d'un tel dispositif, est relativement aisée, mais la précision obtenue n'est jamais excellente, en effet :

- La déviation n'est pas rigoureusement proportionnelle à l'écart de température.
- Toute variation de  $E$  entraîne une erreur de lecture  $\Delta\alpha$ .
- Le relevé de points de mesures intermédiaires est toujours entaché d'une incertitude causée par l'inertie thermique de la sonde.

### Pyromètre pont de Wheatstone de zéro.

Schéma (fig. 1).

#### Principe.

La sonde  $S$  est disposée en série avec une résistance  $R$  réglable afin que la somme  $S + R = R_1$  soit constante. Le pont fonctionnant au voisinage de l'équilibre on utilise comme détecteur de zéro, un galvanomètre  $G$ .

Toute variation de  $\theta$  entraîne un déséquilibre du pont puisque  $S$  varie. Pour obtenir un nouvel équilibre il faut

ajuster  $R$ . Si cette résistance a été préalablement étalonnée en température, à chaque équilibre du pont correspond une valeur de  $R$  donc une température.

#### Détermination des éléments.

La résistance de la sonde variant des valeurs  $S_b$  à  $S_M$  lorsque la température passe de  $\theta_b$  à  $\theta_M$ , il est possible de choisir pour  $R_1$  la valeur maximale  $S_M$  de la sonde. Dans ce cas, pour la température  $\theta_M$ ,  $S = S_M$ ,  $R = 0$  le pont est équilibré par  $R_1$ ,  $R_2$  et  $R_3$ .

$$S_M R_3 = R_2 R_1$$

Lorsque  $\theta$  diminue de  $\theta_M$  à  $\theta_b$ , la résistance  $R$  passe de 0 à la valeur  $(S_M - S_b)$ , et quelle que soit  $\theta$  la relation d'équilibre est toujours vérifiée :

$$(S + R) R_3 = R_2 R_1$$

#### Loi de variation $R = f(\theta)$ :

Pour une température intermédiaire quelconque  $\theta_x$ , la valeur de  $S_x$  est :

$$S_x = S_b (1 + a\theta_x) = \frac{S_M}{1 + a\theta_M} (1 + a\theta_x)$$

$$R + S_x = S_M.$$

d'où :

$$R = S_M - \frac{S_M}{1 + a\theta_M} (1 + a\theta_x)$$

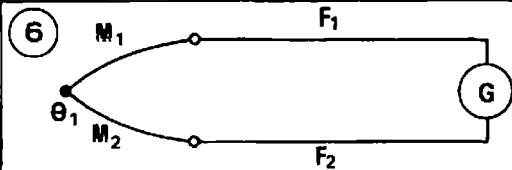
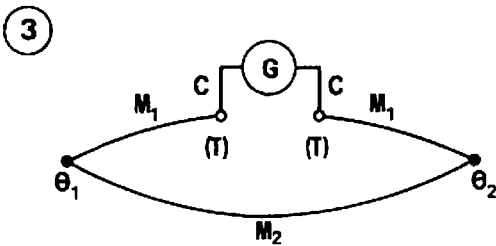
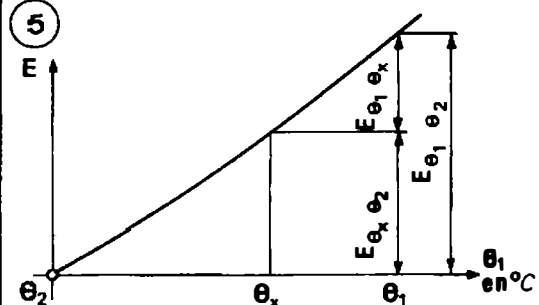
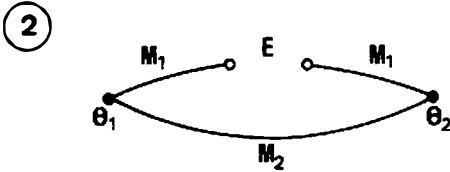
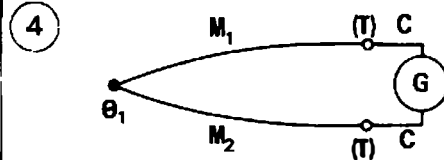
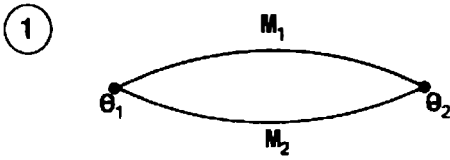
$$R = \frac{aS_M}{1 + a\theta_M} (\theta_M - \theta_x)$$

Ainsi  $R$  est proportionnelle à l'écart  $(\theta_M - \theta_x)$  et varie de 0 pour  $\theta_M$  à  $(S_M - S_b)$  pour  $\theta_b$ .

