Calcul de la réponse en fréquence des amplificateurs opérationnels en boucle fermée

par P. PAIROT DE FONTENAY (*)

Dans l'article qui suit, l'auteur a voulu corriger l'erreur constatée dans plusieurs ouvrages récents concernant les circuits linéaires qui traitent assez mal de la réponse en fréquence des amplificateurs opérationnels en boucle fermée.

La réalisation d'un étage amplificateur de tension en basse fréquence est devenue pratiquement synonyme de l'utilisation de l'amplificateur opérationnel, dans une boucle de contre-réaction résistive, et cette application est devenue quotidienne.

Si maintenant, pour des fréquences relativement élevées, le gain de cet étage amplificateur doit se maintenir avec précision, ou a fortiori si le déphasage doit rester faible, il convient, lors de l'étude d'un prototype, de choisir correctement le type de l'amplificateur opérationnel qui sera utilisé dans la série, car pour peu qu'on lui demande conjointement un faible niveau de bruit ou une dérive thermique réduite son coût peut devenir important.

Il nous faut donc prévoir, en fonction des performances imposées au gain en boucle fermée, le gain en boucle ouverte minimum qui conviendra.

En comparant nos conclusions avec celles de plusieurs manuels d'applications récents sur les circuits intégrés linéaires, nous constatons l'oubli systématique de la phase du gain en boucle ouverte lors du calcul de la réponse en fréquence, ce qui conduit à des résultats pessimistes.

Convenons alors de rendre à l'amplificateur opérationnel une légitime performance dynamique !

Terme d'erreur associé au gain en boucle ouverte

Considérons l'amplificateur opérationnel idéal, sauf en ce qui concerne son gain $\mu(\omega)$, et lorsqu'il est utilisé avec une contre-réaction purement résistive dans les deux modes : inverseur et non inverseur (cf. fig. 1).

Gain en boucle ouverte :

$$\mu(\omega) = \frac{v_s}{v_d}$$

Taux de contre-réaction :

$$\beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$$

Tension de sortie :

$$v_s = \left(\frac{v_{ni}}{\beta} + v_i \frac{\beta - 1}{\beta}\right) \cdot \frac{\mu(\omega)\,\beta}{1 + \mu(\omega)\,\beta}$$

$v_i \neq 0$ et $V_{ni} = 0$ dans le cas du montage inverseur.

$v_{ni} \neq 0$ et $v_i = 0$ dans le cas du montage non inverseur.

Dans les deux configurations, l'influence du gain en boucle ouverte est contenue dans le terme d'erreur :

$$T_\varepsilon = \frac{\mu(\omega)\,\beta}{1 + \mu(\omega)\,\beta}$$

aussi nous ne les distinguerons pas dans la suite.

Le constructeur d'un amplificateur opérationnel fournit généralement son diagramme de Bode, c'est-à-dire les graphes de :

$|\mu(\omega)|$ et de Arg $\mu(\omega)$

A partir de cela, on peut calculer module et phase de T_ε ou les évaluer graphiquement sur l'abaque de Black.

Utilisation de l'abaque de Black

Cet abaque décrit la transformation complexe $z \rightarrow \dfrac{z}{1+z}$ et permet de

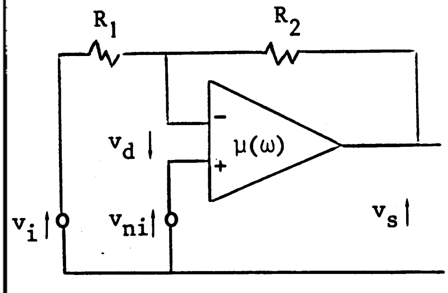

Fig. 1.

(*) Ingénieur de la Société Metravib

calculer la réponse en boucle fermée dans le cas le plus général, donc pour tous les types de compensation.

Sur la représentation donnée en figure 2, sont tracés les lieux associés au gain de boucle $\mu(\omega)\beta = 1$, puis $\beta = 0{,}3$ et 4 points de fréquence respectifs.

Il s'agit d'un amplificateur opérationnel compensé à 6 dB/oct. dont le « produit gain x bande » est de 5 MHz.