*Remarque 1 :* La mise en œuvre de la méthode de zéro est plus délicate et plus longue que la méthode de déviation, mais elle permet d'atteindre une précision supérieure. En particulier, les variations de la tension  $E$  n'affectent pas l'équilibre du pont.

*Remarque 2 :* Il n'a pas été tenu compte des résistances de contacts et de connexions de la sonde au pont. En pratique la sonde est placée à une certaine distance du pont de mesure et la résistance de la ligne peut affecter la mesure, aussi les constructeurs réalisent-ils des appareils à montages compensés.

*Remarque 3 :* L'étalonnage des pyromètres comme des couples thermo-électriques, se fait soit par la méthode à points fixes (température de fusion, de solidification, etc.), soit par la méthode de comparaison avec une sonde étalon et utilise un four dont la température peut être stabilisée à différentes valeurs.



**Définition.**

Un thermocouple est un circuit formé de deux fils métalliques M<sub>1</sub> et M<sub>2</sub> homogènes de natures différentes et réunis à leurs extrémités par deux « soudures », le mot soudure désignant de façon générale, un bon contact électrique.

**Caractéristiques d'un thermocouple.**

L'expérience montre que si les températures θ<sub>1</sub> et θ<sub>2</sub> des soudures sont différentes le circuit est parcouru par un courant électrique i (fig. 1). La caractéristique d'un thermocouple est sa force électromotrice E et non l'intensité du courant i qui dépend de la résistance du circuit.

Cette f.e.m. que l'on met en évidence en ouvrant le circuit en un point quelconque (fig. 2) ne dépend que de la nature des conducteurs M<sub>1</sub> et M<sub>2</sub> et de la différence de températures (θ<sub>1</sub> - θ<sub>2</sub>) entre les soudures. Le fait d'intercaler un appareil de mesure G en un point du circuit ne modifie pas la f.e.m. si les connexions C avec le métal M<sub>1</sub> sont à la même température (fig. 3 et 4).

Dans le cas de la fig. 3, la température T n'a pas besoin d'être connue, alors que dans le cas de la fig. 4, il est nécessaire de connaître sa valeur, puisque les deux contacts de C avec M<sub>1</sub> et M<sub>2</sub> constituent l'une des deux soudures du couple.

**Soudure chaude et soudure froide.**

On désigne par soudure chaude, le contact porté à la température θ<sub>1</sub> à mesurer et par soudure froide celui porté à la température de référence θ<sub>2</sub>.

θ<sub>2</sub> est généralement choisie à 0° (glace fondante) et la f.e.m E est fonction de θ<sub>1</sub>.

**Loi des températures successives.**

Cette loi établit une correspondance entre les courbes d'étalonnage E = f(θ<sub>1</sub> - θ<sub>2</sub>) relatives à des températures de référence θ<sub>2</sub> différentes.

Si E<sub>θ<sub>1</sub>θ<sub>2</sub></sub> et E<sub>θ<sub>1</sub>θ<sub>x</sub></sub> sont respectivement les f.e.m. du thermocouple lorsque la source chaude est à θ<sub>1</sub> degrés et la source froide successivement à θ<sub>2</sub> et θ<sub>x</sub> degrés, la loi s'écrit :

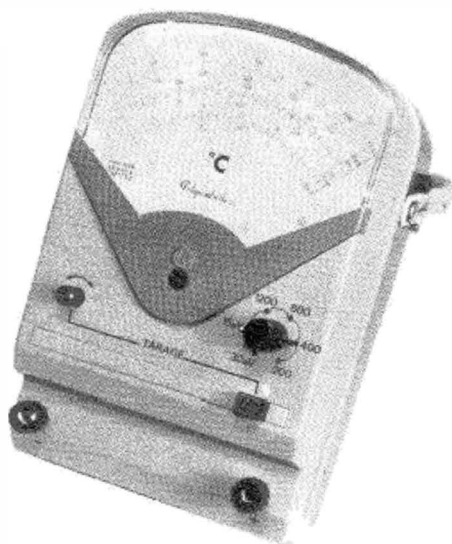
$$E_{\theta_1\theta_2} - E_{\theta_1\theta_x} = E_{\theta_x\theta_2} \quad (1)$$

E<sub>θ<sub>x</sub>θ<sub>2</sub></sub> étant la f.e.m. développée par le thermocouple, si θ<sub>x</sub> et θ<sub>2</sub> sont respectivement les températures de la source chaude et de la source froide. La fig. 5 donne l'allure d'une caractéristique et traduit la relation (1).

**Câble de compensation (fig. 6).**

Il arrive fréquemment que la soudure froide supposée être confondue avec les bornes de l'appareil de mesure, soit assez éloignée de la soudure chaude. Il serait onéreux de prolonger les conducteurs du couple sur une longueur importante, car ceux-ci sont l'objet d'une sélection particulièrement sévère. Sur la plus grande partie du trajet, des fils moins coûteux F<sub>1</sub> et F<sub>2</sub> appelés câbles de compensation remplacent les fils du couple. La longueur des fils du couple est déterminée par l'abaissement de la température à une valeur très faible.

①



Pyromètre (Chauvin-Arnoux)

②



Potentiomètre (Chauvin-Arnoux)

APPLICATIONS

**Mesure de la f.e.m. des thermocouples.**

**Mesure au millivoltmètre.**

Cette méthode de déviation ne permet pas une grande précision. L'appareil donne toujours une valeur inférieure à la valeur vraie de E puisque le couple débite un courant i.

**Mesure au potentiomètre.**

Cette méthode de zéro d'une grande précision permet bien la mesure de la f.e.m. E car le thermocouple ne débite aucun courant.

**Étalonnage des thermocouples.**

**Méthode des points fixes.**

Les points de fusion, de solidification ou d'ébullition de certaines substances servent de repères thermométriques bien définis. Cette méthode est longue et délicate.

**Méthode de comparaison.**

Plus rapide et de mise en œuvre plus aisée, elle consiste à placer côte à côte la, ou les soudures chaudes des couples à étalonner avec celle du couple étalon, dans un four qui peut être stabilisé à différentes températures.

Les mesures des f.e.m. sont faites au potentiomètre, et les températures déduites de la table d'étalonnage du couple étalon.

Remarque : Si la source froide des thermocouples à étalonner est constituée par les bornes de l'appareil de mesure à la température ambiante  $\theta_a$ , alors que

les tables de correspondance f.e.m. — température de l'étalon sont déterminées pour la source froide à 0°C il y a lieu de faire une correction.

Cette correction se déduit de la loi des températures successives :

$$E_{\theta_1-0} = E_{\theta_1-\theta_a} + E_{\theta_a-0}$$

connaissant  $\theta_a$  avec précision, on lit sur la table  $E_{\theta_a-0}$ , la mesure donne  $E_{\theta_1\theta_a}$ , on déduit  $E_{\theta_1-0}$  puis  $\theta_1$  (soudure chaude).

Les potentiomètres industriels sont munis d'un thermomètre de précision et d'un dispositif de compensation faisant automatiquement la correction de la soudure froide.

**Pyromètre Chauvin-Arnoux. (Photo 1).**

C'est un pyromètre indicateur portatif, destiné à la mesure des températures à partir de couples thermoélectriques, lecture en °C ou en mV, suivant la position d'un commutateur de gammes.

Il est équipé d'un double système breveté qui permet la compensation de la résistance ligne + capteur quelle que soit sa valeur entre 0 et 40 Ω.

**Potentiomètre pyro-compact Chauvin-Arnoux. (Photo 2).**

Ensemble complet et autonome pour la mesure précise des tensions de 0 à 6 mV.

Essentiellement portatif et peu encombrant, le potentiomètre pyro-compact constitue un ensemble complet et autonome pour la mesure précise des tensions et forces électromotrices, de 0 à 6 millivolts, par comparaison avec la f.e.m. d'une pile étalon, par la méthode potentiométrique, sans débit.