A la fréquence de 1 MHz, par exemple, l'abaque nous indique que l'atténuation du gain en boucle fermée sera inférieure à 0,5 dB pour $\beta = 1$ et de l'ordre de 1,5 dB pour $\beta = 0{,}3$; le procédé est rapide.

Le lieu tracé pour $\beta = 1$ est aussi celui du gain en boucle ouverte, et nous allons l'exploiter pour justifier l'approximation de μ par la fonction passe-bas du premier ordre qui sera utilisée au paragraphe 4 pour ce type de compensation.

Fixons-nous l'objectif de calculer l'atténuation en boucle fermée jusqu'à 3 dB en utilisant pour μ un modèle limité au premier ordre.

Les fréquences concernées sont suffisamment élevées pour que la phase de cette fonction du premier ordre soit de $-90°$, le lieu théorique de $\mu\beta$ est donc la droite (Δ) jusqu'à son intersection avec la courbe hachurée (-3 dB en boucle fermée), qui correspond à 0 dB pour le gain de boucle.

Lorsque $|\mu|$ décroît, l'influence des autres pôles se fait sentir progressivement ; ainsi le lieu de μ finit par se séparer de la droite (Δ) pour : $|\mu| = |\mu|_{min}$, ce qui constitue la limite du modèle du premier ordre.

Dans notre exemple, cette séparation se produit pour $20 \log |\mu| = 8$ dB à la fréquence de 2 MHz.

Si nous choisissons des taux de contre-réaction tels que :

$$\beta \leqslant \frac{1}{|\mu|_{min}}$$

alors $20 \log |\mu\beta|$ peut décroître jusqu'à 0 dB sans que $|\mu|$ n'ait à devenir inférieur à $|\mu|_{min}$ et donc sans que la phase de μ, ni celle de $\mu\beta$ n'ait dû s'écarter de $-90°$; l'atténuation en boucle fermée atteint alors 3 dB.

On peut, en effet, constater sur le lieu correspondant à $\beta = 0{,}3$ (ou $-10{,}4$ dB), que la phase de $\mu\beta$ est encore de $-90°$, lorsque l'atténuation en boucle fermée atteint 3 dB.

En conclusion, moyennant cette cette précaution vis-à-vis des faibles taux de contre-réaction, on