Particulièrement désigné pour la mesure des températures par couples thermoélectriques, ou pour la vérification des pyromètres, il peut être utilisé sur une installation existante, sans en troubler le fonctionnement, et sans être influencé par la résistance des couples et des lignes.

## SINUS 0° à 45°

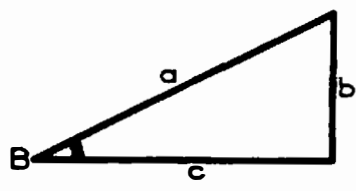
Degrés	Minutes							Degrés
	0'	10'	20'	30'	40'	50'	60'	
0	0,0000	0,0029	0,0058	0,0087	0,0116	0,0145	0,0175	89
1	0,0175	0,0204	0,0233	0,0262	0,0291	0,0320	0,0349	88
2	0,0349	0,0378	0,0407	0,0436	0,0465	0,0494	0,0523	87
3	0,0523	0,0552	0,0581	0,0611	0,0640	0,0669	0,0698	86
4	0,0698	0,0727	0,0756	0,0785	0,0814	0,0843	0,0872	85
5	0,0872	0,0901	0,0930	0,0959	0,0987	0,1016	0,1045	84
6	0,1045	0,1074	0,1103	0,1132	0,1161	0,1190	0,1219	83
7	0,1219	0,1248	0,1276	0,1305	0,1334	0,1363	0,1392	82
8	0,1392	0,1421	0,1449	0,1478	0,1507	0,1536	0,1564	81
9	0,1564	0,1593	0,1622	0,1651	0,1679	0,1708	0,1737	80
10	0,1737	0,1765	0,1794	0,1822	0,1851	0,1880	0,1908	79
11	0,1908	0,1937	0,1965	0,1994	0,2022	0,2051	0,2079	78
12	0,2079	0,2108	0,2136	0,2164	0,2193	0,2221	0,2250	77
13	0,2250	0,2278	0,2306	0,2335	0,2363	0,2391	0,2419	76
14	0,2419	0,2447	0,2476	0,2504	0,2532	0,2560	0,2588	75
15	0,2588	0,2616	0,2644	0,2672	0,2700	0,2728	0,2756	74
16	0,2756	0,2784	0,2812	0,2840	0,2868	0,2896	0,2924	73
17	0,2924	0,2952	0,2979	0,3007	0,3035	0,3063	0,3090	72
18	0,3090	0,3118	0,3145	0,3173	0,3201	0,3228	0,3256	71
19	0,3256	0,3283	0,3311	0,3338	0,3366	0,3393	0,3420	70
20	0,3420	0,3448	0,3475	0,3502	0,3529	0,3557	0,3584	69
21	0,3584	0,3611	0,3638	0,3665	0,3692	0,3719	0,3746	68
22	0,3746	0,3773	0,3800	0,3827	0,3854	0,3881	0,3907	67
23	0,3907	0,3934	0,3961	0,3988	0,4014	0,4041	0,4067	66
24	0,4067	0,4094	0,4120	0,4147	0,4173	0,4200	0,4226	65
25	0,4226	0,4253	0,4279	0,4305	0,4331	0,4358	0,4384	64
26	0,4384	0,4410	0,4436	0,4462	0,4488	0,4514	0,4540	63
27	0,4540	0,4566	0,4592	0,4618	0,4643	0,4669	0,4695	62
28	0,4695	0,4720	0,4746	0,4772	0,4797	0,4823	0,4848	61
29	0,4848	0,4874	0,4899	0,4924	0,4950	0,4975	0,5000	60
30	0,5000	0,5025	0,5050	0,5075	0,5100	0,5125	0,5150	59
31	0,5150	0,5175	0,5200	0,5225	0,5250	0,5275	0,5299	58
32	0,5299	0,5324	0,5348	0,5373	0,5398	0,5422	0,5446	57
33	0,5446	0,5471	0,5495	0,5519	0,5544	0,5568	0,5592	56
34	0,5592	0,5616	0,5640	0,5664	0,5688	0,5712	0,5736	55
35	0,5736	0,5760	0,5783	0,5807	0,5831	0,5854	0,5878	54
36	0,5878	0,5901	0,5925	0,5948	0,5972	0,5995	0,6018	53
37	0,6018	0,6041	0,6065	0,6088	0,6111	0,6134	0,6157	52
38	0,6157	0,6180	0,6202	0,6225	0,6248	0,6271	0,6293	51
39	0,6293	0,6316	0,6338	0,6361	0,6383	0,6406	0,6428	50
40	0,6428	0,6450	0,6472	0,6495	0,6517	0,6539	0,6561	49
41	0,6561	0,6583	0,6604	0,6626	0,6648	0,6670	0,6691	48
42	0,6691	0,6713	0,6734	0,6756	0,6777	0,6799	0,6820	47
43	0,6820	0,6841	0,6862	0,6884	0,6905	0,6926	0,6947	46
44	0,6947	0,6968	0,6988	0,7009	0,7030	0,7051	0,7071	45
	60'	50'	40'	30'	20'	10'	0'	Degrés

## COSINUS 45° à 90°

$$\sin \hat{B} = \frac{b}{a}$$

$$b = a \sin \hat{B}$$

$$a = \frac{b}{\sin \hat{B}}$$



$$\cos \hat{B} = \frac{c}{a}$$

$$c = a \cos \hat{B}$$

$$a = \frac{c}{\cos \hat{B}}$$

## SINUS 45° à 90°

Degrés	Minutes							Degrés
	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	
45	0,7071	0,7092	0,7112	0,7132	0,7153	0,7173	0,7193	44
46	0,7193	0,7214	0,7234	0,7254	0,7274	0,7294	0,7313	43
47	0,7313	0,7333	0,7353	0,7373	0,7392	0,7412	0,7431	42
48	0,7431	0,7451	0,7470	0,7490	0,7509	0,7528	0,7547	41
49	0,7547	0,7566	0,7585	0,7604	0,7623	0,7642	0,7660	40
50	0,7660	0,7679	0,7698	0,7716	0,7735	0,7753	0,7771	39
51	0,7771	0,7790	0,7808	0,7826	0,7844	0,7862	0,7880	38
52	0,7880	0,7898	0,7916	0,7933	0,7951	0,7969	0,7986	37
53	0,7986	0,8004	0,8021	0,8039	0,8056	0,8073	0,8090	36
54	0,8090	0,8107	0,8124	0,8141	0,8158	0,8175	0,8191	35
55	0,8191	0,8208	0,8225	0,8241	0,8258	0,8274	0,8290	34
56	0,8290	0,8307	0,8323	0,8339	0,8355	0,8371	0,8387	33
57	0,8387	0,8403	0,8418	0,8434	0,8450	0,8455	0,8481	32
58	0,8481	0,8496	0,8511	0,8526	0,8542	0,8557	0,8572	31
59	0,8572	0,8587	0,8602	0,8616	0,8631	0,8646	0,8660	30
60	0,8660	0,8675	0,8689	0,8704	0,8718	0,8732	0,8746	29
61	0,8746	0,8760	0,8774	0,8788	0,8802	0,8816	0,8830	28
62	0,8830	0,8843	0,8857	0,8870	0,8884	0,8897	0,8910	27
63	0,8910	0,8923	0,8936	0,8949	0,8962	0,8975	0,8988	26
64	0,8988	0,9001	0,9013	0,9026	0,9038	0,9051	0,9063	25
65	0,9063	0,9075	0,9088	0,9100	0,9112	0,9124	0,9136	24
66	0,9136	0,9147	0,9159	0,9171	0,9182	0,9194	0,9205	23
67	0,9205	0,9216	0,9228	0,9239	0,9250	0,9261	0,9272	22
68	0,9272	0,9283	0,9293	0,9304	0,9315	0,9325	0,9336	21
69	0,9336	0,9346	0,9357	0,9367	0,9377	0,9387	0,9397	20
70	0,9397	0,9407	0,9417	0,9426	0,9436	0,9446	0,9455	19
71	0,9455	0,9465	0,9474	0,9483	0,9492	0,9501	0,9511	18
72	0,9511	0,9520	0,9528	0,9537	0,9546	0,9555	0,9563	17
73	0,9563	0,9572	0,9580	0,9588	0,9596	0,9605	0,9613	16
74	0,9613	0,9621	0,9629	0,9636	0,9644	0,9652	0,9659	15
75	0,9659	0,9667	0,9674	0,9682	0,9689	0,9696	0,9703	14
76	0,9703	0,9710	0,9717	0,9724	0,9730	0,9737	0,9744	13
77	0,9744	0,9750	0,9757	0,9763	0,9769	0,9775	0,9782	12
78	0,9782	0,9788	0,9793	0,9799	0,9805	0,9811	0,9816	11
79	0,9816	0,9822	0,9827	0,9832	0,9838	0,9843	0,9848	10
80	0,9848	0,9853	0,9858	0,9863	0,9868	0,9872	0,9877	9
81	0,9877	0,9881	0,9886	0,9890	0,9894	0,9899	0,9903	8
82	0,9903	0,9907	0,9911	0,9914	0,9918	0,9922	0,9925	7
83	0,9925	0,9929	0,9932	0,9936	0,9939	0,9942	0,9945	6
84	0,9945	0,9948	0,9951	0,9954	0,9957	0,9959	0,9962	5
85	0,9962	0,9964	0,9967	0,9969	0,9971	0,9974	0,9976	4
86	0,9976	0,9978	0,9980	0,9981	0,9983	0,9985	0,9986	3
87	0,9986	0,9988	0,9989	0,9990	0,9992	0,9993	0,9994	2
88	0,9994	0,9995	0,9996	0,9997	0,9997	0,9998	0,9998	1
89	0,9998	0,9999	0,9999	0,9999	0,9999	1,0000	1,0000	0
	60°	50°	40°	30°	20°	10°	0°	Degrés