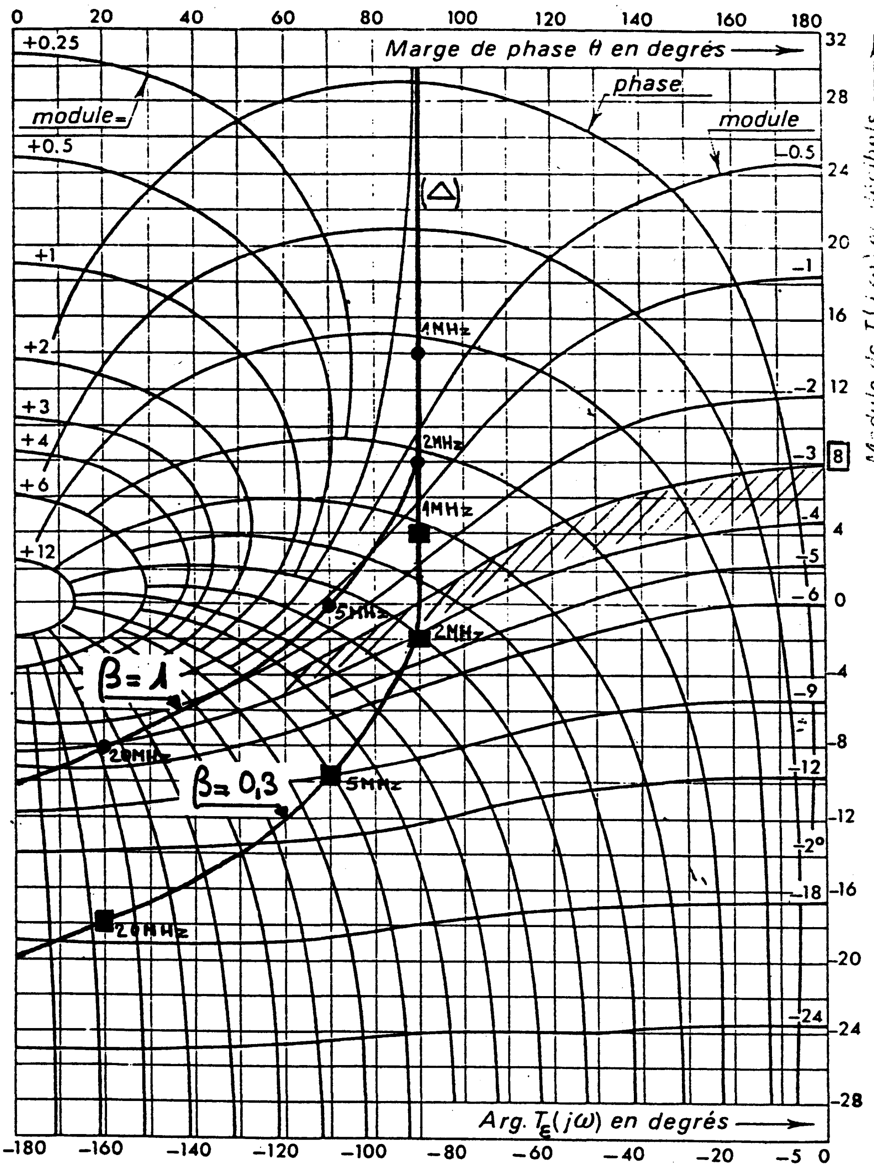

Fig. 2.

peut donc pour les amplificateurs opérationnels compensés à 6 dB/oct. utiliser un transfert du premier ordre pour calculer l'erreur dynamique en boucle fermée.

Cas de la compensation usuelle à → 6 dB/oct.

La compensation usuelle de l'amplificateur opérationnel consiste à donner à son gain une loi du type passe-bas du premier ordre, l'atténuation étant donc de 6 dB/oct. au-dessus de 0 dB.

La phase reste ainsi relativement éloignée de 180° lorsque le module est égal à 0 dB, et la marge de phase atteint rapidement 90° lorsque le taux de contre-réaction diminue.

On obtient ainsi des amplificateurs opérationnels dits « à stabilité inconditionnelle », c'est-à-dire stables, quel que soit le taux de contre-réaction pourvu qu'il reste purement réel.

Le calcul ci-dessous fournit en fin de compte deux formules simples pour déterminer l'erreur dynamique en module et phase.

Calcul de l'erreur dynamique

La fonction de transfert de l'amplificateur opérationnel, dont le module est représenté en figure 3, est approximée par une fonction limitée au premier ordre :

$$\mu(\omega) = \frac{\mu_0}{1 + j\dfrac{\omega}{\omega_1}}$$

Il faut donc que le taux de contre-réaction soit inférieur à une limite que l'on a mise en évidence au paragraphe 3, ou d'une autre manière que le gain en boucle fermée demandé soit suffisamment grand, ce qui assure de n'avoir à considérer que des pulsations inférieures à ω_2.

Par ailleurs, on n'adopte pas en pratique pour β des valeurs si petites ou des gains en boucle fermée si grands que l'atténuation se produise déjà pour des pulsations proches de ω_1, d'où :

L'approximation du μ pour :

$$\omega_1 << \omega << \omega_2 \text{ est :}$$

$$\mu(\omega) \simeq \frac{\mu_0}{j\frac{\omega}{\omega_1}} = \frac{|\mu(\omega)|}{j}$$

L'amplificateur opérationnel se comporte alors comme un intégrateur.

Exprimons alors le terme d'erreur T_ε défini au paragraphe 2, compte tenu de l'approximation faite précédemment :

$$T_\varepsilon = \frac{\mu(\omega)\beta}{1+\mu(\omega)\beta}$$

$$T_\varepsilon = \frac{\mu(\omega)\beta}{1+\mu(\omega)\beta}$$

$$T_\varepsilon = \frac{1}{1+\frac{1}{\mu(\omega)\ \beta}}$$

$$T_\varepsilon = \frac{1}{1+\frac{j}{|\mu(\omega)|\ \beta}}$$

$$|T_\varepsilon| = \frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{|\mu(\omega)|^2\beta^2}}}$$

$$\text{Arg } T_\varepsilon = -\text{Arc tg}\frac{1}{|\mu(\omega)|\ \beta}$$

Formules pratiques

Le terme d'erreur s'exprime donc uniquement en fonction du module du gain de boucle, et notamment lorsque celui-ci décroît jusqu'à l'unité on obtient la fréquence de coupure usuelle car :

$$|\mu|\ \beta = 1 \Rightarrow |T_\varepsilon| = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ ou } -3\text{ dB}$$

$$\text{et Arg. } T_\varepsilon = -\frac{\pi}{4}$$

La bande passante d'un amplificateur de mesure se définit rarement pour des affaiblissements de 3 dB, mais plutôt pour des valeurs modérées entre 1 % et 10 %, qui correspondent à des valeurs de $|\mu\beta|$ suffisamment supérieures à l'unité pour que les expressions du module et de la phase de l'erreur dynamique se simplifient :

$$|T_\varepsilon| = \frac{1}{\sqrt{1+\frac{1}{|\mu(\omega)|^2\beta^2}}}$$

$$\simeq 1 - \frac{1}{2|\mu(\omega)|^2\beta^2}$$

$$\text{lorsque : } |\mu(\omega)|^2\beta^2 >> 1$$

L'erreur relative dynamique ε_m sur le module du gain en boucle fermée est donc sensiblement :

$$\varepsilon_m = \frac{-1}{2|\mu(\omega)|^2\beta^2}$$

et non : $\frac{1}{|\mu(\omega)|\beta}$, qui lui est sensiblement supérieur et souvent cité !

Quant à l'erreur dynamique de phase $\varepsilon_\varnothing$:

$$\varepsilon_\varnothing = \text{Apγ } T_\varepsilon =$$

$$-\text{ Arc tg}\frac{1}{|\mu(\omega)|\beta} \simeq -\frac{1}{|\mu(\omega)|\beta}$$

lorsque : $|\mu(\omega)|\beta >> 1$

Ou exprimée en degré :

$$\varepsilon_\varnothing = -\frac{180}{\pi|\mu(\omega)|\beta}$$

Exemples numériques

● Nous pouvons préciser l'atténuation lue sur l'abaque de Black au paragraphe 3, pour une fréquence de 1 MHz et un taux de contre-réaction de 1, car Arg μ est encore proche de $-90°$ pour cette fréquence :

$$20\log|\mu(1\text{ MHz})| = 14\text{ dB}$$

$$|\mu(1\text{ MHz})|\ \beta = |\mu(1\text{ MHz})| = 5$$

d'où l'atténuation :

$$\varepsilon_m = -\frac{1}{2.5^2} = -2\ \%$$

et le déphasage :

$$\varepsilon_\varnothing = -\frac{180}{5.\pi} = -11{,}5°$$

● Erreurs dynamiques à 1 kHz prévues sur un étage de gain 100, réalisé à partir du classique 741 dont le « produit gain x bande » est de 1 MHz :

$$|\mu(1\text{ kHz})| = 1\,000$$

$$|\mu(1\text{ kHz})|\ \beta = \frac{1\,000}{101} \simeq 10$$

d'où l'atténuation :

$$\varepsilon_m = -\frac{1}{2.10^2} = -0{,}5\ \%$$

et le déphasage :

$$\varepsilon_\varnothing = -\frac{180}{10\,\pi} = -6°$$

● « Produit gain x bande » minimum permettant de réaliser un étage de gain 100 et d'atténuation inférieure à 5 % à 20 kHz.

$$\frac{1}{2|\mu(20\text{ kHz})|^2\beta^2} \leqslant 5.10^{-2}$$

$$|\mu(20\text{ kHz})|^2 > \frac{1}{2.5.10^{-2}.10^{-4}}$$

$$|\mu(20\text{ kHz})| > 316$$

d'où, pour le « produit gain x bande » minimum :

$$2.10^4.|\mu(20\text{ kHz})| = 6{,}3\text{ MHz}$$

P. P. de F.