## COSINUS 0° à 45°

LECTURE DIRECTE	CALCUL UTILISANT LA DIFFERENCE TABULAIRE	LECTURE DIRECTE
Exemple: $\sin 20^\circ 10' = 0,3448$	$\sin 20^\circ 16'$ $\sin 20^\circ 20' = 0,3475$ $\sin 20^\circ 10' = 0,3448$ différence $10' \Delta = 27$ pour $6 \cdot \frac{27 \times 6}{10} = 16$	Exemple: $\cos 25^\circ 40' = 0,9013$
A retenir $\sin 30^\circ = 0,5$ $\sin 45^\circ = 0,707$ $\sin 60^\circ = 0,866$	différence $\Delta = 0,0016$ $\sin 20^\circ 10' = 0,3448$ $\sin 20^\circ 16' = 0,3464$	A retenir $\cos 30^\circ = 0,866$ $\cos 45^\circ = 0,707$ $\cos 60^\circ = 0,5$

## TANGENTE 0° à 45°

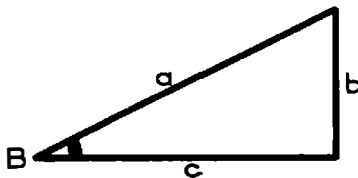
Degrés	Minutes							Degrés
	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	
0	0,0000	0,0029	0,0058	0,0087	0,0116	0,0145	0,0175	89
1	0,0175	0,0204	0,0233	0,0262	0,0291	0,0320	0,0349	88
2	0,0349	0,0378	0,0407	0,0437	0,0466	0,0495	0,0524	87
3	0,0524	0,0553	0,0582	0,0612	0,0641	0,0670	0,0699	86
4	0,0699	0,0729	0,0758	0,0787	0,0816	0,0846	0,0875	85
5	0,0875	0,0904	0,0934	0,0963	0,0992	0,1022	0,1051	84
6	0,1051	0,1081	0,1110	0,1139	0,1169	0,1198	0,1228	83
7	0,1228	0,1257	0,1287	0,1317	0,1346	0,1376	0,1405	82
8	0,1405	0,1435	0,1465	0,1495	0,1524	0,1554	0,1584	81
9	0,1584	0,1614	0,1644	0,1673	0,1703	0,1733	0,1763	80
10	0,1763	0,1793	0,1823	0,1853	0,1884	0,1914	0,1944	79
11	0,1944	0,1974	0,2004	0,2035	0,2065	0,2095	0,2126	78
12	0,2126	0,2156	0,2186	0,2217	0,2248	0,2278	0,2309	77
13	0,2309	0,2339	0,2370	0,2401	0,2432	0,2462	0,2493	76
14	0,2493	0,2524	0,2555	0,2586	0,2617	0,2648	0,2680	75
15	0,2680	0,2711	0,2742	0,2773	0,2805	0,2836	0,2868	74
16	0,2868	0,2899	0,2931	0,2962	0,2994	0,3027	0,3057	73
17	0,3057	0,3089	0,3121	0,3153	0,3185	0,3217	0,3249	72
18	0,3249	0,3281	0,3314	0,3346	0,3378	0,3411	0,3443	71
19	0,3443	0,3476	0,3508	0,3541	0,3574	0,3607	0,3640	70
20	0,3640	0,3673	0,3706	0,3739	0,3772	0,3805	0,3839	69
21	0,3839	0,3872	0,3906	0,3939	0,3973	0,4007	0,4040	68
22	0,4040	0,4074	0,4108	0,4142	0,4176	0,4211	0,4245	67
23	0,4245	0,4279	0,4314	0,4348	0,4383	0,4418	0,4452	66
24	0,4452	0,4487	0,4522	0,4557	0,4592	0,4628	0,4663	65
25	0,4663	0,4699	0,4734	0,4770	0,4806	0,4841	0,4877	64
26	0,4877	0,4913	0,4950	0,4986	0,5022	0,5059	0,5095	63
27	0,5095	0,5132	0,5169	0,5206	0,5243	0,5280	0,5317	62
28	0,5317	0,5355	0,5392	0,5430	0,5467	0,5505	0,5543	61
29	0,5543	0,5581	0,5619	0,5658	0,5696	0,5735	0,5774	60
30	0,5774	0,5812	0,5851	0,5891	0,5930	0,5969	0,6009	59
31	0,6009	0,6048	0,6088	0,6128	0,6168	0,6208	0,6249	58
32	0,6249	0,6289	0,6330	0,6371	0,6412	0,6453	0,6494	57
33	0,6494	0,6536	0,6577	0,6619	0,6661	0,6703	0,6745	56
34	0,6745	0,6788	0,6830	0,6873	0,6916	0,6959	0,7002	55
35	0,7002	0,7046	0,7089	0,7133	0,7177	0,7221	0,7265	54
36	0,7265	0,7310	0,7355	0,7400	0,7445	0,7490	0,7536	53
37	0,7536	0,7581	0,7627	0,7673	0,7720	0,7766	0,7813	52
38	0,7813	0,7860	0,7907	0,7954	0,8002	0,8050	0,8098	51
39	0,8098	0,8146	0,8195	0,8243	0,8292	0,8342	0,8391	50
40	0,8391	0,8441	0,8491	0,8541	0,8591	0,8642	0,8693	49
41	0,8693	0,8744	0,8796	0,8847	0,8899	0,8952	0,9004	48
42	0,9004	0,9057	0,9110	0,9163	0,9217	0,9271	0,9325	47
43	0,9325	0,9380	0,9435	0,9490	0,9545	0,9601	0,9657	46
44	0,9657	0,9713	0,9770	0,9827	0,9884	0,9942	1,0000	45
	60°	50°	40°	30°	20°	10°	0°	Degrés

## COTANGENTE 45° à 90°

$$\operatorname{tg} \hat{B} = \frac{b}{c}$$

$$b = c \operatorname{tg} \hat{B}$$

$$c = \frac{b}{\operatorname{tg} \hat{B}}$$



$$\operatorname{cotg} \hat{B} = \frac{c}{b}$$

$$b = \frac{c}{\operatorname{cotg} \hat{B}}$$

$$c = b \operatorname{cotg} \hat{B}$$

## TANGENTE 45° à 90°

Degrés	Minutes							Degrés
	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	
45	1,0000	1,0058	1,0117	1,0176	1,0236	1,0295	1,0355	44
46	1,0355	1,0416	1,0477	1,0538	1,0599	1,0661	1,0724	43
47	1,0724	1,0786	1,0850	1,0913	1,0977	1,1041	1,1106	42
48	1,1106	1,1171	1,1237	1,1303	1,1369	1,1436	1,1504	41
49	1,1504	1,1572	1,1640	1,1709	1,1778	1,1847	1,1918	40
50	1,1918	1,1988	1,2059	1,2131	1,2203	1,2276	1,2349	39
51	1,2349	1,2423	1,2497	1,2572	1,2647	1,2723	1,2799	38
52	1,2799	1,2876	1,2954	1,3032	1,3111	1,3190	1,3270	37
53	1,3270	1,3351	1,3432	1,3514	1,3597	1,3680	1,3764	36
54	1,3764	1,3848	1,3934	1,4020	1,4106	1,4193	1,4281	35
55	1,4281	1,4370	1,4460	1,4550	1,4641	1,4733	1,4826	34
56	1,4826	1,4919	1,5013	1,5108	1,5204	1,5301	1,5399	33
57	1,5399	1,5497	1,5597	1,5697	1,5798	1,5900	1,6003	32
58	1,6003	1,6107	1,6213	1,6319	1,6426	1,6534	1,6643	31
59	1,6643	1,6753	1,6864	1,6977	1,7090	1,7205	1,7321	30
60	1,7321	1,7438	1,7556	1,7675	1,7796	1,7917	1,8041	29
61	1,8041	1,8165	1,8291	1,8418	1,8546	1,8676	1,8807	28
62	1,8807	1,8940	1,9074	1,9210	1,9347	1,9486	1,9626	27
63	1,9626	1,9768	1,9912	2,0057	2,0204	2,0353	2,0503	26
64	2,0503	2,0655	2,0809	2,0965	2,1123	2,1283	2,1445	25
65	2,1445	2,1609	2,1775	2,1943	2,2113	2,2286	2,2460	24
66	2,2460	2,2637	2,2817	2,2998	2,3183	2,3369	2,3559	23
67	2,3559	2,3750	2,3945	2,4142	2,4342	2,4545	2,4751	22
68	2,4751	2,4960	2,5172	2,5387	2,5605	2,5826	2,6051	21
69	2,6051	2,6279	2,6511	2,6746	2,6985	2,7228	2,7475	20
70	2,7475	2,7725	2,7980	2,8239	2,8502	2,8770	2,9042	19
71	2,9042	2,9319	2,9600	2,9887	3,0178	3,0475	3,0777	18
72	3,0777	3,1084	3,1397	3,1716	3,2041	3,2371	3,2709	17
73	3,2709	3,3052	3,3402	3,3759	3,4124	3,4495	3,4874	16
74	3,4874	3,5261	3,5656	3,6059	3,6471	3,6891	3,7321	15
75	3,7321	3,7760	3,8208	3,8667	3,9136	3,9617	4,0108	14
76	4,0108	4,0611	4,1126	4,1653	4,2193	4,2747	4,3315	13
77	4,3315	4,3897	4,4494	4,5107	4,5736	4,6383	4,7046	12
78	4,7046	4,7729	4,8430	4,9152	4,9894	5,0658	5,1446	11
79	5,1446	5,2257	5,3093	5,3955	5,4845	5,5764	5,6713	10
80	5,6713	5,7694	5,8708	5,9758	6,0844	6,1970	6,3138	9
81	6,3138	6,4348	6,5606	6,6912	6,8269	6,9682	7,1154	8
82	7,1154	7,2687	7,4287	7,5958	7,7704	7,9530	8,1444	7
83	8,1444	8,3450	8,5556	8,7769	9,0098	9,2553	9,5144	6
84	9,5144	9,7882	10,0780	10,3854	10,7119	11,0594	11,4301	5
85	11,4301	11,8262	12,2505	12,7062	13,1969	13,7267	14,3007	4
86	14,3007	14,9244	15,6048	16,3499	17,1693	18,0750	19,0811	3
87	19,0811	20,2056	21,4704	22,9038	24,5418	26,4316	28,6363	2
88	28,6363	31,2416	34,3678	38,1885	42,9641	49,1039	57,2900	1
89	57,2900	68,7501	85,9398	114,5887	171,8854	343,7737		0
	60°	50°	40°	30°	20°	10°	0°	Degrés

## COTANGENTE 0° à 45°

LECTURE DIRECTE	CONVERSION	LECTURE DIRECTE
tg 23°40' = 0,4383  A retenir tg 30° = 0,5773 tg 45° = 1,0000 tg 60° = 1,7320	<div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;">Pente en %</div> <div style="font-size: 2em;">→</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px;">Angle en degrés</div> </div> <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center; margin-top: 5px;"> <div style="font-size: 2em;">←</div> </div> <p style="text-align: center;">Pente = tg α x 100</p> <p>Exemple: α = 6° Pente = tg 6° x 100 = 10,51 %</p>	cotg 39°10' = 1,2276  A retenir cotg 30° = 1,7320 cotg 45° = 1,0000 cotg 60° = 0,5773



